PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT
VOOR NATUURKUNDE

REDACTIE:
A. D. FOKKER, E. OOSTERHUIS, BALTH. VAN DER POL.

5e JAARGANG

1925

Register van Namen en Onderwerpen

5e Jaargang Physica, 1925

Absorptiespectrum van zuurstof . 35

Aeroplanen, draagvermogen en weerstand tegen hunne beweging 101, 141

Anode, verwarming bij een glimontlading 217

Argon, kristalstructuur van . . . 344

Arkel, A. E. van, Kristalstructuur van magnesium-fluoride en andere verbindingen van hetzelfde kristaltype . . 162

Over de deformatie van het kristalrooster van metalen door mechanische bewerking 208

Arkel, A. E. van en *J. H. de Boer*, Additiviteit van kookpunten, II 134

Bismuth, opmerkingen over het diamagnetisme van vast. 388

Bjerknes, V., Over het draagvermogen van aeroplanen en den weerstand tegen hunne beweging 101, 141

Boer, J. H. de, en *A. E. van Arkel*, Additiviteit van kookpunten, II. 134

Boer, M. J. de, Een 75-jarige fout 184

Bouman, Joh, Een voorbeeld voor het correspondentie-principe . . 171

Bouwers, A., Over het meten der intensiteit van Röntgenstralen. . 8

Boyle en Gay-Lussac, over de wetten van 198

Breithauptiet, de structuur van . . 241

Brillouin, L., Les tensions de radiation et leur interprétation. . . 396

Brownsche bewegingen van een snaar 358, 361

Correspondentie-principe, een voorbeeld voor het 171

Cyaanbanden, detailstructuur der . 178

Debije P. en *A. Huber*,. Een proef over de instelling van paramagnetische moleculen 377

Declinatie's, bepaling van 37

Dieke, G. H., Over de detailstructuur der cyaanbanden . . 178

Over de soortelijke warmte van waterstof 412

Diffusion, on the kinetic theory of 381

Dorgelo, H. B., Intensiteitsmetingen in het ultraviolette deel van het spectrum . 27

Beschouwingen en metingen aangaande de energieverdeeling over de lijnen der hoofdserie in een neonzuil 90

De levensduur der metastabiele toestanden van neon en kwik 429

Droste, J., De wet van Clapeyron bij de verdamping van electronen 316

Stokes' aberratietheorie. . 391

Ehrenfest, P., Opmerkingen over het diamagnetisme van vast bismuth 388

Ehrenfest-Afanassjewa, T., Is onze aanschouwing der ruimte van empirischen oorsprong? . . 442

Einstein, A, Elektron und allgemeine Relativitätstheorie. . . . 330

Einthoven, W., W. F. Einthoven, W. van der Horst en *H. Hirschfeld*, Brownsche bewegingen van een gespannen snaar. . 358

Eise Eisinga's planetarium . . . 455

Electronen, energie-niveau's eener stof en de door verwarming vrijgemaakte 347

Elektron und allgemeine Relativitätstheorie. 330

Electronen, de wet van Clapeyron bij de verdamping van 316

Electronen, iets over de energie van een stelsel zich bewegende . . . 351

Electronenbotsingen en het opwekken van spectraallijnen 41

Electronengeleiding in verdunde edele gassen 334

Elias, G. J., Iets over de energie van een stelsel zich bewegende electronen. 351

Ewald, P. P., Über die Symmetrie der Röntgeninterferenzen . . . 363

F*okker, A. D.*, Over electronegatieve waterstof. 26
Electronengeleiding in verdunde edele gassen . . 334

Fout, een 75-jarige . . 184, 207, 270

G*eiss, W.*, De totale straling van platina. 203

Glas, overgangslagen op 77

Goudsmit, S., Het grondniveau in het neonspectrum. . . . 70
Iets over spectra en atoombouw 281
Het Zeemaneffect in de spectra van hoogeren trap 419

Goudsmit, S., en *G. E. Uhlenbeck*, Opmerking over de spectra van waterstof en helium 266

Granulatiekorrels op de zon, over de bewegingen der 260

Groosmuller. Jr., J. Th., Invloed van oppervlaktelagen op de natuur van het teruggekaatste licht bij doorschijnende lichamen. . . . 83

Groot, H., Ter nagedachtenis van Prof. Dr. W. H. Julius . 113
Over de bewegingen der granulatiekorrels op de zon. 260

Groot, W. de, Metingen aan wolfraambooglampjes 121, 234

H*aas, M. de*, Eigenschappen van waterdamp 46

Haas-Lorentz, G. L. de, Iets over het mechanisme van inductieverschijnselen 384

Haas, W. J. de, G. J. Sizoo, en H. Kamerlingh Onnes, Over den invloed van het magneetveld op den weerstand van suprageleiders 447

Haga, H., Herinnering uit den schooltijd van Lorentz 324

Hertz, G., Het spectrum van neon in het uiterste ultraviolet . . . 189

Hertz, G. en *J. C. Scharp de Visser*, Over het opwekken van spectraallijnen door botsing van electronen. 41

Hirschfeld, H., W. Einthoven, W. F. Einthoven en W. van der Horst, Brownsche bewegingen van een gespannen snaar. . 358

Horst, W. van der, H. Hirschfeld, W. Einthoven en *W. F. Einthoven*, Brownsche bewegingen van een gespannen snaar. 358

Huber, A., en *P. Debije*, Een proef over de instelling van paramagnetische moleculen 377

Inductieverschijnselen, iets over het mechanisme van 384

Intensiteitsmeting van Röntgenstralen 8

Intensiteitsmetingen in het ultra-violette deel van het spectrum . . 27

Ionisatie-evenwicht in een stralingsveld 406

Jong, W. F. de, De structuren van nikkelien en pyrrothien . 194
De structuur van breithauptiet 241
De structuur van sperryliet 292

Julius, Prof. Dr. W. H., Ter nagedachtenis 113

Kamerlingh-Onnes, H., W. J. de Haas en *G. J. Sizoo*, Over den invloed van het magneetveld op den weerstand van supragele iders 447

Keesom, W. H. en *J. de Smedt* De kristalstructuur van argon . 344

Kookpunten, additiviteit van . 130, 134

Kramers, H. A., Eenige opmerkingen over de quantummechanica van Heisenberg. 369

Kristalrooster van metalen, deformatie door mechanische bewerking 208

Laar, J. J. van, Iets over additiviteit van kookpunten 130

Leeuwen, H. J. van, Het aandeel van de verschillende energieniveau's eener stof in de door verwarming vrijgemaakte electronen 347

Lichtcontrasten in mist 236

Lichtquanta en straalkromming . . 341

Lorentz, Dr. H. A. 1875—1925. . 321

Lorentz, herinnering uit den schooltijd van 324

Lorentz en de hypothese der lichtquanta bij de voortplanting van licht 325

Lorentz, over een stelling van Lorentz en haar uitbreiding voor meerdimensionale ruimten . . . 423

Magnesium-fluoride en andere verbindingen, kristalstructuur van . 162

Meerburg, J. H., Een 75-jarige fout. 207

Metastabiele toestanden van neon en kwik 429

Nederl. Amerikaansche fundatie . 72

Nederl. Astronomenclub . . . 36, 184

Nederl. Natuurkundige vereeniging 35, 316

Neon, spectrum in het uiterste ultraviolet 189

Neonspectrum, grondniveau . . . 70

Neonzuil, energie-verdeeling over de lijnen der hoofdserie 90

Neon en kwik, metastabiele toestanden 429

Nikkelien en pyrrothien, de structuren van. 194

Oort, J. H., Bepaling van declinatie's onafhankelijk van verticale refractie. 37

Oppervlaktelagen, invloed op terug gekaatst licht 83

Ornstein, L. S., Lichtquanta en straalkromming 341

Overgangslagen op glas, optische bepaling van de dikte 77

Paramagnetische moleculen, een proef over de instelling van 377

Penning, F. M., De verwarming der anode bij een glimontlading II 217

Platina, de totale straling van , . 203

Pol, Balth, van der, Over electronen in een triode die tweemaal tot de ruimtelading om den gloeidraad bijdragen, trillingen met een golflengte van eenige tientallen centimeters, en tetroden 1
Stabiliseering door kleine trillingen 157
Doctor H. A. Lorentz . . 321

Quantummechanica van Heisenberg, eenige opmerkingen over de . . 369

Radiation, les tensions de et leur interprétation 396

Ranneft, G. J., Een 75-jarige fout 270

Relativitätstheorie und Elektron. . 330

Röntgeninterferenzen, die Symmetrie der 363

Röntgenstralen, het meten der intensiteit van. 8

Rosseland, S., On the kinetic theory of diffusion. 381

Ruimte, Is onze aanschouwing der ruimte van empirischen oorsprong? 442

Scharp de Visser, J. C. en *G. Hertz*, Over het opwekken van spectraallijnen door botsing van electronen. 41

Sissingh, R, Optische bepaling van de dikte der overgangslagen op glas. 77

Sizoo, G. J., W. J. de Haas en *H. Kamerlingh Onnes*, Over den invloed van het magneetveld op den weerstand van suprageleiders 447

Slinger en snaar, faze en energieverandering gedurende hun Brown'se beweging 361

Smedt, J. de, en *W. H. Keesom*, De kristalstructuur van argon . 344

Snaar, Brownsche bewegingen van een 358, 361

Spectra en atoombouw. 281

Spectraallijnen, over het opwekken van. 41

Spectrum, intensiteitsmetingen in het ultraviolet. 27

Sperryliet, de structuur van . . . 292

Spijkerboer, J., Het opmerken van lichtcontrasten in een mist . . . 236

Sterren, nieuwe methode voor de bepaling van eigenbewegingen van 36

Stokes' aberratietheorie 391

Strikvragen 40, 72, 112, 156, 188, 216, 248, 280, 320, 456

Sublimeeren en rijpen 271

Suprageleiders, over den invloed van het magneetveld op den weerstand van 447

Tellegen Bzn., B. D. H., De grootte van de emissiestroom in een triode. 301

Tinbergen, J., Faze- en energieverandering van een slinger en een snaar gedurende hun Brown'se beweging 361

Trillingen, stabiliseering door kleine 157

Triode, de grootte van de emissiestroom in een 301

Trioden, ruimtelading, golflengte van eenige tientallen centimeters, en tetroden 1

Uhlenbeck, G. E., Over een stelling van Lorentz en haar uitbreiding voor meerdimensionale ruimten . 423

Uhlenbeck, G. E., en *S. Goudsmit*, Opmerking over de spectra van waterstof en helium 266

Uitterdijk, W., Een bestaande leemte 271

Verwarming der anode 217

Verschaffelt, J. E., Over de wetten van Boyle en Gay-Lussac . 198

Vos van Steenwijk, J. E. de, Een nieuwe methode voor de bepaling van eigen bewegingen van sterren uit een groot aantal catalogi 36

Waterdamp, eigenschappen van . 46

Waterstof, over de soortelijke warmte van 412

Waterstof en helium, spectra van . 266

Waterstof, electronegatieve . . . 26

Wolfraambooglampjes, metingen aan 121, 234

Wolfraam, physische eigenschappen bij hooge temperaturen . . 249, 319

Woltjer, Jr. J., Ionisatie-evenwicht in een stralingsveld 406

Zeeman, Prof. Dr. P. 1900—1925. 73

Zeeman, P., Lorentz en de hypothese der lichtquanta bij de voortplanting van licht 325

Zeemaneffect in de spectra van hoogeren trap 419

Zernike, F., Het absorptiespectrum van zuurstof. 35

Zuurstof, absorptiespectrum van . . 35

Zwikker, C., Physische eigenschappen van wolfraam bij hooge temperaturen 249, 319

BOEKBESPREKINGEN.

d'Ainville, Jean Varin, L'Origine tourbillonnaire de l'atome et ses conséquen ces 108

Aston, F. W., Isotopes 215

Becker, K. und F. Ebert, Metallröntgenröhren 275

Becquerel, Jean, Cours de Physique, T. I.: Thermodynamique 109

Berger, Franz, Das Gesetz des Kraftverlaufes beim Stosz 273

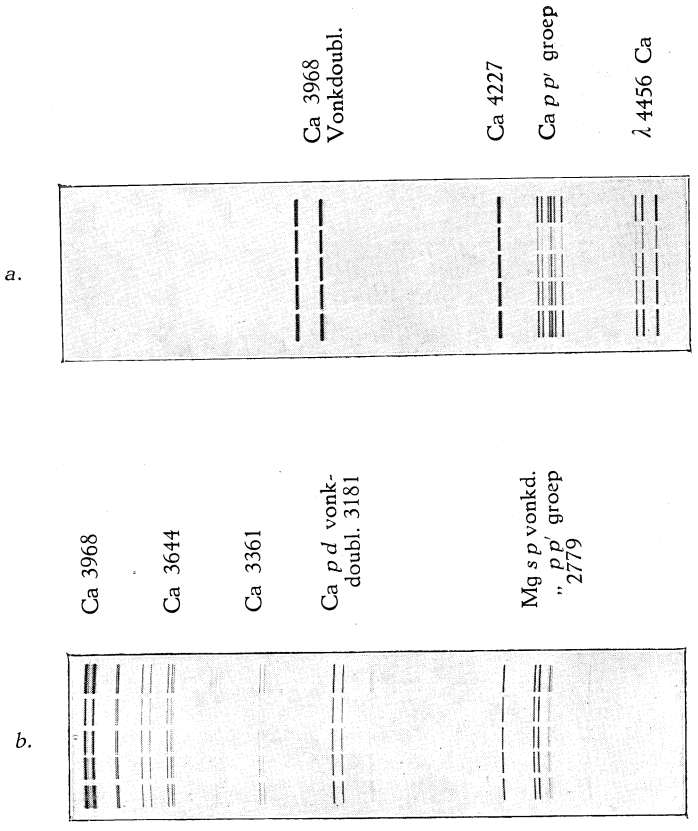
Bragg, W. H., The crystalline state 454

Brester Jr. A., Le soleil, ses phénomènes les plus importants, leur littérature et leur explication 246

Bucky, G., Die Röntgenstrahlen und ihre Anwendung 273

Chwolson, O. D., Die Physik und ihre Bedeutung für die Menschheit . . . 214
Creutzfeldt, W. H., Korrosionsforschung vom Standpunkt der Metallkunde . 187
Ehrenfest-Afanassjeewa, T., Wat kan en moet het meetkunde-onderwijs aan een niet-wiskundige geven? 243
Elsbach, A. C., Kant und Einstein 212
Eucken, Arnold, Grundriss der Physikalischen Chemie 276
Günther, Paul, Tabellen zur Röntgenspectralanalyse 110
Haber, Fritz, Fünf Vorträge aus den Jahren 1920-1923 38
Hobson, E. W., The ideal aim of physical science 453
Jaeger, F. M., Inleiding tot de studie der kristalkunde. 153
Joly, J., Radioactivity and the Surface History of the Earth 274
Lamouche, A , La méthode générale des sciences pures et appliquées . . . 186
Lorentz, H. A., Lessen over theoretische natuurkunde VIII. De theorie van Maxwell 455
Naturwissenschaften, Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften II und III . . 275
Nölke, Fr., Geotektonische Hypothesen 39
Ollivier, H., Travaux pratiques de physique générale 71
Picard, Emile, Mélanges de mathématiques et de physique 277
Rothe, R., Höhere Mathematik, Teil I 279
Seeliger, H. v., Festschrift Probleme der Astronomie 155
Weyl, Hermann, Was ist Materie? 278
Whetham, W. C. D., Matter and Change 38

PLAAT I.



H. B. Dorgelo, Intensiteitsmetingen in het ultraviolette deel van het spectrum.

Fig. 5.

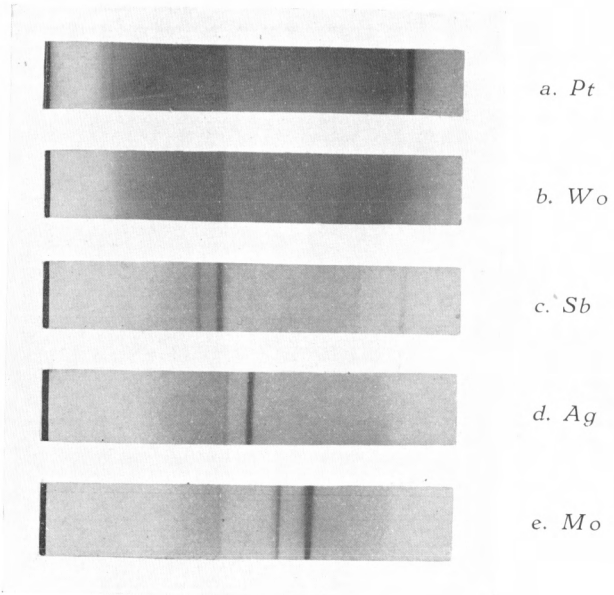
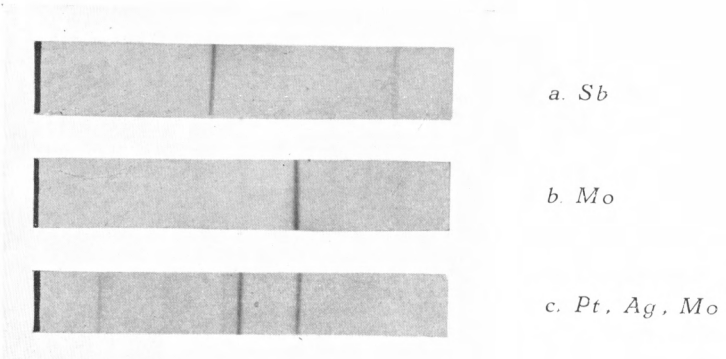


Fig. 8.



PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

5e JAARGANG **JANUARI 1925** **NUMMER 1.**

OVER ELECTRONEN IN EEN TRIODE DIE TWEEMAAL TOT DE RUIMTELADING OM DEN GLOEIDRAAD BIJDRAGEN, TRILLINGEN MET EEN GOLFLENGTE VAN EENIGE TIENTALLEN CENTIMETERS, EN TETRODEN

door BALTH. VAN DER POL, Jr.

De totale emissiestroom i_e die den gloeidraad in een triode verlaat, en die gevormd wordt door de som van den roosterstroom i_g en den anodestroom i_a, is afhankelijk, zoowel van de anodespanning V_a als van de roosterspanning V_g.

Over een groot gebied van rooster- en anodespanningen en speciaal daar waar de trioden gewoonlijk voor detectie en versterking gebruikt worden, wordt deze emissiestroom met een zeer groote mate van nauwkeurigheid bepaald door één enkele variable, die men de combinatiespanning zou kunnen noemen, n.l.

$$V_a + g\, V_g$$

waarin g is de versterkingsfactor. Men heeft dus

$$i_e = i_a + i_g = f(V_a + g\, V_g) \tag{1}$$

In het beschouwde gebied van rooster- en anodespanningen bepalen dus zoowel V_a als V_g den emissiestroom, doch zoodanig dat

$$\left(\frac{\partial\, i_e}{\partial\, V_a}\right)_{V_g} = \frac{1}{g}\left(\frac{\partial\, i_e}{\partial\, V_g}\right)_{V_a} \tag{2}$$

welke uitdrukking (2) men als definitie van den versterkingsfactor g kan kan beschouwen en die direct leidt tot (1).

De groote nauwkeurigheid, waarmede aan (1) voor het gebruikelijke

gebied van V_a en V_g in een goed geconstrueerde triode wordt voldaan, wijst reeds op het feit dat de grootte van den emissie-

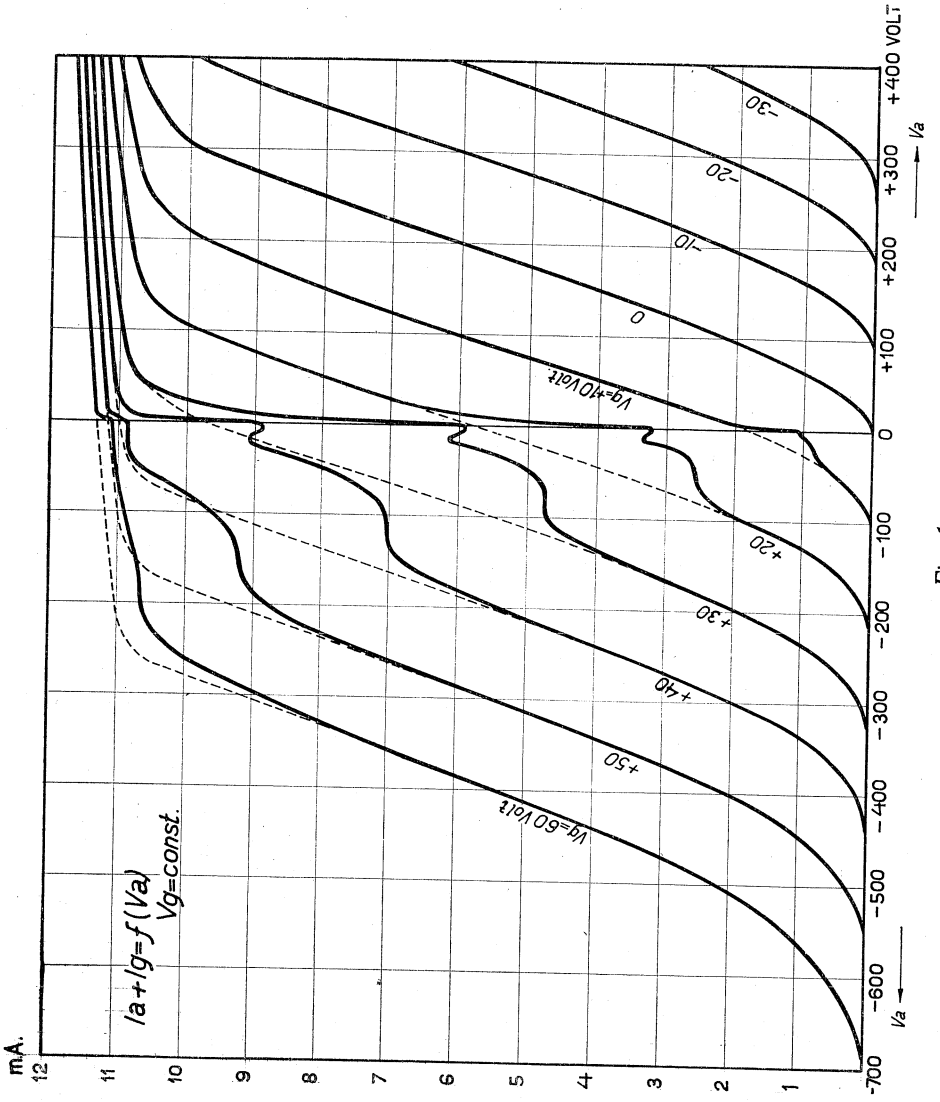


Fig. 1.

stroom i_e slechts door de electrostatische krachten, die bij afwezigheid van eenige ruimtelading (dus bij kouden gloeidraad) aan de oppervlakte van den gloeidraad zouden bestaan, wordt bepaald.

Zooals reeds in dit tijdschrift werd beschreven [1]), geldt de

[1]) Van der Pol, Physica III, 253, 1923.

emissieformule (1) echter niet algemeen en over de afwijkingen van (1) die zich bij alle normale trioden voordoen, zal hier in 't kort iets worden medegedeeld.

Fig. 1 stelt een serie krommen voor opgenomen aan een normale triode, type E, waarbij als ordinaat de emissiestroom $i_a + i_g$ is uitgezet, als abscis de anodespanning V_a, terwijl de roosterspanning V_g parameter is. Gold inderdaad over het geheele gebied de emissiewet (1) dan zouden alle krommen uit elkaar door eenvoudige parallelverschuiving kunnen worden afgeleid. Immers, aangezien de versterkingsfactor g ongeveer 10 is, zou men, nadat men b.v. de roosterspanning 10 Volt grooter gemaakt heeft dezelfde punten moeten terugvinden bij anodespanningen die $g \times 10 = 100$ Volt lager liggen.

Nu blijkt uit de fig. dat inderdaad wanneer

$$V_g < 0$$

een nauwkeurige parallelverschuiving de krommen uit elkaar doet ontstaan. In dit gebied geldt dus (1) volkomen.

In fig. 1 vertoonen echter de krommen behoorende bij $V_g = +10, +20, +30$, enz. .... $+60$ Volt groote afwijkingen van bovengenoemde wet, tot zelfs ongeveer 50 %. Men ziet dat uit deze krommen stukken missen. De krommen zooals men die verwachten zou volgens (1) zijn in de fig. gestippeld aangegeven. De afwijkingen, zooals uit de figuur volgt, beginnen allen nauwkeurig op de plaats waar

$$V_a = V_g$$

wordt, en de afwijkingen houden op, zoodat weder de normale krommen worden verkregen, zoodra $V_a = -4{,}6\ V_g$ is geworden. De constante verhouding van de potentialen laat als *oorzaak* van het verschijnsel electrostatische krachten vermoeden. Het *resultaat* echter, n.l. de grootte van de afwijking van (1) hangt, zooals fig. 1 laat zien, samen met den stroom, die men volgens (1) zou verwachten, en is dus niet lineair, evenmin als de functie f uit (1) zelf.

Als de meest waarschijnlijke verklaring voor deze afwijkingen komt ons thans het volgende voor:

Denkt men zich de roosterpotentiaal positief, doch de anodepotentiaal een weinig negatief (de potentialen steeds gerekend ten opzichte van den gloeidraad). De electronen worden dan van den gloeidraad weggetrokken naar het rooster. Een groot deel gaat

evenwel door de mazen van het rooster heen en komt daar in een vertragend veld dat ze weder terugstuwt. Er is veel kans dat zij dan niet direct naar het rooster getrokken zullen worden en een groot aantal zal dus weer van buiten naar binnen door het roostervlak gaan en vervolgens in de buurt van den gloeidraad belanden. In dit gebied heerscht echter een lage potentiaal en daar ter plaatse zullen de terugkeerende electronen dus langzaam moeten loopen. Aldus leveren deze electronen *voor de tweede maal* een niet te verwaarloozen bijdrage tot de totale ruimtelading in de omgeving van den gloeidraad! Ten slotte komen deze electronen, nadat zij voor de tweede maal en event. derde maal weder in de buurt van den gloeidraad geweest zijn, op het rooster terecht. Door de vergrooting van de ruimtelading rondom den gloeidraad zal een toestand ontstaan waarbij totaal minder electronen den gloeidraad verlaten dan men zou verwachten op grond van de emissieformule (1).

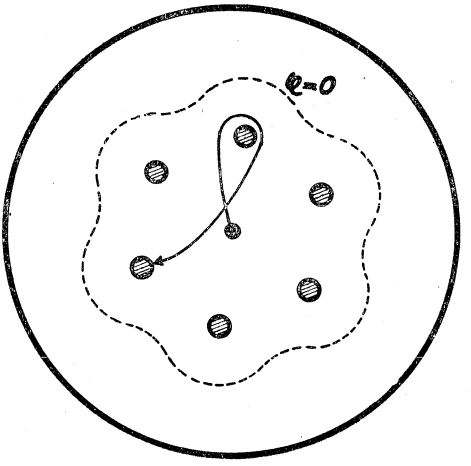


Fig. 2.

Schematisch is een baan afgebeeld in fig. 2 die een doorsnee geeft loodrecht op de as van een triode met rooster bestaande uit parallele staven. De anode is negatief gedacht en het rooster positief.

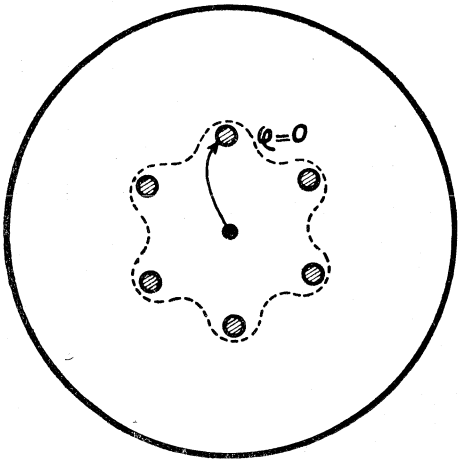


Fig. 3.

Gestippeld is in deze figuur het aequipotentiaalvlak voor de potentiaal $\varphi = 0$ aangegeven, waardoorheen de electronen nooit kunnen dringen.

Maakt men de anode nog meer negatief dan in het juist beschouwde geval, dan zal het aequipotentiaalvlak

$\varphi = 0$ tusschen rooster en anode verder naar binnen dringen en dichter om de roosterdraden zich heensluiten. Men krijgt dan den toestand, zooals schematisch in fig. 3 is aangegeven. Er zal dan voor de electronen geen ruimte meer over zijn om rond de roosterdraden te loopen en alle electronen zullen direct op het rooster „vallen". Zij zullen dan *niet* voor de tweede maal weder in de omgeving van den gloeidraad belanden en de ruimtelading, die zich daar vormt is weer geheel normaal en de emissiestroom voldoet weder aan de uitdrukking (1). Hiermede zijn, althans qualitatief, de afwijkingen van (1) verklaard.

Aangezien de banen in het veld bepaald worden door de verhouding V_a / V_g [1]) is het duidelijk, dat onafhankelijk van de absolute waarde van V_a en V_g zelf, bij een bepaalde verhouding van deze potentialen de afwijkingen van (1) zullen optreden. Wij zagen reeds uit Fig. 1, dat de afwijkingen zich het eerst voordoen waar $V_a / V_g = 1$, juist het punt waar de electronen voor het eerst een vertragend veld vinden, en ophouden zoodra $V_a / V_g = -4{,}6$. Een hier niet weergegeven berekening toont aan, dat voor deze laatste verhouding van anode tot roosterpotentiaal, het aequipotentiaalvlak $\varphi = 0$ midden tusschen de roosterdraden in juist van buiten naar binnen door het roostervlak heen gedrongen is.

Dat men in het beschreven verschijnsel niet te doen heeft met electronen, die weder naar den gloeidraad zelf terugkeeren, volgt uit het feit, dat het verschijnsel verdwijnt, wanneer men de temperatuur van den draad zooveel lager kiest dat deze een verzadigingsstroom van 10 μA. in plaats van 10 mA. heeft, ofschoon voor een zelfde waarde van V_a / V_g weder dezelfde banen worden doorloopen. Waaruit men kan concludeeren dat de ruimteladingen de oorzaak moeten zijn. Voorts blijkt experimenteel dat bij trioden waarin de gloeidraad opzettelijk uit de as is aangebracht, het verschijnsel veel minder geprononceerd is. Zooals ook verwacht kan worden werd experimenteel bevestigd gevonden, dat secundaire electronen bij het beschreven verschijnsel geen rol spelen.

Niet altijd zal de beschreven toestand, waarbij de primaire electronen voor de tweede maal bij den gloeidraad komen en daar weder een ruimtelading vormen, stabiel zijn. Wij kunnen ons n.l. afvragen wat er gebeurt, wanneer van de gemiddelde toestand door een of andere oorzaak een toevallige afwijking ontstaat. Nemen wij aan, dat op een tijdstip $t = 0$ meer dan

[1]) l.c.

normaal electronen den gloeidraad verlaten. Na een tijd T, die de electronen noodig hebben om éénmaal om de roosterdraden heen te loopen, zullen deze weer bij den gloeidraad belanden en daar een tweede ruimtelading vormen die grooter is dan normaal. Op dit moment ($t = T$) kunnen derhalve slechts minder dan het normale aantal electronen den gloeidraad verlaten en dit kleine aantal zal na een rondgang om de roosterdraden, dus op tijd $t = 2\,T$, weder in de buurt van den gloeidraad komen en daar een aantal nieuwe electronen aan den gloeidraad laten ontsnappen dat grooter is dan normaal. Op deze wijze zal een toevallige afwijking aanleiding zijn tot het optreden van een pulseerenden emissiestroom waarvan de periode afhankelijk is van den tijd die een electron noodig heeft om eenmaal rond de roosterdraden te loopen. Deze tijd hangt slechts af van de potentialen V_a en V_g. De frequentie van de trillingen wordt dus slechts door de potentialen bepaald en niet door capaciteit en zelfinductie van de uitwendige ketens. Inderdaad zijn door Barkhausen en Kurz [1]) dergelijke trillingen waargenomen; zij zijn later verder onderzocht door Scheibe [2]). Met hooge potentialen komt men zoo tot trillingen met een golflengte van de orde van 30 cm. Het mechanisme waardoor deze trillingen onderhouden worden was echter nog onbekend. Voor zoover is na te gaan kunnen deze Barkhausen-trillingen zich slechts voordoen in de gebieden waarin de beschreven afwijkingen van (1) voorkomen. Voorts zijn deze trillingen gemakkelijker op te wekken met goed gecentreerde gloeidraden en met ruime emissiestroomen. Beide feiten bevestigen bovenstaande opvatting.

Het beschreven effect werd practisch toegepast bij het ontwerpen van tetroden. Zooals bekend is, worden in een tetrode de electronen die uit den gloeidraad komen eerst versneld door de positieve potentiaal van b.v. + 10 Volt van het binnenrooster en dan verder geregeld door het controleerende rooster, dat een potentiaal heeft van ongeveer — 1 Volt, om voor een deel tenslotte op de positieve anode te vallen. Vat men buitenrooster en anode op als een enkele electrode die men zich in het vlak van het buitenrooster kan denken met een potentiaal gegeven door $V_g + 1/g\, V_a$, welke uitdrukking onder practische omstandigheden in de buurt van nul is, dan gaat de tetrode over in een triode met een anodepotentiaal van ongeveer 0 Volt en een roosterpotentiaal van

[1]) Barkhausen en Kurz, Phys. Ztschr. 21, 1, 1920.
[2]) Scheibe, Ann. d. Phys. 73, 54, 1923.

ongeveer + 10 Volt. Onder normale omstandigheden ondervinden de electronen in een tetrode dus een soortgelijke vertraging als in het beschreven abnormale gebied van de karakteristieken van een triode.

Analoog aan (1) vindt men vaak in de literatuur voor de emissiestroom in een tetrode opgegeven

$$i_e = i_a + i_g + i_{g1} = f\{V_a + g_1 (V_g + g_2 V_{g'})\} \qquad (1a)$$

waarin de index g′ op het binnenrooster betrekking heeft, g_1 en g_2 de beide versterkingsfactoren zijn.

Juist in het gebied, waarin de tetrode normaal gebruikt wordt, ondergaan zooals gezegd, de electronen vertragingen en onder deze omstandigheden gelden in het algemeen (1) en (1a) *niet*. Zooals uit fig. 1 blijkt, kan de afwijking van (1) als gevolg van de tweede ruimtelading, de emissiestroom aanmerkelijk steiler doen verloopen dan zonder deze afwijking het geval zou zijn.

In fig. 4 is een enkele karakteristiek gegeven van een tetrode D_6. Uitgezet zijn de stroomen naar het binnenrooster $i_{g'}$, naar het buitenrooster i_g en naar de anode i_a als functie van den buitenroosterpotentiaal V_g, bij constant gehouden

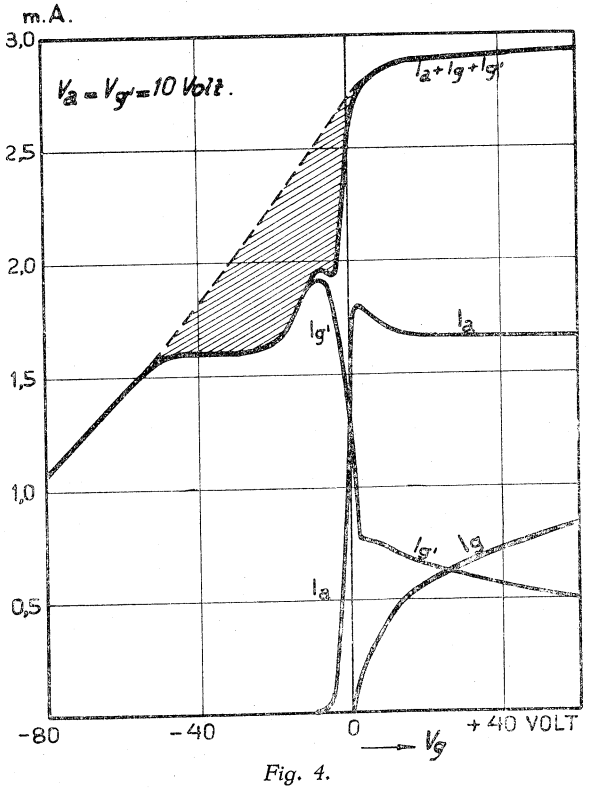


Fig. 4.

$$V_a = V_{g'} = 10 \text{ Volt.}$$

Zooals uit de bovenste kromme, die de totale emissiestroom

$$i_e = i_{g'} + i_g + i_a$$

aangeeft, blijkt, treden de afwijkingen van (1a) (geärceerd weergegeven) op als gevolg van de besproken secundaire ruimtelading. Van het steilere verloop van den emissiestroom i_e ter plaatse kan door geschikt gekozen afmetingen der roosters een optimum gebruik worden gemaakt.

Het binnenrooster met positieven potentiaal in een tetrode verkleint dus aan den eenen kant wel de ruimtelading van den gloeidraad, maar het veroorzaakt aan den anderen kant toch weer de besproken secundaire ruimtelading van de primaire elektronen, die als gevolg heeft, dat de emissiestroom ongeveer 10 maal steiler verloopt dan zonder deze secundaire ruimtelading het geval zoude zijn.

Summary.

Deviations up to 50 % from the generally accepted formula $i_a + i_g = f(V_a + g\,V_g)$ are discussed. They occur in the region $-4{,}6 < V_a/V_g < +1$, and are due to electrons first travelling through the holes in the grid, which are there upon repelled by the anode field. A part of these electrons traverses the grid surface for the second time but in the opposite direction and thus they form a secundary space charge near the cathode which reduces the total number of electrons leaving the cathode per second.

This state of affairs may be unstable in which case Barkhausen oscillations may be produced the frequency of which only depends upon the values of V_a and V_g.

The basic action of tetrodes with a space charge gird in reduced to the same cause, the inner (positive) grid on the one hand not only compensating for a part the normal space charge, but producing on the other hand the above mentioned secondary space charge, thus causing the emission current to have a slope 10 times bigger than would be the case without this secondary space charge.

Eindhoven, Dec. 1924. NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN

OVER HET METEN DER INTENSITEIT VAN RÖNTGENSTRALEN [1])

door A. BOUWERS.

1. *Doel van het onderzoek.*

De fotografische plaat is tot nu toe niet een gebruikelijk middel om quantitatieve intensiteitsmetingen van Röntgenstralen te verrichten. Integendeel, het ontbreekt in de literatuur niet aan opmerkingen, die op de ongeschiktheid van de fotografische methode

[1]) Verkorte dissertatie, Utrecht 1924.

als meetmethode wijzen. Hier tegenover staat, dat de fotografische plaat als qualitatief meetmiddel zeer eenvoudig is en binnen ieders bereik.

Doel van dit onderzoek was nu, na te gaan, in hoeverre de fotografische methode voor het nauwkeurig meten der intensiteit van Röntgenstralen kan dienen. Daartoe is in de eerste plaats noodig, te weten, welke betrekking bestaat tusschen de zwarting van de fotografische plaat door Röntgenstralen en belichtingstijd, intensiteit en golflengte der stralen.

Een onderzoek naar deze betrekkingen is in dit tijdschrift [1]) reeds gepubliceerd en ook zijn reeds een paar voorloopige voorbeelden van intensiteitsmetingen gegeven. In dit uittreksel willen wij volstaan met het beschrijven der methode, gevolgd voor metingen in het continue Röntgenspectrum. Voor niet spectrale metingen kunnen wij dan slechts naar de dissertatie verwijzen.

2. *De spectrograaf.*

De opnamen der spectra werden verricht met den spectrograaf van Seemann. Deze kan worden ingesteld volgens de „Lochcameramethode", waarbij de spleet tusschen het kristal en de fotografische plaat wordt geplaatst en ook volgens de „Schneidenmethode".

Bij deze laatste methode wordt geen spleet gebruikt, doch wordt een loodscherm op geringen afstand van het kristal geplaatst, gelijk dit voor de wig W in fig. 1 is aangegeven.

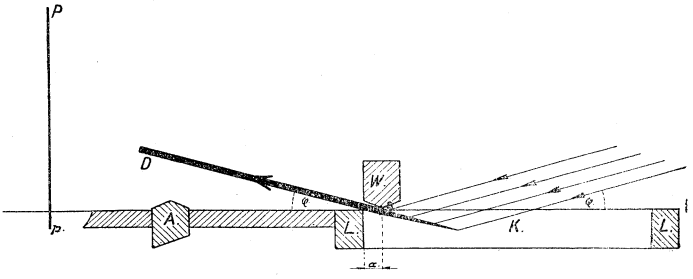


Fig. 1.

De figuur laat schematisch een stand van den spectrograaf zien, waarbij men zoowel van lochcameramethode als van scheidenmethode zou kunnen spreken; K is het reflecteerende kristal. De opening s van de spleet en de afstand a tusschen de spleet s en

[1]) Physica 3, 113, 1923.

het looden blok L bepalen de breedte van den gereflecteerden stralenbundel, onafhankelijk van de uitgebreidheid van den opvallenden bundel. De geheele spectrograaf is draaibaar om een verticale as door de spleet s. De draaiïng geschiedt door middel van een uurwerk. Een hartvormig drijfwiel en een windvleugel zorgen, dat de beweging zooveel mogelijk eenparig is. Al naar de instelling van den spectrograaf kunnen drie gebieden heen en terugwaarts doorloopen worden, n.l. gebieden van 10^0, 6^0 en 4^0.

De antikathode beweegt zich ten opzichte van het kristalvlak zoo, dat de hoek φ, het complement van den invalshoek, van 0^0 tot 10^0 (resp. $0-6^0$ of $0-4^0$) varieert. Er heeft telkens reflectie plaats van dat gedeelte van den invallenden stralenbundel, waarvoor de golflengte λ voldoet aan de betrekking

$$n\,\lambda = 2\,d \sin \varphi .$$

In deze formule is, zooals gebruikelijk, d de tralie-constante van het kristal en n een geheel getal. De gereflecteerde stralenbundel sD veroorzaakt op de fotografische plaat P een zwarting. Deze hangt af van den tijd gedurende welken de spectrograaf zich in den stand φ bevindt en van de intensiteit van den gereflecteerden stralenbundel.

3. *De demonteerbare Röntgenbuis.*

Bij dit onderzoek werd een gemakkelijk uit elkaar te nemen Röntgenbuis gebruikt, waarvan wij hier een korte beschrijving laten volgen.

De kathode en de antikathode van de buis, die steeds in verbinding met een pomp gebruikt werd, waren beide uitneembaar en konden in eenige minuten worden verwisseld, zonder dat van lak of slijpstukken gebruik gemaakt behoefde te worden.

Uit figuur 2 blijkt de wijze, waarop dit kon geschieden.

De buis bestaat uit drie metalen cylinders A, B en C, die door glas zijn verbonden. Het metaal is een chroomijzerlegeering, die thans bij de N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken te Eindhoven een uitgebreide toepassing vindt in Röntgenbuizen, zendlampen, enz. De antikathode en de kathode zijn vast aangesmolten aan glazen „voetjes" (V_2 en V_3), die tusschen rubberringen R_1, R_2, R_3 en R_4 met behulp van schroefdraad worden vastgeklemd. De rubberringen worden daarbij van een weinig olie voorzien. De buis is op deze wijze volkomen dicht.

In de cylinder B kan een dun venster F bevestigd worden, zooals de figuur aangeeft, eveneens tusschen rubberringen en door middel van schroefdraad en moer.

4. *Het opnemen der spectra.*

Het is bekend, dat de zwarting van de fotografische plaat in den spectrograaf niet een direct beeld voor de spectrale intensiteitsverdeeling geeft.

Zoo treedt steeds, tengevolge der selectieve absorptie van het zilver in de fotografische plaat, een discontinuiteit op (zie fig. 5) op de plaats, die met de *K*-absorptiegrens van zilver overeenkomt. Ook is de absorptie in de film voor de verschillende golflengten verschillend en zal die in het algemeen toenemen met de golflengte. De zwarting van de plaat is tengevolge daarvan voor de grootere golflengten te groot.

Het is echter mogelijk gebleken de fouten tengevolge van dit effect, de variatie van de absorptie met de golflengte, op eenvoudige wijze te elimineeren. Daartoe wordt in de camera van den spectrograaf in plaats van een enkele plaat, een 5-tal films achter elkaar geplaatst, die dus in afnemende mate gezwart worden.

Tegelijk met het spectrum wordt op een aparte film, uit hetzelfde stuk gesneden, een zwartingsschaal opgenomen. Er wordt dus niet voor elke golflengte afzonderlijk een zwartingsschaalgemaakt. Daar n.l. de constante C in de zwartingsformule niet van de

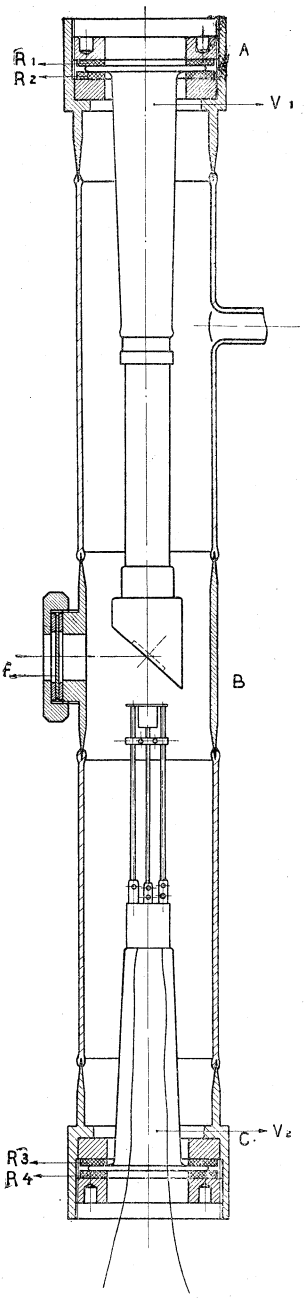


Fig. 2.

golflengte afhangt [1]) zullen zwartingsschalen, door elk der golflengten veroorzaakt, dezelfde intensiteitsverhoudingen opleveren.

Als voorbeeld laten wij het resultaat der fotometrie van een spectrum volgen en ook de zwartingsschaal (de abscissen leveren

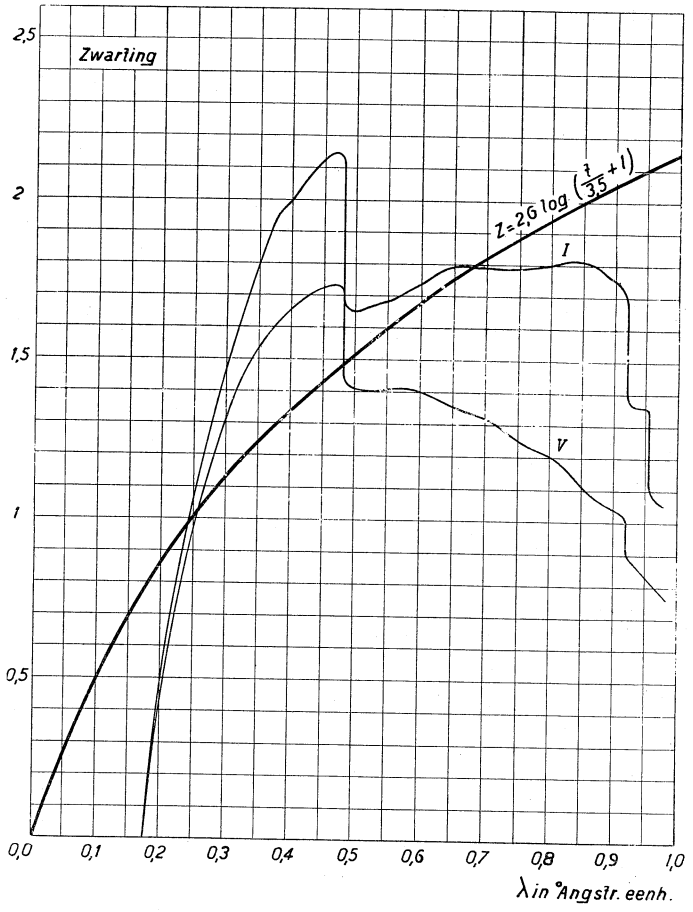


Fig. 3.

daarbij de relatieve intensiteiten). In fig. 3 stelt I de zwarting der 1e film, V de zwarting der 5e film voor.

Verder geeft fig. 4 de intensiteiten, die uit de gevonden zwartingen (curven I en V) zijn afgeleid met behulp van de zwartingsschaal.

Uit de zoo gevonden intensiteitsverdeelingen is voor elke golflengte de procentueele absorptie per film af te leiden. Nemen

[1]) Physica 3, 113, 1923.

wij b.v. de golflengte 0,5 Å. De eerste vier films hebben de intensiteit blijkbaar zooveel verzwakt, dat die, welke de 5e film trof, nog slechts 0,76 van de intensiteit bedroeg, welke op de 1e film viel. Nemen we uit dit getal de 4e machtswortel, dan vinden



Fig. 4.

we voor de verzwakking, welke door een film werd teweeggebracht:

$$6{,}5\ {}^0/_0 \text{ daar } \sqrt[4]{0{,}76} = 0{,}935.$$

Hieruit volgt dus, dat de procentueele absorptie in de 1e film 6,5 $^0/_0$ bedroeg voor die stralen, waarvoor de golflengte 0,5 Å was.

Op deze wijze is nu voor een aantal der golflengten de procentueele absorptie per film bepaald. Met behulp van deze waarde kon de intensiteitsverdeeling, zooals curve *I* (fig. 4) die aangeeft,

gecorrigeerd worden voor verschillende absorpties der stralen van verschillende golflengten in de film. Zoo is curve R ontstaan als volgt: Indien de absorptie in de 1e film voor alle golflengten 10 % bedragen had, dan zouden wij b.v. de intensiteit van de golflengte 0,5 Å grooter gevonden hebben en wel in de verhouding 6,5 : 10 vergroot. Zoo zou echter voor de golflengte 0,45 Å de intensiteit iets kleiner gevonden zijn, n.l. verkleind in de verhouding 10,5 : 10. Op deze wijze is van elke golflengte de intensiteit bepaald, die met een absorptie van 10 % zouden overeenkomen.

De grootste systematische fouten van de fotografische plaat, die te danken zijn aan het groote verschil in absorptie der verschillende golflengten, zijn nu gecorrigeerd.

Wij hebben voor dit voorbeeld een spectrum genomen van een wolframantikathode bij een spanning, die juist niet hoog genoeg was om de K-stralen van wolfram op te wekken, zoodat alleen het continue spectrum optreedt en geen lijnen (van de L-reeks worden in den spectrograaf hoogstens enkele lijnen opgenomen).

Verder geldt het voorbeeld voor stralen, die niet den glaswand eener Röntgenbuis, doch slechts een aluminiumvenster van circa 0,05 mm doorloopen hebben.

De kromme R van fig. 4 geeft nu al veel beter de werkelijke intensiteitsverhouding in het spectrum weer dan de krommen I en V van fig. 3. Men kan op deze wijze de intensiteitsverdeeling in het continue Röntgenspectrum metend, zeer goed relatieve veranderingen ten gevolge van een andere aangelegde spanning enz. bepalen.

Zelfs kunnen we nog iets verder gaan. Het gevonden resultaat mag, afgezien dan van een iets geringere nauwkeurigheid, gelijkwaardig genoemd worden aan de resultaten, die men met de de ionisatiemethode verkrijgt. Bij de ionisatiemethode blijft het ook nog de vraag, in hoeverre de geabsorbeerde energie door den ionisatiestroom gemeten wordt. Dit geldt natuurlijk in versterkte mate voor die metingen met de ionisatiemethode, waarbij geen correctie voor onvolledige absorptie in de ionisatiekamer werd aangebracht. Deze correctie toch brachten wij wel aan door meerdere films toe te passen.

De overeenkomst, die er bestaat tusschen de gewoonlijk met de ionisatiemethode gevonden krommen en de onze is evenwel treffend.

Voorbeelden van spectra geeft fig. 5 en wel van een vijftal antikathoden.

Wij geven verder in deze paragraaf geen discussie der resultaten, omdat nog een belangrijke correctie ontbreekt, die neerkomt op het ijken van den spectrograaf en in het volgende zal worden beschreven.

5. *De absorptie in de film voor stralen van verschillende golflengten.*

Wanneer eens vooral voor een bepaalde filmsoort de absorptie als functie van de golflengte bekend is, kan men in plaats van de methode der vorige paragraaf te volgen, d.w.z. een aantal films te fotometreeren en hieruit telkens de verzwakking per film af te leiden, ook met één film volstaan. Nadat dan door middel van de zwartingsschaal de intensiteitscurve uit de zwartingscurve is afgeleid, kan men voor elke golflengte de bekende correctie aanbrengen. Door ons is steeds de hierboven beschreven methode gevolgd, omdat daardoor grooter nauwkeurigheid verkregen wordt. Bovendien wordt de absorptie onzeker, wanneer niet met juistheid de intensiteit der 2e en 3e orden bekend zijn. Daardoor vindt men een kleinere absorptie dan wanneer men slechts met de eerste orde alleen te doen had. Zoo valt b.v. de straling met een golflengte 0,8 Å samen met de 2e orde van de golflengte 0,4 Å, die in geringer mate geabsorbeerd wordt.

Toch hebben wij uit de gevonden waarden voor de absorptie per film in procenten als functie van de golflengten der gemiddelden bepaald.

Ten einde na te gaan in hoeverre de gevonden waarden voor de absorptie in de film overeenstemmen met de waarden welke men moet verwachten volgens de in de literatuur bekende absorptiecoëfficiënten van de bestanddeelen van de film, hebben wij eenige films chemisch geanalyseerd en wel in het bijzonder de hoeveelheid zilver per cm^2 film bepaald. Daaruit kan men de absorptie der film, voor zoover deze aan het zilver te danken is, bepalen. Wij hebben voor de berekening van de absorptie van de verschillende bestanddeelen van de film de door Glocker gegeven formules [1]) toegepast en vonden een zeer goede overeenstemming met de waarnemingen zooals uit de tabel blijkt.

Absorptie in de film in procenten.

Golflengte in Å	0,2	0,3	0,4	0,45	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
Berekend	1,6	3,8	7,3	10,0	5,6	9,0	13,7	19,1	26,5
Gemeten	1,8	4,0	7,7	10,0	5,6	8,8	13,0	18,6	25,5

1) Phys. ZS. **19**, 66, 1918.

Zooals gezegd, dient nu nog een correctie aangebracht te worden op de gevonden intensiteitsverdeeling, die neerkomt op het ijken van den spectrograaf.

Wij hebben daartoe den bolometer benut en wel een vacuum-bolometer.

6. *De bolometer.*

De vacuum-bolometer heeft twee belangrijke voordeelen. In de eerste plaats worden de uitslagen van den galvanometer bij gebruik van een vacuum-bolometer grooter, daar er dan geen warmte-afgifte aan de lucht plaats kan hebben, en het tweede voordeel is, dat geen storende invloeden tengevolge van luchtstroomingen kunnen optreden.

In het volgende geven wij een korte beschrijving van de door ons gebruikte vacuum-bolometer, aan de hand van het schema, (fig. 6).

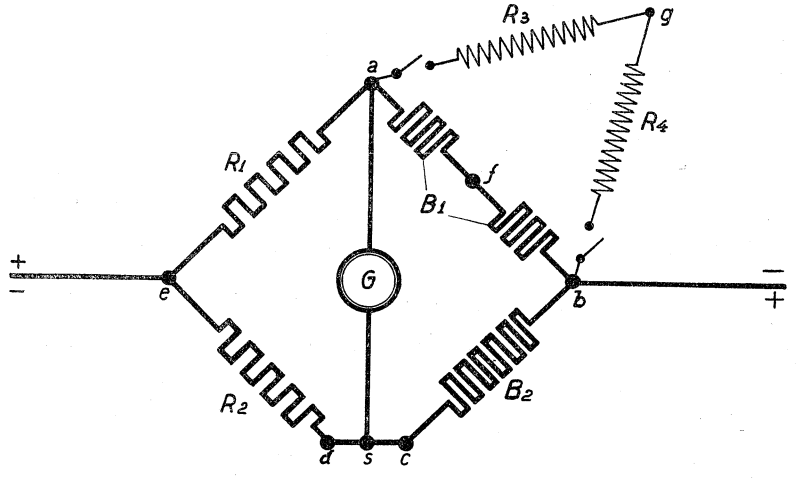


Fig. 6.

Wij hebben de brug van Wheatstone *a b c d e*, waarin B_1 de bestraalde bolometerweerstand is en B_2 een volkomen gelijk gebouwde weerstand. De bolometerweerstanden B_1 en B_2 bestaan uit platina. De platinabandjes zijn 4 mm breed, terwijl de dikte van het platina 0,03 mm bedraagt. Door middel van dunne reepjes platina is de geheele weerstand aan een glazen raampje vastgesmolten. De bevestiging geschiedt zonder moeite in de vlam, daar het platina reeds bij betrekkelijk lage temperatuur aan het glas vasthecht. Het voordeel boven

wikkelen op een raampje van mica, glas, enz. is, dat de warmteafgifte van het platina geringer is en men bovendien zeker is, dat geen verandering in de warmteafgifte optreedt tengevolge van wijziging van contact tusschen platina en glasraampje. De weerstanden B_1 en B_2 zijn zelf in glazen ballons ingesmolten, die luchtledig gepompt worden. De ballon die de bestraalde weerstand B_1 bevat, is bovendien voorzien van een chroomijzeren ring, waarin door middel van rubberringen en schroefdraad, zooals in fig. 2 is aangegeven een aluminiumvenster bevestigd kan worden. Het laatste is gewenscht, teneinde de absorptie van den glaswand van den bolometer te vermijden.

Keeren wij thans terug tot het schema van fig. 6.

De stroom wordt ingevoerd bij b en e. Daar de bolometerweerstanden B_1 en B_2 nagenoeg gelijk zijn, moeten dus ook R_1 en R_2 gelijk zijn. Op de kleine weerstand $d\,c$ (koperdraad van 1 mm doorsnede), is het contact g verschuifbaar, ten einde de instelling van den galvanometer G op nul nauwkeurig te kunnen verrichten. Om nu uit te maken, hoe groot de weerstanden R_1 en R_2 moeten zijn, opdat de gevoeligheid van den bolometer zoo groot mogelijk zij, dient men na te gaan, hoe groot de galvanometeruitslag wordt tengevolge van een kleine weerstandsverandering dB van den bolometerweerstand B_1. Daarbij dienen wij dan nog op te merken, dat de stroom i door den bolometer bij de meting constant dient gehouden te worden, daar ook een verandering van den stroom den galvanometer doet uitslaan.

Stelt men de weerstanden R_1 en $R_2 = R$, de weerstanden der bolometers $B_2 = B$ en $B_1 = B + dB$ en den galvanometerweerstand $= G$, dan leert een eenvoudige berekening, dat de stroom i_g door den galvanometer aan de volgende betrekking voldoet:

$$i_g = \frac{i\,dB}{2\,G}\,\frac{1}{1 + \frac{B}{G} + \frac{B}{R}}$$

Om een groote galvanometeruitslag te verkrijgen, moet men dus de weerstanden R_1 en R_2 $(= R)$ groot kiezen. Uit bovenstaande formule is bovendien af te leiden, dat B groot en G klein moet zijn, wat ook a priori wel te zeggen was. De galvanometeruitslag is met den bolometerstroom i evenredig. De stroom i kan men echter niet zoo groot kiezen als men wil, daar het nulpunt van den galvanometer bij sterke stroomen niet meer constant is, o.a. tengevolge van de thermokrachten die nog in den keten optreden.

Bij ons onderzoek was het echter mogelijk belangrijk sterker stroom te gebruiken dan door vroegere onderzoekers b.v. Angerer[1]) en Weeks[2]) geschiedde. Behalve aan het gebruik van den vacuumbolometer was dit wellicht mede te danken aan het feit, dat wij thermoelectrische krachten zooveel mogelijk vermeden hebben.

De bolometer is in een plaatijzeren kastje ingebouwd. De toevoerleidingen loopen door metalen buizen, die met aarde verbonden zijn en in de nabijheid van den bolometer bestaan uit buigbare ijzeren slang, zoodat het instrument verplaatst kan worden, hetgeen noodig is om den spectrograaf te kunnen opstellen. De galvanometer bevindt zich in den meest verwijderden hoek van het vertrek.

Ten behoeve van het ijken van den bolometer is de weerstand B_1 in twee gelijke stukken verdeeld en een derde uitvoerdraad aan het punt f gesoldeerd. De gebruikte galvanometer is een instrument volgens Deprez-d'Arsonval van Leeds en Northrup, met een gevoeligheid van 1 mm uitslag op 1 m afstand voor 6×10^{-9} A.

De weerstand bedraagt 119 ohm, zoodat 1 mm uitslag op 1 m afstand (4,5 mm op de door ons gebruikte schaalverdeeling op 4,5 m afstand) wordt veroorzaakt door een spanning van $7.1.10^{-7}$ V.

De periode van den galvanometer bedraagt 10 sec.; de verplaatsing van het nulpunt blijft beneden 1 mm op de schaal, wanneer de bolometer niet bestraald wordt.

7. *IJking van den bolometer.*

Bij de beschouwing van het schema van fig. 6 is nog niet van de weerstanden R_3 en R_4 melding gemaakt. Dit zijn weerstanden van ca. 300 Ohm, die dienen om met de twee helften fa en fb van den bolometerweerstand B_1 een brug van Wheatstone te vormen, waarin de stroom bij f en g wordt ingevoerd. De galvanometer wordt dus op 0 ingesteld, wanneer

$$R_3 \cdot R_{fb} = R_4 \cdot R_{fa}.$$

De weerstanden R_3 en R_4 moesten groot gekozen worden ten opzichte van den weerstand B_1 om de gevoeligheid van den bolometer niet te beinvloeden.

Dan wordt de weerstand van den tak ab bepaald door dien

[1]) Ann. d. Phys. **21**, 87, 1906.
[2]) Phys. Rev. **10**, 564, 1917.

van B_1, terwijl de weerstanden R_3 en R_4 daarop slechts een invloed van ca. 1 $^0/_{00}$ uitoefenen; de gevoeligheid van den bolometer is dus dezelfde na het aansluiten der weerstanden R_1 en R_3.

De ijking geschiedde nu als volgt: vooraf werd gedurende geruimen tijd de bolometerstroom gesloten die geleverd werd door een batterij van 24 volt met een weerstand in serie. Een stroom van circa 0,5 A kon gemakkelijk toegelaten worden, zonder dat het galvanometerbeeld zich verplaatste. Daarna werd de bolometerstroom uitgeschakeld en de stroom door $f\ a\ g$ en $f\ b\ g$ gezonden, welke stroom wij in 't vervolg den ijkstroom i_y zullen noemen. Nu werd door middel van een kleine verandering van R_3 (schuifweerstand) de galvanometer op nul gesteld. Bovendien werd daarna deze stroom door middel van een commutator omgekeerd om er zeker van te zijn dat de stroom i_y geen invloed op den stand van den galvanometer had. Eventueel optredende thermokrachten zouden op deze wijze moeten blijken.

De bolometerstroom werd vervolgens weer gesloten terwijl de stroom i_y verbroken was. Na de instelling op nul werd dan achtereenvolgens in beide richtingen de ijkstroom gesloten en de uitslagen daardoor teweeg gebracht, afgelezen.

Het resultaat van de ijking was, dat de energie per seconde, noodig om een uitslag van 100 schaaldeelen te veroorzaken $1{,}24.10^{-3}$ J bedroeg.

8. *Metingen met den bolometer.*

De eerste reeks metingen met den beschreven bolometer geschiedde aan stralen, uitgezonden door een wolfraam-antikathode, met verschillende spanningen aan de buis en dezelfde stroomsterkte. De uitslagen van den galvanometer na 10, 20 en 30 sec. belichtingstijd werden genoteerd, en uit de laatste de stationnaire uitslag berekend.

De lichaamshoek, die de grootte van den stralenkegel bepaalt, kan nauwkeurig gemeten worden door een fotografische plaat achter den bolometer te plaatsen, zoodat het schaduwbeeld van den bolometerweerstand op de plaat ontstaat. De oppervlakte van dit beeld, gedeeld door den afstand tusschen antikathode en fotografische plaat, leverde nauwkeurig den gezochten lichaamshoek op.

Daar de bolometerstand niet geheel de straling bij alle toegepaste spanningen absorbeerde, moet ne correctie voor deze onvolledige absorptie worden aangebracht.

Dit geschiedt als volgt: Nadat de uitslag (hiermede is in het

vervolg de stationnaire uitslag van den galvanometer bedoeld), veroorzaakt door ongefilterde straling, bepaald was, werd tusschen de buis en den bolometer een filter geplaatst van dezelfde dikte als de bolometer. Deze gefilterde straling had dus dezelfde intensiteit als die welke door den bolometer werd doorgelaten in het geval van ongefilterde straling.

De uitslag, door deze straling veroorzaakt, werd nu eveneens bepaald. Zoo ook de uitslag, veroorzaakt door straling, met platina van de dubbele bolometerdikte gefilterd, die dus weer de intensiteit aangaf van dat gedeelte der straling, hetwelk ook nog door den bolometer in het tweede geval werd doorgelaten. Ten slotte werd voor hardere stralen nog een derde filter van de dikte van den bolometer toegepast, zoodat ook nog bepaald werd, welk gedeelte der straling door platina van de 3-voudige dikte van den bolometer werd doorgelaten. Door de uitslagen tegen de dikte van het doorloopen filter uit te zetten, kan men op grafische wijze nauwkeurig bepalen welke uitslag bij totale absorptie in den bolometer verkregen zou zijn.

Bij metingen aan zachte stralen was de uitslag na filtering door de enkele bolometerdikte reeds zoo gering, dat het geen zin had, nog een tweede filter toe te passen.

Daar wij nu in staat zijn, de energie der Röntgenstralen in absolute waarde te bepalen, behoeven wij slechts de energie te kennen, welke aan de Röntgenbuis wordt toegevoegd, om het rendement ϱ van de Röntgenbuis te kennen. Daartoe is slechts noodig, de hoeveelheid verdampend water in de antikathodekoeler te meten.

In fig. 7 zijn de intensiteiten van de stralen van een viertal antikathoden als functie van de kwadraten der aangelegde spanningen uitgezet.

Uit de fig. blijkt dat de intensiteit bij benadering met het quadraat van de aangelegde spanning en tevens met het atoomnummer der antikathode evenredig is. Deze evenredigheden kunnen slechts bij benadering gelden, daar de eigenstraling der antikathode op het continue spectrum gesuperponeerd is. Dit laatste is ook bij de metingen van Kaye [1]) en Beatty [2]) het geval, bij wier metingen eveneens de eigenstraling der antikathode een rol speelt.

---

[1]) Phil. Trans. 1908.

[2]) Proc. Royal Soc. **89**, 314, 1914.

Wij kunnen volgens onze waarnemingen voor het rendement bij benadering schrijven:

$$\varrho = , \; 5{,}6 \; 10^{-10} \; N \; V ,$$

waarin N het atoomnummer en V de spanning in volts voorstellen.

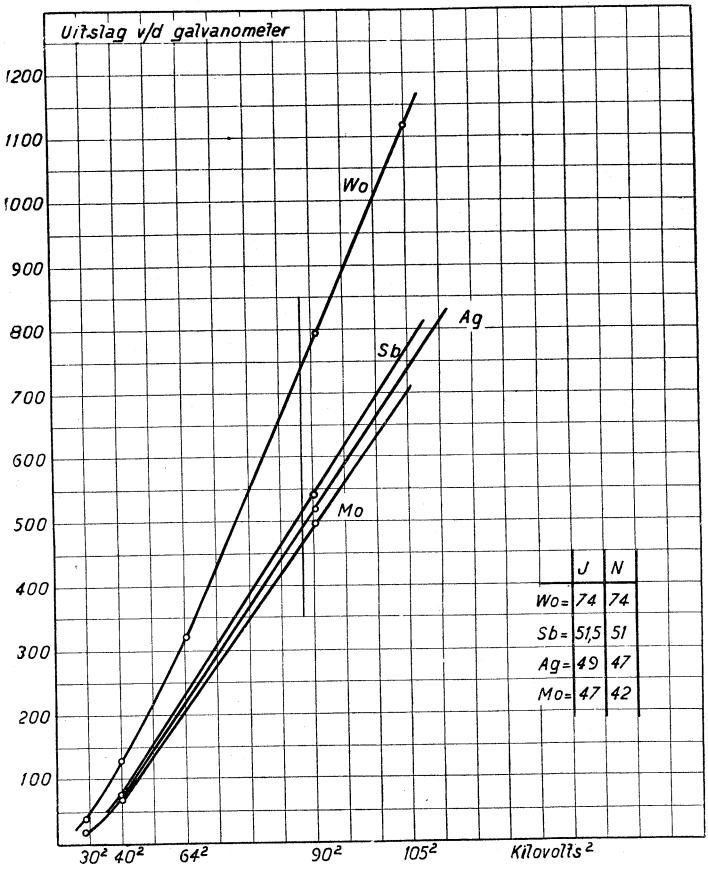


Fig. 7.

9. *IJking van den spectrograaf met behulp van den bolometer.*

De in fig. 4 gevonden curve R geeft nog niet de juiste intensiteitsverdeeling van de Röntgenstralen zooals deze op den spectrograaf vallen. Zoo zijn b.v. de intensiteit der kristalreflectie, de absorptie in de verschillende doorloopen middenstoffen en het „fotografisch effect" der Röntgenstralen functies van de golflengte. Ook heeft superpositie van de spectra der tweede en derde orde

op het spectrum der eerste orde plaats. In plaats van voor elk dezer fouten een correctie aan te brengen hebben wij den spectrograaf geijkt.

Door middel van een 5-tal antikathoden van Pt, Wo, Sb, Ag en Mo, resp. gefilterd met Wo, Ha, Cd, Pd en Zr, verkregen wij vijf monochromatische stralen met voldoende intensiteit om direct met den bolometer gemeten te kunnen worden.

Daarbij werd met de verschillende absorptie van elk der golflengten in den bolometer rekening gehouden. De meting der intensiteiten met den bolometer geschiedde geheel, zooals boven beschreven is.

Nadat met behulp van den bolometer de intensiteit van een der golflengten bepaald was, werd de spectrograaf belicht, die steeds geheel op dezelfde wijze werd ingesteld, als voor het opnemen der volledige spectra en weer gesteld op een draaiingsgebied van 10°. Twee of soms drie achtereenvolgende golflengten, werden op eenzelfde film opgenomen of wel op twee films, uit hetzelfde stuk gesneden en dan tegelijk ontwikkeld. Fig. 8 geeft een drietal voorbeelden van op deze wijze opgenomen spectra.

Dadelijk na de opname met den spectrograaf werden een aantal belichtingen met dezelfde stralen gemaakt op een aparte film, eveneens uit hetzelfde stuk gesneden. Deze film werd nu tegelijk met de spectrumfilm ontwikkeld en diende als zwartingsschaal.

Allereerst kan nu uitgemaakt worden, hoe groot de correctie moet zijn voor de superpositie van de 2de en 3de orden. Uit de zwartingen, veroorzaakt door de 1ste en 2de orde der platina K_α-lijn, kan men via de zwartingsschaal direct de intensiteitsverhouding afleiden. De intensiteiten der 2de en 3e orde bedroegen gemiddeld resp. 15 % en 6 % van die der 1ste orde.

Uit de gevonden zwartingen kon echter nu tevens voor elke golflengte de coëfficienten s worden afgeleid die de verhouding aangeeft tusschen de in den spectrograaf gevonden intensiteit en de bolometrisch gemeten intensiteit.

Uit een zevental reeksen van waarnemingen werden voor deze golflengten voor s de gemiddelden waarden: 1,0; 1,0; 1,4; 1,95 2,6 gevonden.

De waarden der coëfficiënten s, die het resultaat der ijking van den spectrograaf voorstellen, zijn grafisch uitgezet, ten einde door middel van een kromme ook de interpolatie voor andere golflengten dan de bestudeerde mogelijk te maken. In fig. 9 zijn

tenslotte de twee correcties aangebracht aan de curve van fig. 4.

In de figuur stelt A de intensiteitsverdeeling voor, zooals die in fig. 4 gevonden werd. Curve B geeft het resultaat aan van de correcties voor de superpositie van de 2de en 3de orden. Ten slotte geeft curve C de intensiteitsverdeeling, zooals die volgens

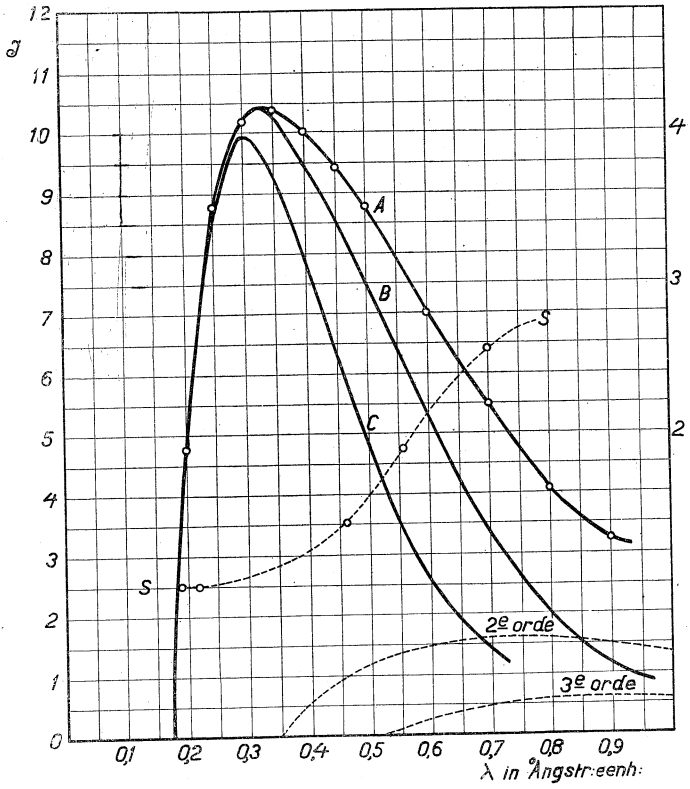


Fig. 9.

onze bepalingen het best wordt benaderd. De curve C is uit curve B ontstaan, door de ordinaten van elk der golflengten te deelen door den coëfficiënt s, waarvan de waarde in de kromme S is af te lezen. Bij het beoordeelen der curve C dient men er op te letten, dat geen correctie is aangebracht voor de absorptie in 0,05 mm aluminium en voor de absorptie in de antikathode.

De intensiteit der grootere golflengten is dus iets grooter, dan uit de curve C volgt.

Hoewel het in onze bedoeling ligt, in een afzonderlijk onderzoek

den invloed der verschillende spanningsvormen op de intensiteitsverdeeling na te gaan, willen wij toch eenige conclusies reeds hier vermelden.

Vooreerst blijkt dat het product der minimum golflengte en der maximum spanning steeds in overeenstemming met de theorie der quanta, constant is, onafhankelijk van den hoek, welken de Röntgenstralen met de richting der kathodestralen maken. Volgens de betrekking $e\,V = h\,\nu_0 = \frac{h\,c}{\lambda_0}$ geldt: $V\,\lambda_0 = 12{,}35$ wanneer V de spanning in kilovolts, λ_0 de min. golflengte in $Å$ zijn. Wij vonden gemiddeld 12,5.

Verder bedraagt de verhouding der golflengte waarvoor de energie maximaal is tot de minimum golflengte steeds ongeveer 1,75. Op deze verhouding zijn de door ons toegepaste spanningsvormen niet van invloed. Wel blijkt een kleine afname dezer verhouding bij lagere spanning te bestaan, doch bij een spanning van 40 K.V. maximaal bedraagt zij nog meer dan 1,5. Wij kunnen den volgenden practischen regel geven: Wanneer de spanning aan de Röntgenbuis V in kilovolts en $\lambda_{max.}$ in $Å$ gemeten wordt dan geldt bij benadering:

$$\lambda_{max.}\, V = 20.$$

10. *Zwarting en absolute intensiteit.*

In het voorgaande is nog niet de vraag beantwoord, in hoeverre bepaalde door de plaat geabsorbeerde hoeveelheden Röntgenenergie van verschillende golflengten dezelfde zwarting veroorzaken. Voor zichtbaar licht, waarvoor de exponent p in de wet van Schwarzschild

$$Z = f(I\,t^p)$$

aanmerkelijk van de eenheid verschilt, heeft een analoge vraag geen zin. Bovendien is voor zichtbaar licht de selectieve gevoeligheid voor verschillende kleuren zeer groot, terwijl andere kleuren op de fotografische plaat vrijwel geen invloed hebben.

Door Barkla en Martyn [1]) is reeds in 1913 de vraag, welke wij hierboven noemden, op eenigszins andere wijze gesteld en beantwoord.

Het „fotografisch effect" van stralen van verschillende golflengte, zooals dit uit de metingen van Barkla en Martyn is af te

[1]) Phil. Mag. 25, 296, 1913.

te leiden, bedraagt voor de golflengte 0,35; 0,47; 0,56; 0,70 Ångströmeenheden resp. 5; 5; 8; 9. De absolute waarde dezer getallen is zooals vanzelf spreekt willekeurig gekozen.

Uit de zwartingen, veroorzaakt op films, welke bij het vermeld onderzoek als zwartingsschaal dienden, en de daarbij met den bolometer gemeten energieën, konden wij bepalen hoe de belichtingen zich verhielden, van stralen der verschillende door ons toegepaste golflengten bij dezelfde veroorzaakte zwarting. Aangezien tevens de absorptie in de film voor elk der golflengten bekend is, konden wij uit die belichtingen het fotografisch effect berekenen. De resultaten van deze reeks metingen zijn:

Golflengte:	0,19;	0,22;	0,47;	0,56;	0,71 Å
Fotografisch effect:	1;	1,1;	1,1;	1,3;	1,7

De nauwkeurigheid gaat niet verder dan tot ca. 10 %, aangezien de zwartingen weliswaar op films met hetzelfde emulsie-nummer werden aangebracht, doch de films afzonderlijk, zij het dan ook onder zooveel mogelijk gelijke omstandigheden, ontwikkeld werden.

Uit deze metingen valt verder af te leiden, dat de hoeveelheid energie, die geabsorbeerd moet worden om een duidelijk waarneembare zwarting op te leveren, van de orde van 1 erg. per cm^2 is.

Summary.

A photographic method of measurement of X-Ray intensities has been developed. Especially the method has been applied to measurements in the continuous X-Ray spectrum. (In a former research [1]) the blackening laws of the potographic plate for X-Rays have been studied.)

In the Seemann-spectrograph a pile of X-Ray-films is used in stead of one single plate. Thus it is possible to eliminate the effect of variations of absorption with the wavelength. To eliminate other errors of the spectrograph and plate, the instrument has been checked by means of a number of monochromatic rays of known intensities (K_α-Rays of Bt, W, Sb, Ag, Mo). The intensities of these rays are measured with a bolometer.

A vacuum bolometer and a dismountable metal X-Ray tube are described. The efficiency ϱ of an X-Ray tube is found to be approximately

$$\varrho = 5{,}5.10^{-10}\ N.V.,$$

where N is the atomic number of the antikathodematerial and V is the voltage used.

The curve showing the distribution of energy in the continous X-Ray spectrum is given. The photographic effect of X-Rays as a function of the wave-length is investigated.

1) Physica 3, 113, 1924.

OVER ELECTRONEGATIEVE WATERSTOF

door A. D. FOKKER.

In de vorige aflevering van dit tijdschrift hebben de heeren A. E. van Arkel en J. H. de Boer [1]) opmerkzaam gemaakt op zekere betrekkingen tusschen de kookpunten van een aantal methaan-halogeenderivaten, die het aannemelijk maken, dat de waterstofatomen in die verbindingen niet als van hun elektron ontbloote positieve kernen voorkomen, maar als negatieve ionen met een heliumconfiguratie van twee elektronen.

Kan men uit andere gegevens iets over de mogelijkheid van de impalming van nog een tweede elektron door een neutraal waterstofatoom besluiten?

Wij kunnen de kwestie bezien in het licht van de onlangs door Max Moraud [2]) medegedeelde opsporing van het spectrum van geïoniseerd lithium. Geïoniseerd lithium is een heliumconfiguratie met drievoudig geladen kern. Het zal evenals helium een dubbel spectrum vertoonen, van geïoniseerd paralithium en van geïoniseerd ortholithium. Hierop baseert Moraud een interpretatie van de door hem gemeten lijnen, die hem tot een schatting brengt van den ionisatiepotentiaal, noodig om een der overgebleven twee elektronen van geïoniseerd paralithium van de kern af te scheuren. Hij geeft een waarde op van 65 Volt.

Voor parhelium is de overeenkomstige ionisatiepotentiaal 24,5 V.

Uit deze twee gegevens voor drievoudig geladen en voor dubbel geladen kern kan men trachten den anologen potentiaal te bepalen voor een heliumconfiguratie met enkele kernlading. Trekt men op dubbel logaritmisch papier een rechte lijn door de punten voor geïoniseerd paralithium en voor parhelium, dan vindt men voor electronegatieve waterstofionen een desionisatiepotentiaal van ongeveer 5 Volt.

Dit getal zal wel niet geheel juist zijn, maar wanneer men bedenkt, dat de ionisatiepotentialen der alkalimetaalatomen van dezelfde orde van grootte 4—5 Volt zijn, dan kan men begrijpen dat, bij de vorming van b.v. lithiumhydride, een lithiumatoom een elektron geheel afstaat aan een waterstofatoom.

Anders wordt het echter, wanneer men aan methaan CH_4 denkt. Hoeveel het wegrukken van een eerste elektron van koolstof kost, is niet bekend, maar blijkens het door Fowler

[1]) Physica 4, p. 392, 1924.

[2]) Spectres du Lithium, Bull. no. 204, Société franç. de Physique, p. 96, 1924.

geanalyseerde spectrum van geïoniseerde koolstof kost het afplukken van een tweede elektron 24 Volt. Dat een waterstofatoom met een elektronenaffiniteit van ca. 5 Volt daartoe in staat zou zijn is hoogst twijfelachtig. A fortiori zullen een derde en een vierde elektron niet volledig van de koolstofromp worden losgescheurd.

Bij de beschouwingen van Van Arkel en De Boer zal men dus eerder moeten denken, — en naar ik meen behoeft dit hun gedachtegang niet te storen. — aan een participatie in, dan aan een annexatie van, het elektron dat in 't spel is. Dit zal een baan kunnen beschrijven die niet alleen of hoofdzakelijk om een van de twee atomen C en H heenloopt, maar beide omvat.

In verband daarmede, en met de vorming van verbindingen als kwik-waterstof, die men uit hun bandenspektra herkent, is het van beteekenis op te merken, dat de geschatte elektronenafffiniteit van de orde is van de eerste aanslagspanning van kwik. Niet in staat om het kwikatoom bij de ontmoeting een elektron af te winnen, zou het waterstofatoom een elektron kunnen opheffen tot een andere bewegingswijze, waarin het bindingsschakel kon zijn tusschen kwik en waterstof

INTENSITEITSMETINGEN IN HET ULTRAVIOLETTE DEEL VAN HET SPECTRUM

door H. B. DORGELO.

Inleiding.

Zoowel voor het onderzoek betreffende de verandering der energieverdeeling in een spectrum bij verschillende aanslagcondities [1]) als voor het voortzetten der metingen aangaande de intensiteitsverhoudingen der componenten van multiplets is het zeer gewenscht de reeds vroeger medegedeelde methode [2]) voor intensiteitsmetingen, welke in het zichtbare deel van het spectrum zulke goede diensten bewees, uit te breiden voor het ultraviolet.

Ten einde tot deze uitbreiding te komen is het noodig:

1e. een verzwakkertrapje te vervaardigen, dat zoover mogelijk in het ultraviolet bruikbaar is en waarvan de verschillende trapjes

1) In het bijzonder denken we hier aan de opwekking van spectraallijnen door electronenstooten (Franck en Hertz) en aan de methode kort geleden beschreven in een zeer interessant artikel van R. W. Wood (Proc. Royal Soc. Vol. 106, 679, 1924.

2) H. B. Dorgelo, Physica 3. 188, 1923. Z. f. Phys. 13, 206, 1923. Z. f. Phys. 22, 170, 1924 Zie ook Diss. Dorgelo. Utrecht 1924.

zoo weinig mogelijk selectieve doorlating of selectieve absorptie vertoonen.

2e. een vergelijkingslichtbron te hebben, waarvan ook in het ultraviolet de energieverdeeling bekend is.

Door vervaardiging van het onder 1e. bedoelde verzwakkertrapje is thans eene uitbreiding verkregen der methode om de intensiteitsverhouding der componenten van die multiplets in het ultraviolet te meten, waarvan de componenten klein golflengteverschil hebben, eene uitbreiding dus van de in vorige mededeelingen genoemde „methode A". In het volgende zullen enkele resultaten worden medegedeeld, verkregen met op verschillende wijze vervaardigde verzwakkertrapjes, geschikt voor intensiteitsmetingen in het ultraviolette deel van het spectrum. Reeds hier zij vermeld, dat een kwartsplaatje, waarop laagjes platina van verschillende dikte door verdamping van een platinadraad neergeslagen waren, verreweg het beste voldeed.

Wat betreft den onder 2e. genoemden lichtbron zij vermeld, dat in samenwerking met Dr. W. de Groot een aanvang gemaakt is met een onderzoek in hoeverre een wolfraambooglampje voor ons doel geschikt is, waarbij in de bolvormige kathode eene opening geboord is, welke opening als zwarte straler beschouwd kan worden. Spoedig hopen we dienaangaande nadere mededeelingen te kunnen doen. [1])

De vervaardiging van verschillende verzwakkertrapjes geschiedde op de volgende wijze:

Ie. met behulp van deelen van in verschillende mate gezwarte fotografische platen, waarvan de gelatinehuid afgeweekt werd.

IIe. als onder Ie, maar voor het afweken der gelatinelaag van de plaat werd deze eerst gebaad in eene $HgCl_2$ oplossing, daarna in ammonium.

IIIe. met behulp van een kwartsplaatje, waarop laagjes platina door verdamping werden neergeslagen.

Het gebruik der onder Ie en IIe genoemde verzwakkers voor het ultraviolette deel van het spectrum werd reeds aangegeven door Fabry en Buisson [2]).

Vervaardiging van verschillende verzwakkertrapjes.

Ie. Van eene fotografische plaat werden zeven verschillende strooken achtereenvolgens belicht gedurende o, $\frac{1}{2}$, 1, 2, 4, 8 en

[1]) Bedoelde lichtbron werd op de vergadering der Ned. Natuurkundige Vereeniging d.d. 3 Januari 1925 gedemonstreerd.

[2]) Fabry en Buisson, Revue d'optique, 1, 22, 1924.

16 sec., zoodat deze plaat zeven deelen van verschillende zwarting vertoonde. Van de aldus gezwarte plaat werd vervolgens de gelatinehuid afgeweekt door de plaat te baden in eene oplossing van 200 c.c. water en 8 gr. Na Fl, waaraan 100 c.c. formaline was toegevoegd om de uitzetting van de gelatinehuid te voorkomen. De van de plaat afgeweekte gelatinehuid werd uitgespannen op een daartoe geschikt rekje en gedroogd. Uit de aldus verkregen gelatinehuid werden stukjes van verschillende zwarting (al naar het doorlatingsvermogen dat men wenschte) gesneden en met behulp van deze stukjes het trapje gevormd, hetwelk we trapje I zullen noemen.

Dit verzwakkertrapje I was van dusdanige grootte, dat het onmiddellijk voor de spleet van den grooten kwarts-Hilgerspectrograaf of van de roosteropstelling geplaatst kon worden.

Uit verschillende opnamen, waarbij als lichtbron de reeds in dit tijdschrift beschreven van een kwartsvenster voorziene Ca-laagspanningsboog, aangegeven door Dr. G. Hertz, werd gebruikt, was duidelijk te zien, dat dit verzwakkertrapje voor golflengten kleiner dan 2800 Å ongeschikt was, tengevolge van de bekende gelatineabsorptie. Bovendien vertoont dit verzwakkertrapje in de omgeving van de golflengte 3100 Å een sterk selectief doorlatingsvermogen, ook reeds door Fabry en Buisson genoemd. Dit selectief doorlatingsvermogen maakt dit trapje voor dit golflengtegebied en dus voor algemeen gebruik minder geschikt.

IIe. Om dit laatste onder Ie. genoemde bezwaar op te heffen, werden de photografische platen, waarvan de gelatinehuid afgeweekt werd, op de wijze beschreven door Fabry en Buisson, gebaad in een $HgCl_2$ oplossing en daarna in ammonium. Het IIe verzwakkertrapje werd verder op dezelfde wijze vervaardigd als het eerste en *vertoonde het selectief doorlatingsvermogen* in de omgeving van λ 3100 Å *niet meer.*

Dit trapje is dus voor golflengten grooter dan 2800 Å zeer geschikt voor intensiteitsmetingen, doch voor kleinere golflengten is de absorptie door de gelatine zoo groot, dat vrijwel al het licht geabsorbeerd wordt.

IIIe. Het derde door ons gemaakte verzwakkertrapje, zijnde een kwartsplaatje waarop door verdamping van een platinadraad laagjes platina van verschillende dikte waren aangebracht, *vertoonde de tot dusver genoemde bezwaren niet.* We zullen dit trapje in het vervolg noemen het kwarts-platina-verzwakkertrapje.

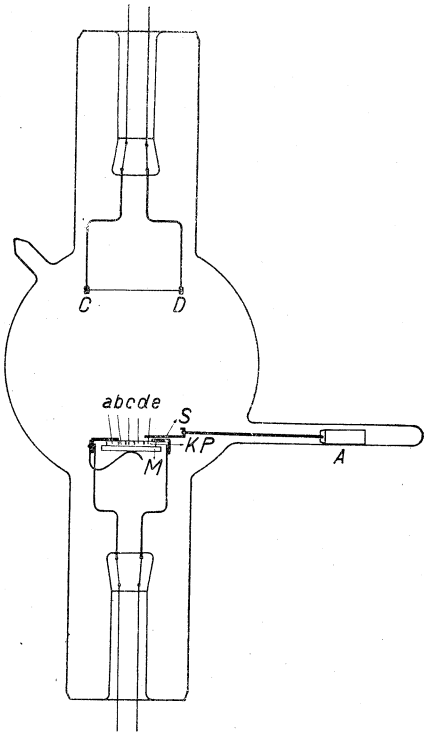


Fig. 1.

Fig. 1 geeft weer op welke wijze bedoeld trapje vervaardigd werd. Een kwartsplaatje KP, waaronder een stukje melkglas M, werd in een daarvoor geschikt montuurtje geklemden in een glasballon bevestigd. Over het kwartsplaatje heen kon een schermpje S geschoven worden met behulp van een magneet, welke het zich in een zijbuisje bevindend ijzeren staafje A, waarmede het schermpje verbonden was, verplaatsen kon. Boven het kwartsplaatje werd op een afstand van $\pm$ 6 cm een platinadraad CD aangebracht, welke we door eenen gloeistroom op zoodanige temperatuur konden brengen, dat hij verdampte, zoodat platina neersloeg op het kwartsplaatje. Begonnen werd, nadat de glasballon eerst luchtledig gepompt was, met dien stand van het schermpje S, zooals in fig. 1 is aangegeven, zoodat de vakjes b, c en d niet bedekt waren. Het platina kon dus niet op de vakjes a en e komen. De helft van het vakje e (zie fig. 1), hetwelk nog buiten het montuurtje uitstak, doch toch onder het schermpje zat en waardoorheen het witte melkglas duidelijk gezien kon worden als het schermpje S iets naar rechts werd geschoven, diende om zoo nu en dan tijdens het verdampen te zien, of er voldoende contrast was verkregen tusschen het niet en wel met platina bedekte gedeelte van het kwartsplaatje. Nadat voldoende contrast was bereikt, werd het schermpje S verder naar links geschoven, zoodat de vakjes b en c nog onbedekt waren. Na eenigen tijd werd het schermpje nogmaals verschoven, zoodat alleen het vakje b nog open was.

Natuurlijk kostte het eenige moeite om het juiste bedrag van den gloeistroom door den platinadraad te bepalen om voldoende (maar ook niet te snelle) verdamping van den draad te verkrijgen.

Voor het geval de platinadraad ontijdig mocht doorsmelten, werden in plaats van één draad twee draden aangebracht, welke zoo noodig achtereenvolgens gebruikt konden worden. De duur van het verdampen van den draad hangt natuurlijk af van de dikte der platinalaag, welke men aanbrengen wil en dus van het doorlatingsvermogen van de laagjes, hetwelk men wil hebben. [1])

Bepaling van het doorlatingsvermogen voor ultraviolet licht voor de verschillende deelen van het kwarts-platina-verzwakkertrapje.

Het doorlatingsvermogen der verschillende deelen van de trapjes werd bepaald door gebruik te maken van de bekende intensiieits-verhouding 100 : 60 : 20 der componenten van de Mg en Ca tripletten [2]) der *p d*- en *p s*-series en de reeds vroeger beschreven methode der opschuiving der zwartingskrommen. [3]) Natuurlijk kan deze methode van ijking der verzwakkers slechts toegepast worden voorzoover tripletten en doubletten (of andere lijnengroepen), waarvan het golflengteverschil der componenten klein is, beschikbaar zijn en waarvan de intensiteitsverhouding der componenten bekend is.

Daar de tot dusver verkregen experimenteele gegevens voldoende hebben aangetoond, dat de intensiteitsverhouding der componenten van doubletten en tripletten gelijk is aan resp. 100 : 50 en 100 : 60 : 20 (onafhankelijk van het rangnummer van het doublet of triplet in in de serie) kunnen voor ons doel gebruikt worden de Mg en Ca tripletten der *p s*- en *p d*-serie tot ongeveer een golflengte van 3000 Å. De nog hoogere nummers der serie hebben te kleine intensiteit om voldoende nauwkeurige resultaten te geven.

Om een indruk te geven van de betrouwbaarheid van deze methode ter bepaling van het doorlatingsvermogen van verzwakkers zij het volgende vermeld. Met bebulp der bekende intensiteits-verhouding 100 : 60 : 20 der componenten van het *p d*-triplet λ 4456 , 4435 , 4425 van Ca en van het *p d*-triplet λ 3838 , 3832 en 3829 van Mg werd gevonden, dat de drie met platina bedekte deelen van het kwartsplatinaverzwakkertrapje voor beide golflengtegebieden resp. 56 à 57 %, 40 % en 22 % van het licht doorlaten,

---

1) In plaats van platinadraad werden ook koper- en molybdeendraden gebruikt. De dunne laagjes welke zich dan op 't kwartsplaatje afzetten, waren echter niet in lucht bestendig. De te verdampen koper- en molybdeendraden werden om een wolframdraad gewikkeld, welke laatste door gloeistroom verhit werd. Ook platina kan natuurlijk op deze wijze tot verdamping gebracht worden.

2) H. B. Dorgelo. Z. f. Phys. 22, 175, 1924 en Physica 4, 281—286, 1924.

3) H. C. Burger en P. H. van Cittert. Kon. Akad. v. Wet. Amsterdam XXIX, 1920.

hetwelk door de niet met platina bedekte gedeelten wordt doorgelaten.

Werden deze gegevens aangaande het doorlatingsvermogen toegepast bij de bepaling der intensiteitsverhouding der componenten van het *df*-triplet λ 4098,55; 4094,94; 4092,45 van Ca zoo vonden we voor deze intensiteitsverhouding 100 : 70 : 41 à 43 (7 : 5 : 3), hetgeen in overeenstemming is met de reeds vroeger gevonden intensiteitsregels.

De volgende tabel geeft enkele gegevens aangaande het doorlatingsvermogen der verschillende vakjes van het verzwakkertrapje in afhankelijkheid van de golflengte.

TABEL I.

Golflengte	Doorlatingsvermogen				
	Vakje *a*	Vakje *b*	Vakje *c*	Vakje *d*	Vakje *e*
4585	100 %	56 à 57 %	40 %	22 %	100 %
3838	100 %	56 à 57 %	40 %	22 %	100 %
3362	100 %	55 %	40 %	22 %	100 %

Uit deze gegevens blijkt voldoende, dat de verzwakking van het licht door de verschillende deelen van dit kwarts-platina-verzwakkertrapje vrijwel niet van de golflengte afhangt.

Zooals reeds werd opgemerkt kan de boven besproken methode ter bepaling van het doorlatingsvermogen der verzwakkers voor golflengten kleiner dan 3000 Å niet meer gebruikt worden, daar in dit golflengtegebied geen geschikte tripletten met voldoende intensiteit aanwezig zijn. De methode, waarbij de breedte der spleet van den spectrograaf gevarieerd wordt, zou te gebruiken zijn. indien een constante continue lichtbron met voldoende intensiteit in dit golflengtegebied (voor golflengte kleiner dan 3000 Å) beschikbaar was.

Daar echter in dit gebied voldoend sterke singuletlijnen liggen, kan als volgt te werk gegaan worden.

Op éénzelfde plaat worden met dezelfde belichtingstijd bij gebruik van een constanten lichtbron (b.v. een kwikboog) drie opnamen gemaakt, terwijl de verzwakkers onmiddellijk voor de spleet van den spectrograaf geplaatst zijn. Bij de eerste opname wordt een kopergaasje met kleine openingen voor den lichtbron gehouden, welke het op het verzwakkertrapje vallende licht, vergeleken met

het geval, dat het gaasje verwijderd werd, verzwakte en wel natuurlijk voor alle golflengten in dezelfde mate. Bij de tweede opname werd een gaasje met grooter openingen gebruikt, bij de derde opname werd het licht van den lichtbron niet verzwakt. Zoodoende worden op dezelfde plaat behalve het onverzwakte spectrum nog twee verzwakte spectra verkregen, waarvan de intensiteitsverhouding bepaald is door het doorlatingsvermogen dezer gaasjes. Dit doorlatingsvermogen (hetwelk voor alle golflengten hetzelfde was) kon door interpolatie bepaald worden voor die golflengten, waarvoor het doorlatingsvermogen van het verzwakkertrapje reeds op andere wijze bepaald was (b.v. door gebruik te maken van bekende int.verh. der componenten van tripletten (zie boven)).

Is dus de onderlinge verhouding der intensiteiten dezer drie spectra bekend, zoo kan ook voor de kortere golflengten door interpolatie en gebruik van de opschuivingsmethode der zwartingskrommen het doorlatingsvermogen der verzwakkers bepaald worden.

Enkele resultaten van intensiteitsmetingen in het ultraviolette deel van het spectrum.

Gebruik makende van bovenbeschreven kwarts-platina-verzwakkertrapje was het thans mogelijk de intensiteitsverhouding van de componenten van het enkelvoudige $\pi\sigma$-doublet (λ 3736—3706) en van het samengestelde $\pi\vartheta$-doublet (λ 3181, 3179 en 3158) van het vonkspectrum van Ca te meten. De metingen aangaande het $\pi\sigma$-doublet (λ 3736—3706) van het Ca vonkspectrum reeds vroeger in dit tijdschrift besproken [1]) en waarbij gebruik gemaakt werd van een photografisch verzwakkertrapje als onder I besproken werden thans nog eens herhaald en leverden hetzelfde resultaat. Verder konden thans meer betrouwbare metingen gedaan worden aangaande het samengestelde vonkdoublet λ 3181, 3179 en 3158. De in tabel II weergegeven waarden toonen dat de intensiteitsverhouding der componenten van de doublets van het Ca-vonkspektra door dezelfde regels beheerscht worden als die der doubletten der boogspectra der alkaliën (de in de laatste kolom vermelde waarden geven de getallen aan, zooals de intensiteitsverhouding zijn moet volgens de intensiteitsregels reeds vermeld in dit tijdschrift. [1])

[1]) Physica **4**, 281—286, 1924.

TABEL II.

Metaal	Serie	Golflengte	Int. verh. gemeten	Int. verh. volgens regels van Burger en Dorgelo
Ca	$1\pi - 2\sigma$	3736 : 3706	100 : 50	100 : 50
Ca	$1\pi - 2\vartheta$	3181 : 3179 : 3158	11 : 100 : 54	11 : 100 : 55

Op plaat 1 ziet men reproducties van twee gedeelten van het Ca spectra, welke door ons opgenomen werden en waarbij gebruik gemaakt werd van het kwarts-platina-verzwakkertrapje. Spectrum *a* werd opgenomen met den roosterspectrograaf van het Philips' Laboratorium, spectrum *b* met een kwartsspectrograaf van Hilger.

Summary.

An extension is given of the methode for measuring the intensity ratio's of spectrallines already described in this journal.

Now the method is suitable for the ultra violet part of the spectrum.

A row of light reducers was made:

1°. with the aid of parts of photographic plates of different densities, the gelatine being detached from the plate by a soaking process.

2°. like 1° but the plates ware first bathed in a solution of $HgCl_2$ and afterwards in ammonià.

3°. with the aid of a quartzplate, covered with layers op platina of different thickness, obtained bij evaporating a filament of platinum (see fig. 1).

The quartzplatinumreducers are to be prefered above the photographic reducers, the latter absorbing the light of wave length below 2800 Å.

Using the row of quartzplatinumreducers it is now possible to measure intensity ratio's of spectrallines with a small difference of wavelength in the region from 6500 Å to 2200 Å.

A description is given of a method to measure the power of transmission of the different parts of the quartzplatinumreducers in the ultraviolet.

The intensity-ratio of the components of the sparkdoublets of the sharp and the diffuse series of Ca is measured. The results are in agreement with the intensity rules already published.

VERSLAGEN.

NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

Vergadering van Zaterdag 29 November 1924 te Amsterdan

De heer H. G. Cannegieter hield eene voordracht over den invloed van de temperatuursomstandigheden in de onderste 5 km van de atmosfeer op het weer, waarvan het verslag in een latere aflevering zal worden opgenomen.

De heer F. Zernike projecteerde de foto van

Het absorptiespectrum van zuurstof

tusschen λ 2000 en 1830, waarop de reeds door Schumann vermelde groepen van banden, die Lyman wegens te geringe dispersie van zijn tralie niet kon terugvinden, duidelijk in lijnen ontbonden zijn.

Aan de hand van een aantal proefopnamen toonde spreker vervolgens hoe de voornaamste moeilijkheid, het verkrijgen van een continu spectrum als achtergrond voor de absorptielijnen, overwonnen werd. Als lichtbron dient een kwartskwiklamp. Deze kan bij zeer uiteenloopende klemspanningen branden, 18—100 V. In het te onderzoeken gebied valt de zeer sterke kwiklijn 1849 Å. Alleen bij de laagste spanningen, beneden 25 V., vertoont de nog bijna koude lamp deze lijn als een smalle emissielijn. Bij stijgende temperatuur en spanning wordt het een steeds breedere band, met een sterke zelfomkeering in het midden. Boven 70 V. vloeit deze band aan de zijde van de lange golven ineen met het continue spectrum, dat het gewone lijnenspectrum boven λ 2100 vergezelt. Bij de definitieve opname liet men daarom de lamp alle verschillende spanningen doorloopen. De emissie bij lage spanning vult dan juist de opening aan die door de zelfomkeering bij hooger spanning veroorzaakt wordt. Het versnellen of verlangzamen der verwarming heeft men door veranderen van de stroomsterkte geheel in zijn macht. De vertoonde opname werd zoo in een half uur gemaakt.

De gebruikte spectrograaf bevat twee kwartsprisma's en geeft een dispersie van 5 Å per mm. De zuurstof bevond zich eenvoudig in de collimatorbuis, bij de kortste golflengte geeft ook de 40 cm lange luchtlaag in het overige deel van het instrument reeds voldoende absorpte. Spr. is van plan deze absorptiebanden volgens de nieuwere quantumtheoretische inzichten te analyseeren.

Vervolgens demonstreert de heer A. D. Fokker een model van vier naphtalinemolekulen, zooals die volgens W. H. Bragg twee grondcellen van een *naphtalinekristal* vormen. De modellen waren gemaakt van celluloïd balletjes, die door een druppel amylacetaat gemakkelijk aan elkander hechten.

NEDERLANDSCHE ASTRONOMENCLUB.

Op 3 Januari j.l. hield de Nederlandsche Astronomenclub haar 18e vergadering te Amsterdam. Na afloop van de huishoudelijke vergadering hield Dr. J. E. baron de Vos van Steenwijk een voordracht over:

„Een nieuwe methode voor de bepaling van eigen bewegingen van sterren uit een groot aantal catalogi."

Bij een strenge bepaling van de E. B. moet men voor elke catalogus de declinatie gelijk stellen aan $\delta = \delta_0 + \mu_\delta (\tau - \tau_0)$ waarin δ_0 de plaats op een normaal epoche τ_0 voorstelt en μ_δ de E. B. per jaar. De oplossing van deze vergelijkingen volgens de methode der kleinste kwadraten, waarbij tevens de gewichten der onbekenden berekend worden, vereischt zeer langdurige berekeningen. Hetzelfde geldt natuurlijk voor de rechte klimming. Spr. toont aan dat een resultaat bereikt kan worden hetwelk in nauwkeurigheid slechts weinig hierbij achter staat indien men een grafische methode volgt welke groote tijdsbesparing geeft. Hierbij moet dan echter rekening gehouden worden met de gewichten der verschillende catalogi en spr. deed dit door in zijn grafieken elke plaats niet voor te stellen door een punt, maar door een verticaal lijntje waarvan de lengte evenredig was met de *waarschijnlijke fout* van de waarneming. De voorwaarde $\Sigma p \triangle^2 = \text{min.}$ is nu vervuld indien er een rechte lijn getrokken wordt die zoo dicht mogelijk langs de middens van deze lijntjes gaat, waarbij elke afwijking gemeten wordt met de lengte van het lijntje als eenheid, immers dit is omgekeerd evenredig met de wortel uit het gewicht. Bij eenige oefening is het zeer goed mogelijk op het oog te schatten wanneer de som der kwadraten der aldus gedefinieerde afwijkingen een minimum wordt.

Spr. demonstreerde dit aan een veertigtal sterren waarvan de E. B. volgens de beide methodes bepaald waren.

Tevens toonde spr. aan dat de berekening der gewichten zeer

bekort kan worden door de onderstelling dat alle waarnemingen van één catalogus op hetzelfde oogenblik zijn geschied. De fout hierdoor gemaakt is te verwaarloozen.

Vervolgens hield Dr. J. H. Oort een voordracht over:

Bepaling van declinatie's onafhankelijk van verticale refractie.

In de laatste jaren is vooral onder den invloed van professor Kapteyn de aandacht herhaaldelijk gevestigd op de groote systematische fouten die in de declinatie's van onze fundamentaalcatalogi voorkomen. Over de oorzaken dezer fouten kan men niets zekers zeggen, maar het is waarschijnlijk dat refractieonzekerheden de voornaamste rol bij hun ontstaan gespeeld hebben. De heer C. Sanders te Matuba, Portugeesch Congo, heeft een methode aangegeven en beproefd waarbij de declinatie bepaald wordt vrij van allen invloed der verticale refractie en tevens van de instrumentale buigingen die bij den meridiaancirkel zoo'n belangrijke rol spelen. Het principe van de methode is het beste te illustreeren met het ideale geval, dat men vanuit een station op den æquator azimuthen en zenithsafstanden bij den horizon zou kunnen meten. De uit azimuth, zenithsafstand en breedte berekende declinatie's zouden dan in eerste instantie onafhankelijk van fouten in zenithsafstand of breedte zijn. De hier besproken waarnemingen zijn verricht bij een gemiddelde zenithsafstand van 67°, en vanuit een plaats op 5°17′ Zuiderbreedte. Hoewel men niet alle voordeelen van het bovenbeschreven geval kan behouden, is het bij gunstig gekozen sterren mogelijk een vrij goede benadering te bereiken. Waargenomen werden sterren tusschen $-26°$ en $+2°$ declinatie: de fouten in zenithsafstand komen slechts voor *een dertigste* van hun bedrag in de berekende declinatie, die in de breedte echter voor *een derde*. Er is een constante onzekerheid in de resultaten, omdat de breedte uit Talcott-observatie's van Boss-sterren verkregen is, van een declinatiegordel die eenigszins afwijkt van die der azimuthwaarnemingen. Dit bezwaar zal echter door een nieuwe reductie der Talcottwaarnemingen verholpen kunnen worden.

Het gebruikte instrument is een altazimuth theodoliet met 35 cm-cirkels. Hiermee werden in de heldere nachten van 1923 en 1924 als regel twee sterren per nacht waargenomen, één

West en één Oost, elk met 5 instellingen in de beide standen van het instrument.

De resultaten blijken veelbelovend te zijn voor deze methode om het verloop van de systematische fout van Boss met declinatie te bepalen. Er is een duidelijke aanwijzing van een belangrijke variatie van deze fout in de te Matuba gemeten zône. Zij bereikt een minimum bij $-20°$, waar de Boss-positie's ongeveer $1''00$ te zuidelijk zouden zijn. De bevredigende overeenstemming tusschen de Oost- en West-waarnemingen maakt de realiteit van de variatie waarschijnlijk.

BOEKBESPREKING.

Matter and Change. An introduction to physical and chemical science. Bij W. C. D. Whetham, Cambridge, University Press, 1924. — 280 pag.

Dit boekje is geschreven voor personen, die vroeger niet met physica of chemie hebben kennis gemaakt. De meest elementaire begrippen worden erin besproken; niettegenstaande dat is het de bedoeling in de 280 pag., die het groot is, het geheele gebied der physica en chemie te overzien. Het kan niet verwonderen, dat de behandeling niet zeer grondig is en het komt mij dan ook voor, dat onze gewoonte in een populair wetenschappelijk boekje een beperkt gebied eener wetenschap te behandelen meer succes kan hebben, dan een dergelijk overzicht, waarin bij geen enkel onderwerp rustig kan worden stilgestaan en de veelheid der behandelde onderwerpen zoo groot is, dat de lezer voor wien alles nieuw is, er een verbijsterenden indruk van moet krijgen. Ondertusschen is het met kennis van zaken samengesteld. Atoomstructuur, Astrophysica, relativiteitstheorie, alles is besproken. Slechts op één punt heb ik den indruk gekregen, dat de schrijver van het besproken onderwerp niet geheel op de hoogte was: De veranderlijkheid van de massa van het electron met de snelheid wordt verklaard in overeenstemming te zijn met de formule van Lorentz, tot bewijs waarvan de proeven van Kauffmann worden aangehaald. Die van Guyl en zijn medewerkers schijnen den schrijver onbekend te zijn.

J. D. v. d. W.

Fünf Vorträge aus den Jahren 1920-1923 von *Fritz Haber*, Berlin, Verlag von Julius Springer 1924. 92 pag. — Prijs in dollar 0.65.

Deze vijf lezingen over chemische onderwerpen zijn gehouden voor een niet-vakkundig publiek. Haber is er van overtuigd, dat alleen de vooruitgang der natuurwetenschappen de door de oorlog verloren gegane rijkdommen zal terugbrengen. Dit is dan ook de grondgedachte in deze lezingen verwerkt.

De eerste voordracht is die, welke Haber heeft gehouden bij het in ontvangst nemen van de Nobelprijs en handelt dus over de ammoniaksynthese, een proces,

dat vooral in de oorlog tot bloei kwam, maar nu Duitschland onafhankelijk heeft gemaakt van de Chili-salpeter. Belangrijk is het echter te vernemen, dat Haber deze synthese niet als blijvende oplossing beschouwt, daar de natuur toch hetzelfde kan zonder hooge temperatuur en hooge druk. Op het gebied van de stikstof zijn we echter met deze synthese een stap verder dan met de meeste natuurlijke grondstoffen, waarbij we nog steeds „die Rosinen aus dem Rohstoffbrei herausfischen". Deze zeer belangrijke vraagstukken worden behandeld in de 3e en 4e voordracht, resp. Das Zeitalks der Chemie, seine Aufgaben und Leistungen en Neue Arbeitsweisen. Wissenschaft und Wirtschaft nach dem Kriege. In het bijzonder wordt er op gewezen, dat weliswaar sinds het uitbreken van de oorlog veel is gespresteerd op technisch gebied, maar dat werd voortgebouwd op reeds bekende dingen der wetenschap; noodig is het echter dat de wetenschap zelve weer intensiver wordt beoefend.

Naast deze zeer lezenswaardige voordrachten komen als 2e en 5e voor: Die Chemie im Kriege, en Zur Geschichte des Gaskrieges. Vooral dit laatste past m.i. minder goed in het kader van dit boekje. Op zichzelf beschouwd is het echter een duidelijk geschreven artikel, dat minder de technische dan wel de volkenrechterlijke kant van de quaestie belicht. Behalve misschien een enkele maal is het vrij objectief beschouwd.

J. H. d. B.

Fr. Nölke, **Geotektonische Hypothesen**, Gebr. Borntraeger Berlin 1924, VIII + 128 blz., f 3.—. (Sammlung geophysikalischer Schriften, herausgegeben von Prof. Dr. C. Mainka, No. 2).

Het werk is in twee deelen gesplitst, waarvan het eerste als titel heeft: Waarnemingsfeiten en theoretische gevolgtrekkingen, en dat de grondslagen wil geven waarop het tweede gedeelte: de geotektonische hypothesen, berust. Cosmogenisch staat Nölke op het standpunt, dat het ontstaan der aarde niet verklaard kan worden door een meteorieten-hypothese (bijv. de planetesimaal hypothese) wel door een nevelhypothese, echter niet door die van Laplace: de planeten kunnen volgens N. niet uit de zon zijn ontstaan, maar moeten van het begin af als zelfstandige massa's naast de zon hebben bestaan.

Moeilijk is het uit het eerste gedeelte op te maken wat N. nu als waarnemingsfeiten en wat hij als min of meer vaststaande gevolgtrekkingen beschouwd. In een dergelijk werk de inwendige aarde in twee bladzijden te behandelen, lijkt mij wel wat al te vluchtig; trouwens het eerste gedeelte is heel kort. Wat in § 3 medegedeeld wordt over Sima en Sal is voor niet-geologen zeker onvoldoende. Typisch voor het Sima zijn niet slechts silicium en magnesium, maar ook ijzer. In het tweede gedeelte laat N. de verschillende hypotheses ter verklaring van de gebergtevorming de revue passeeren. Hij staat o.m. afwijzend tegenover de hypothese van de verschuiving der kontinenten van Wegener en meent dat de contractiehypothese de eenigste is, die voor de verklaring der gebergtevorming in aanmerking kan komen. N. geeft toe, dat deze contractie niet meer verklaard kan worden door warmteuitstraling der aarde, en meent dat wellicht „intratellurische gebeurtenissen met thermodynamisch karakter" een volumevermindering van de inwendige aarde veroorzaken.

B. G. E.

TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN.

P. Terpstra, Over de theorie der Kristalstructuur, 23 blz. 4 fig. — J. B. Wolters, Groningen-Den Haag, 1924. Prijs f 0,75.

D. Coster, Straling en Materie, 26 blz. — J. B. Wolters, Groningen-Den Haag 1924. Prijs f 0,75.

A. F. Holleman, Leerboek der anorganische Chemie, 8ste herziene druk, 585 blz. 76 fig. — J. B. Wolters, Groningen-Den Haag 1924. Prijs f 12.50.

H. Altertum, Wolfram, 111 blz. — Fr. Vieweg u. Sohn, Braunschweig 1925. Prijs Mk 4.50.

K. Becker und *F. Ebert,* Metallröntgenröhren, 62 blz., 34 fig. — Fr. Vieweg u. Sohn, Braunschweig 1925. Prijs Mk 3.60.

E. Back und *A. Landé,* Zeemaneffekt und Multiplettstruktur der Spektrallinien, 213 blz., 23 fig. — J. Springer, Berlin. Prijs Mk 14.40, geb. Mk 15.90.

M. Born, Vorlesungen über Atommechanik, 1ster Band, 358 blz., 42 fig. — J. Springer, Berlin. Prijs Mk 15.—, geb. Mk 16.50.

C. L. R. E. Menges, Nouvelles vues Faraday-Maxwelliennes. (Supplément). 44 blz., 6 fig. — Gauthier Villars, Paris 1924.

STRIKVRAGEN.

In den nieuwen jaargang hoopt de Redactie het stellen van strikvragen voort te zetten op de reeds gewoonte geworden wijze. Zij noodigt dames en heeren lezers uit, hunne antwoorden te formuleeren en in te zenden niet alleen, maar ook haar te voorzien van nieuwe strikvragen. Zij behoudt zich het recht voor een gratis jaarabonnement als prijs te vereeren aan den inzender van de meeste antwoorden of van de meeste nieuwe vragen.

Vraag. *Ieder die bij een haardvuur van houtblokken zit, kan opmerken dat de vlammen niet altijd van de brandende houtranden recht omhoog stijgen, maar meestal langs de* **boven***vlakken der blokken lekken, (van de normaal* **af** *!), zelfs wanneer die bovenvlakken kleinere helling hebben dan 45°. Waarom doen zij dat?*

Nadruk der artikelen en reproductie der illustraties voorkomende in dit tijdschrift wordt bij deze overeenkomstig Art. 15 der Auteurswet 1912, uitdrukkelijk verboden.

PHYSICA
NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

5e JAARGANG FEBRUARI 1925 NUMMER 2.

OVER HET OPWEKKEN VAN SPECTRAALLIJNEN DOOR BOTSING VAN ELECTRONEN

door G. HERTZ en J. C. SCHARP DE VISSER.

In een voorafgaande verhandeling [1]) is een opstelling besproken, waarmee het mogelijk is spectraallijnen op te wekken met behulp van electronen, die alle dezelfde snelheid hebben. Daarbij bleek, dat dit verschijnsel in het algemeen juist zoo verloopt, zooals volgens de theorie van Bohr verwacht wordt. De botsing tusschen een electron en een atoom geeft slechts dan aanleiding tot de emissie van een bepaalde spectraallijn, wanneer de kinetische energie van het electron voldoende is, om het atoom uit zijn normaaltoestand te brengen op het hoogste energieniveau, dat bij die spectraallijn behoort. Voor iedere lijn bestaat er dus een bepaalde spanning, die het electron minstens moet hebben doorloopen, opdat het atoom die lijn zal emitteeren, en deze aanslagspanning kan uit de termen der reeksen berekend worden, geheel zooals dat volgens Bohr te verwachten is. Inmiddels hebben J. A. Eldridge [2]), resp. A. L. Hughes en C. F. Hagenow [3]) dit voor kwik resp. caesium bevestigd gevonden.

De proeven, die tot nu toe gedaan zijn, hebben aangetoond, dat de verschillende lijnen optreden in dezelfde volgorde als hun aanslagspanningen; evenzoo dat de grootte van deze aanslagspanningen ongeveer overeenkomt met de waarden, die verwacht mogen worden. Ofschoon dus zoo goed als zeker is, dat die waarden ook exact overeenstemmen, is het toch van belang deze aanslagspanningen nauwkeuriger te meten. Immers b.v. bij neon

1) G. Hertz, Zeitschrift f. Phys. 22, 18, 1924.
2) J. A. Eldridge, Phys. Rev. 23, 685, 1924.
3) A. L. Hughes and C. F. Hagenow, Phys. Rev. 24, 229, 1924.

kunnen zoo de zuiver electrische metingen van aanslag- en ionisatiespanningen gecontroleerd worden en in andere gevallen wordt het dan mogelijk de verschillende lijnen aan bepaalde energieniveau's toe te voegen. Dit kan soms van nut zijn bij het ontleden van spectra, welker lijnen nog niet in reeksen zijn gerangschikt.

De methode van meten ligt nu voor de hand: de afhankelijkheid van de intensiteit der te onderzoeken spectraallijn van de snelheid der electronen, die door hun botsingen de emissie dier lijn veroorzaken, moet worden vastgesteld. Zulke metingen hebben wij gedaan voor eenige neon- en heliumlijnen. De buis, die gebruikt werd, kwam wat bouw en afmetingen betreft overeen met de vroeger beschrevene. Nu werd echter in plaats van de oxydkathode van vroeger een aequipotentiaalkathode gebruikt, daar het voor het meten der aanslagspanningen nog meer dan bij de vorige proeven er op aankomt, dat de snelheid voor alle electronen gelijk is. De constructie van deze aequipotentiaalkathode werd in een in dit tijdschrift verschenen verhandeling van G. Hertz en R. K. Kloppers[1]) uitvoerig beschreven, zoodat we daarnaar kunnen verwijzen.

Zooals in het eerste artikel reeds is vermeld, kan men grootere intensiteiten verkrijgen, wanneer men een edelgas of een metaaldamp toevoegt, waarvan de ionisatiespanning beneden de aanslagspanning ligt, die gemeten moet worden; daardoor vermijdt men n.l. de storing door ruimtelading. Aan het gas in de buis — een neon-heliummengsel van 0,7 mm druk — werd daarom een druppel kwik toegevoegd. De lijnen van neon en helium konden zoo voldoende intens verkregen worden om ze te fotometreeren. Daartoe werd op de bekende wijze een klein gebied van het gas, dat door de electronen tot lichtemissie wordt gebracht, op de ééne helft van de spleet van een spectrometer afgebeeld, terwijl vóór de andere helft een smal strookje papier was bevestigd, dat van bovenaf door een wolfraamvacuumlamp, die als vergelijkingslichtbron dienst deed, verlicht werd. Deze lamp was van te voren op de gebruikelijke wijze geouderd en werd slechts gebruikt bij spanningen beneden de normale, zoodat ze zeker constant bleef. Ze werd van te voren geijkt met behulp van een spectraalfotometer van Nutting; daartoe werd de intensiteit als functie van de spanning aan de lamp bepaald voor die golflengten, waarvan hier sprake is. Natuurlijk kon zoo de intensiteit slechts tot op een

[1]) G. Hertz en R. K. Kloppers, Physica 4, 367, 1924.

onbekende factor bepaald worden, die afhankelijk is van de golflengte, maar dit was voldoende, omdat het bij het meten van de aanslagspanning slechts aankomt op de relatieve intensiteiten bij constante golflengte.

De electrische opstelling met de bijbehoorende meetinstrumenten was in een aangrenzende kamer geplaatst, behalve natuurlijk de weerstand, waarmee de vergelijkingslamp werd geregeld; deze bevond zich in de onmiddellijke nabijheid van den spectrometer. Zoodoende kon de ééne waarnemer voortdurend in het donker blijven, terwijl de andere de spanning instelde en de meetinstrumenten aflas. Naast de intensiteit van de betrokken lijn werd ook voortdurend de electronenstroom, die door de buis ging, gemeten.

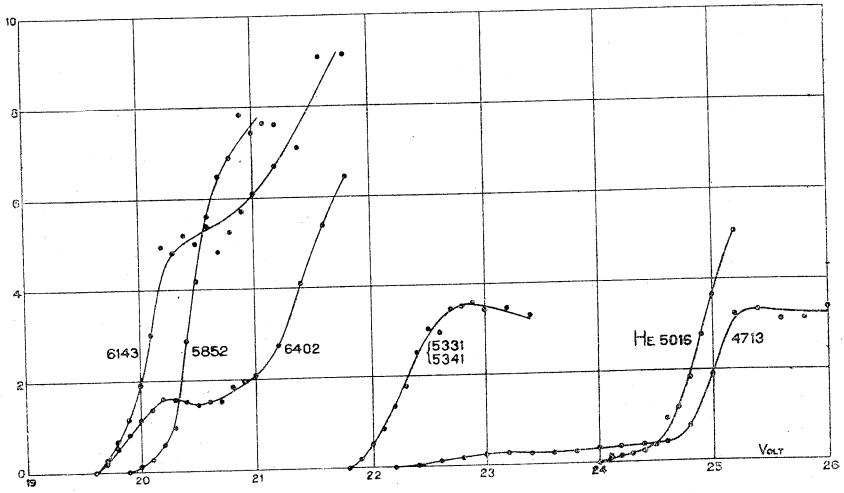


Fig. 1.

De krommen in fig. 1 geven voor de onderzochte lijnen het quotient van intensiteit en electronenstroom, als functie van de spanning, die aan de electronen hun versnelling geeft. De volgende neonlijnen werden onderzocht: 6402 $(2s_5 - 2p_9)$, 6143 $(2s_5 - 2p_6)$, 5852 $(2s_2 - 2p_1)$, 5331 $(2p_{10} - 4d_3)$ en 5341 $(2p_{10} - 4d_5)$. De beide laatstgenoemden werden niet afzonderlijk gemeten, omdat dan de spleet zoo nauw gemaakt moest worden, dat nauwkeurig fotometreeren onmogelijk bleek. Daarom werd met breede spleet de som van hun intensiteiten bepaald. Van helium werden onderzocht de lijnen 5016 $(2S - 3P)$ en 4713 $(2p_2 - 4s)$. Zooals steeds bij dergelijke metingen kan de snelheid der electronen niet

direct uit de aangelegde spanning worden berekend; want de werkelijke spanning, die aan de electronen hun versnelling geeft, verschilt een constant bedrag van de aangelegde. Om deze constante te bepalen kan men helium gebruiken op analoge wijze, als dat gebruikelijk is bij de electrische metingen van aanslagspanningen. Wij namen daarvoor de lijn 5016, van welke de aanslagspanning uit de spectraaltermen bekend is n.l. 23.0 Volt. De gemeten kromme levert als schijnbare waarde voor de aanslagspanning van deze lijn 24.0 Volt en we moeten dus ook voor alle andere lijnen de *uit de figuur afgelezen waarden met 1.0 Volt verminderen* om de werkelijke aanslagspanningen te vinden. Zooals uit de figuur blijkt is het snijpunt der krommen met de abscis-as, ofschoon de afzonderlijk gemeten punten niet zoo heel nauwkeurig zijn, toch zoo scherp gedefiniëerd, dat de aanslagspanningen van de verschillende lijnen ongeveer tot op een tiende Volt nauwkeurig kunnen bepaald worden.

In onderstaande tabel zijn de op deze wijze gemeten waarden van de aanslagspanningen der neon-lijnen vereenigd.

TABEL.

NEON		
Golflengte A. E.	Gemeten aanslagspanning Volt	Ionisatiespanning berekend Volt
6402	18.6	21.6
6143	18.6	21.5
5852	18.9	21.5
5331 (5341)	20.6	21.7

Uit de gemeten aanslagspanning der lijnen en de termen der reeksen kan men nu de ionisatiespanning van neon berekenen. De zoo berekende waarden zijn mede in de tabel opgegeven (kolom 3). Dat de werkelijke waarden der aanslagspanningen overeenstemmen met die, welke uit de termen der reeksen berekend kunnen worden, wordt bewezen doordat de uit de metingen berekende ionisatiespanning binnen de grenzen der nauwkeurigheid constant gevonden wordt. De gemiddelde waarde 21.6 Volt

stemt zeer goed overeen met de vroeger met behulp der electrische methode gevondene n.l. 21.5 Volt, welke methode geheel onafhankelijk is van de thans gevolgde.

In tegenstelling met de andere lijnen schijnt het alsof de heliumlijn 4713 reeds enkele Volts beneden haar aanslagspanning met kleine intensiteit optreedt om dan bij 23.6 Volt plotseling in helderheid toe te nemen. Deze waarde stemt goed overeen met die, welke uit de termen der reeksen berekend kan worden n.l. 23.5 Volt. Aanvankelijk meenden wij, dat dit optreden van de lijn beneden de aanslagspanning verklaard moest worden door de vorming van metastabiel helium. Dan zou echter verwacht mogen worden, dat deze lijn reeds vanaf de eerste aanslagspanning van helium (19,75 Volt) zou optreden, terwijl dit eerst gebeurt bij 21.2 Volt. Dit wijst erop, dat het licht, dat bij deze spanning zichtbaar wordt, toegeschreven moet worden aan de aanwezigheid van zwakke neonlijnen in de onmiddellijke nabijheid der lijn 4713.

Over den vorm van de *aanslagfunctie* [1]) kan op grond van deze metingen niets zekers gezegd worden. Allereerst moet men daarbij rekening houden met de mogelijkheid van het optreden van neon-lijnen vanaf 19,75 Volt, tengevolge van botsingen van de tweede soort met metastabiele helium-atomen; maar bovendien is onder de omstandigheden, waaronder hier gewerkt wordt, de intensiteit, waarmee de verschillende lijnen opgewekt worden niet onafhankelijk van elkaar. Dit blijkt duidelijk uit den vorm der krommen voor de lijnen 6402 en 6143. In beide gevallen is duidelijk een verminderen der intensiteit merkbaar, zoodra de spanning bereikt wordt, waarbij de sterke lijn 5852 optreedt. Dit kan zoo verklaard worden, dat het deel der electronen, dat het optreden van 5852 veroorzaakt, niet meer in aanmerking komt voor het opwekken der beide andere lijnen. Het werkelijke verloop der *aanslagfunctie* zal men door dergelijke metingen slechts kunnen vinden, indien men met zoo kleine gasdichtheden werkt, dat alleen een klein breukdeel der voorhanden zijnde electronen gebruikt wordt om door botsing de atomen tot lichtemissie te brengen.

---

1) „Anregungsfunktion", R. Seeliger, Ann. d. Phys. **59**, 613, 1919.

Eindhoven, Dec. 1924.

NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER
N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN.

SAMENVATTENDE OVERZICHTEN.

EIGENSCHAPPEN VAN WATERDAMP

door M. DE HAAS.

1. Inleiding. De toepassing van waterdamp als werkend lichaam in calorische werktuigen, de uitvinding dus van het stoomwerktuig, heeft tot gevolg gehad een omvangrijke bestudeering van de eigenschappen van waterdamp, die tot op den huidigen dag is voortgezet.

Reeds James Watt (1736—1813) begreep, dat oordeelkundige verbeteringen van het stoomwerktuig slechts waren te verkrijgen op grond van de kennis der verschillende thermische en calorische grootheden van waterdamp in hun onderling verband. En waar deze gegevens slechts zeer spaarzaam aanwezig waren, zag Watt zich genoopt zelf de noodige bepalingen ter hand te nemen. Zoo zijn door hem gemeten de spanning van verzadigden waterdamp bij verschillende temperaturen en de verhouding van het volume van den damp tot dat van een even groote massa water; ook heeft hij een getalwaarde voor de verdampingswarmte gevonden.

Een nieuw tijdperk op dit gebied werd ingeluid, toen Regnault (1810—1878) zijn breed opgevatte onderzoekingen volbracht, waarvan de eerste resultaten in 1847 verschenen in deel 21 en de volgende in 1862 in deel 26 van de Mémoires de l'académie royale des sciences de l'Institut de France onder den titel:

„Relation des expériences entreprises par ordre de Monsieur le „Ministre des travaux publics, et sur la proposition de la com- „mission centrale des machines à vapeur, pour déterminer les „principales lois et les données numériques qui entrent dans le „calcul des machines à vapeur."

Hierop gaf hij in 1870 nog een vervolg: „Mémoire sur la détente des gaz", in deel 37 van genoemde Mémoires.

Deze verhandelingen, waarvan de eerste 750, de tweede 915, de derde 380 kwarto bladzijden omvatten, geven, wat den waterdamp betreft, de uitkomsten van zijn metingen over: 1° de

dampspanningskromme, 2^0 de verdampingswarmte, 3^0 de soortelijke warmte van het water, 4^0 de soortelijke warmte van den oververhitten damp, 5^0 de dichtheid en den uitzettingscoëfficient van den damp.

Het is bekend, dat hij bij deze onderzoekingen er toe geleid werd nog tal van andere gegevens te bepalen, die in dien tijd slechts onvolledig bekend waren en welker kennis voor een behoorlijke verwerking der verkregen uitkomsten onmisbaar was. Zoo vindt men in de genoemde verhandelingen nog beschreven metingen over de dichtheid, den uitzettingscoefficient en de samendrukbaarheid van gassen, en over de dichtheid van kwikzilver; ook bestudeerde Regnault de eigenschappen van kwik- en gasthermometers, evenzoo van thermoëlectrische thermometers, verder mat hij den uitzettingscoëfficient en ook de samendrukbaarheid van kwik.

Het is zeker merkwaardig, dat deze onderzoekingen van Regnault, die gedurende langen tijd den beoefenaars van de proefondervindelijke natuurkunde tot voorbeeld hebben gestrekt, wortelen in technischen bodem. Reeds de titel van de verhandelingen wijst daarop, maar bovendien lezen wij in de Inleiding, waar Regnault spreekt over de onnauwkeurigheid van de grondwetten, die men tot dien tijd bij gebrek aan beter bij de berekening van stoomwerktuigen toepaste:

„Les mécaniciens appelaient depuis longtemps de leur voeux „un travail général ayant pour but d'établir ces lois fondamen„tales sur une série d'expériences directes, exécutées avec les „moyens de précision que les sciences physiques nous présentent „maintenant."

Deze taak heeft Regnault, daarbij materieel gesteund door „M. le Ministre des travaux publics", ondernomen en voor een groot deel volbracht. Het is weer de techniek geweest, die het eerst en het meest profijt heeft getrokken van de door hem verkregen resultaten; immers hieruit zijn de gegevens geput voor de theorie van het stoomwerktuig, zooals deze achtereenvolgens door Rankine, Clausius, Hirn en Zeuner ontwikkeld is.

Daarbij werden door Rankine en door Zeuner de eerste stoomtabellen samengesteld en gepubliceerd; tabellen, die de getalwaarden geven, welke bij een reeks regelmatig opklimmende temperaturen de verschillende thermische en calorische grootheden van waterdamp bezitten. Dergelijke tabellen zijn onmisbaar voor

berekeningen omtrent het gedrag van den waterdamp, zoowel bij de beproeving van een bestaand stoomwerktuig als bij het zoeken naar verbeteringen van het rendement.

Men kan wel zeggen, dat tot aan de 20ste eeuw alle berekeningen over stoommachines in hoofdzaak op de uitkomsten van Regnault berustten. Langzamerhand ontstonden er bezwaren; voornamelijk betroffen deze de zg. *totale warmte* van stoom, die volgens Regnault lineair van de temperatuur zou afhangen, en in de tweede plaats de soortelijke warmte bij constanten druk (c_p) van oververhitten waterdamp. Nadat Regnault bij drukkingen van ongeveer 1 at en temperaturen van 128 ° tot 221 ° C. voor c_p de waarde 0,4805 gevonden had, is deze grootheid gedurende vele jaren voor alle in de praktijk voorkomende temperaturen en drukkingen constant en gelijk aan 0,48 gesteld, omdat niet bekend was hoe c_p verandert met den druk en de temperatuur.

2. De totale warmte. Onder de „chaleur totale (λ) renfermée dans un kilogramme de vapeur saturée à la température t", verstaat Regnault de hoeveelheid warmte, die vrijkomt als 1 kg verzadigde damp bij constanten druk condenseert tot water en vervolgens wordt afgekoeld bij denzelfden druk tot 0 ° C. Hij vond er voor, zooals bekend is

$$\lambda = 606{,}5 + 0{,}305\, t\,. \qquad (1)$$

Hierin stelt t de Celsius-temperatuur voor; de proeven van Regnault omvatten een gebied van 0 ° C tot 194,4 ° C.

De naam „totale warmte" is in lateren tijd ook wel toegekend aan een andere grootheid nl. aan de functie $U + pV$, door Gibbs genaamd „warmtefunctie bij constanten druk" en aangeduid door het symbool χ. Daar de grootheden λ en χ bij dampen menigmaal voor elkaar in de plaats worden gebruikt, is het van belang na te gaan hoeveel het verschil tusschen beide bedraagt.

De totale warmte bestaat uit twee gedeelten: 1^0 de warmte noodig om 1 kg water bij constanten druk (het maximum van spanning bij t°) te verwarmen van 0 ° tot t°, welke hoeveelheid warmte door Zeuner is genoemd de vloeistofwarmte (q); en 2^0 de verdampingswarmte (r) zoodat $\lambda = q + r$.

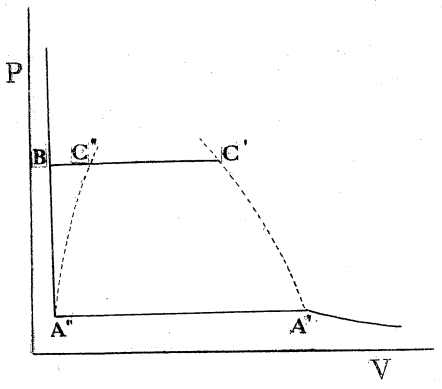


Fig. 1.

Stel, dat in fig. 1 de lijn $A'\,A''$ B een gedeelte van de isotherm van waterdamp bij 0 ° C. voorstelt, evenzoo $C'\,C''$ een gedeelte van de isotherm bij t ° C., waarbij $A''\;C''$ de grenslijn aan de vloeistofzijde en $A'\,C'$ die aan de dampzijde voorstelt.

De vloeistofwarmte q is dan toe te voeren bij de toestandsverandering $B\,C''$, de verdampingswarmte van C'' tot C'.

Volgens de eerste hoofdwet is, als U de inwendige energie en V het soortelijk volume voorstelt:

$$q = U_{C''} - U_B + p\,(V_{C''} - V_B)$$
$$= (U_{C''} + p\,V_{C''}) - (U_B + p\,V_B) = \chi_{C''} - \chi_B,$$

waarin p den verzadigingsdruk bij t° aangeeft.

Stelt men, als gebruikelijk, de χ voor water bij 0 ° C. en onder verzadigingsdruk, dus hier $\chi_{A''} = 0$, dan is $U_{A''}$ ook gelijk aan nul te stellen en men vindt, als p_0 den verzadigingsdruk bij 0° C. aangeeft,

$$\chi_B = U_B + p\,V_B - p\,V_{A''}.$$

Bij de isothermische samendrukking van A'' tot B is de aan het water onttrokken warmte

$$q_{T_0} = -\,U_B - A$$

als A den uitwendigen arbeid voorstelt, door het water hierbij verricht.

Wegens de zeer geringe samendrukbaarheid van het water, kunnen we hierin A verwaarloozen, zoodat overblijft

$$q_{T_0} = -\,U_B.$$

De uitdrukking voor χ_B, wanneer men daarin bovendien $V_B = V_{A''}$ stelt, wordt dus

$$\chi_B = -\,q_{T_0} + (p - p_0)\;V_{A''},$$

en met behulp hiervan vinden wij voor q

$$q = \chi_{C''} - (p - p_0)\, V_{A''} + q_{T_0}. \qquad (2)$$

De beide laatste termen geven dus aan het gezochte verschil tusschen q en $\chi_{C''}$. Daarvan kan $(p - p_0)\, V_{A''}$ gemakkelijk uitgerekend worden. Om ook q_{T_0} te kunnen schatten, maken we gebruik van de thermodynamische betrekking:

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p,$$

waarin η de entropie voorstelt.

Hieruit vinden we voor de warmte q_{T_0}, die bij de isothermische samendrukking vanaf den verzadigingsdruk bij 0° C. tot op p kg/cm² moet worden onttrokken:

$$q_{T_0} = T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p . p .$$

Berekenen we nu voor water als voorbeeld de waarde van $(p - p_0)\, V_{A''}$ en van q_{T_0} voor $p = 16$ kg/cm², dus voor $t = 200{,}5$° C., dan vinden we daarvoor onderscheidenlijk

0,38 cal en 0,008 cal;

en voor $p = 1$ kg/cm², $t = 99{,}08$° C.

0,024 cal en 0,0026 cal.

Hieruit volgt, dat deze beide termen in vergelijking (2) eerst bij hoogeren druk van beteekenis worden; bij 200,5° is $\chi_{C''} = 204{,}1$ en bedragen zij te zamen dus ongeveer 0,2 % van $\chi_{C''}$.

Willen wij van een dergelijk bedrag afzien, dan is dus voor zoover de proeven van Regnault gaan, te stellen $q = \chi_{C''}$. Daar bovendien de verdampingswarmte $r = \chi_{C'} - \chi_{C''}$ is in dat geval ook $\lambda = q + r = \chi_{C'}$.

3. Onderzoekingen na Regnault. Toen Helmholtz in 1888 bij de stichting van de Physikalisch Technische Reichsanstalt als haar president optrad, stelde hij als eerste punt op zijn programma, voor zoover de warmteleer betreft, een herhaling van de metingen van Regnault. Hij ging hierbij uit van de overweging, „dat de uitkomsten van Regnault met het oog op den grooten vooruitgang van de proefondervindelijke natuurkunde een vernieuwing en uitbreiding behoefden." Aldus lezen wij in de voorrede van het

geschrift getiteld: Wärmetabellen, Ergebnisse aus den thermischen Untersuchungen der P. T. R., zusammengestellt von L. Holborn, K. Scheel, en F. Henning, Braunschweig 1919.

Dit boekje van 70 bldz., dat de verwezenlijking bracht van hetgeen Helmholtz 31 jaren te voren beoogde, is onderverdeeld in de rubrieken Thermometrie, Zustandsgrössen, Spezifische Wärme, Wasserdampf, Wärmeleitung. De meeste dezer uitkomsten waren reeds in den loop der voorafgaande jaren gepubliceerd; de nieuwe Wärmetabellen onderscheiden zich echter daardoor, dat alle er in voorkomende grootheden op dezelfde temperatuurschaal zijn herleid, welke schaal eerst na voltooiïng van de thermometrische onderzoekingen in de Physikalisch Technische Reichsanstalt kon worden vastgesteld. De bedoelde schaal is de thermodynamische schaal, voor zoover zij naar den tegenwoordigen stand der proefondervindelijke natuurkunde verwezenlijkt is.

Vele onderzoekingen over de eigenschappen van waterdamp zijn ook verricht in het laboratorium voor technische natuurkunde van de Technische Hoogeschool te München, voornamelijk door O. Knoblauch met verschillende medewerkers; evenzoo te Dresden door R. Mollier en te Danzig door Hans Lorenz, later ook door R. Plank.

H. L. Callendar, in Engeland, heeft een groot gedeelte van zijn leven gewijd aan proefondervindelijke en theoretische onderzoekingen van stoom. De resultaten van dezen arbeid zijn door hem neergelegd in een boekdeel, dat in 1920 verscheen en tot titel draagt: Properties of Steam and thermodynamic Theory of Turbines. In deze uitgebreide monografie worden ook vele uitkomsten, door andere onderzoekers op dit gebied verkregen, kritisch besproken.

De grootheden, die in de tabellen van waterdamp van tegenwoordig voorkomen zijn: de spanning p van den verzadigden damp, de daarbij behoorende temperatuur T; het volume V', de entropie η' en de warmtefunctie $\chi' = U' + pV'$, alles voor 1 kg verzadigden damp; evenzoo V'', η'' en χ'' voor 1 kg water onder verzadigingsdruk; de verdampingswarmte r en menigmaal nog eenige andere grootheden, welke op eenvoudige wijze uit de vorige zijn af te leiden, als b.v. de uitwendige arbeid $A = p(V' - V'')$, die bij het verdampen van 1 kg water wordt verricht, en het verschil $r - A = U' - U''$, dus de toename van de inwendige

energie bij het verdampen. Daarnaast moeten de noodige vergelijkingen gegeven zijn, om gemakkelijk en met voldoende nauwkeurigheid de χ, η en U van oververhitten waterdamp onder verschillende omstandigheden van temperatuur en druk te kunnen berekenen.

Op welke wijze zijn nu de getalwaarden van deze grootheden voor het geheele benoodigde temperatuurgebied te verkrijgen? In de eerste plaats door directe meting, nl. voor zoover betreft p, T, V', V'', r, de soortelijke warmte van den vloeistof en die van den damp.

Het is echter duidelijk, dat de uitkomsten van deze metingen, zelfs gerangschikt naar opklimmende temperaturen of drukkingen, niet de gewenschte tabel zouden opleveren. Zij moeten eerst worden vereffend en dit kan gebeuren door middel van een grafische voorstelling of met behulp van een interpolatieformule. Deze beide methoden, die Regnault reeds veelvuldig heeft toegepast, stellen in staat glad verloopende waarden voor de bedoelde grootheden te verkrijgen voor gelijkmatig opklimmende temperaturen of drukkingen.

Maar bovendien moeten de getallen nog op andere wijze worden vereffend, wil men bereiken, dat de waarden van p, T, V', η', η'', χ' en χ'', die in zulk een tabel voor een zelfde temperatuur gewoonlijk naast elkaar worden vermeld, aan de verschillende daartusschen bestaande thermodynamische betrekkingen voldoen.

Deze eenheid in samenhang van de getallen der tabel en die voor verschillende grootheden, zooals V, c_p, χ en η van den oververhitten damp, is zooals wij zien zullen, te verkrijgen door gebruik te maken van een toestandsvergelijking, geldend voor oververhitten waterdamp. Bezit men eenmaal een toestandsvergelijking, dan zijn nog maar weinig experimenteele gegevens noodig om de geheele tabel te kunnen berekenen.

4. Toestandsvergelijking. Een toestandsvergelijking voor waterdamp, geheel op theoretischen grondslag berustend en voor het genoemde doel van voldoende nauwkeurigheid, bezitten wij niet; wel zijn er verschillende *empirische* toestandsvergelijkingen opgesteld, die goede diensten bewijzen kunnen.

Ter verkrijging van deze vergelijkingen zijn voornamelijk de drie navolgende categorieën van metingen toegepast.

a) *Meting van bij elkaar behoorende waarden van* p, V *en* T *voor verzadigden en oververhitten damp.*

Op deze methode berust de toestandsvergelijking van R. Linde [1]), welke de volgende gedaante bezit:

$$V = \frac{B\,T}{p} - (1 + a\,p)\left[C\left(\frac{373}{T}\right)^3 - D\right]. \qquad (3)$$

Wanneer V het soortelijke volume in m^3/kg, p den druk in kg/m^2, T de absolute temperatuur voorstelt, dan is in deze vergelijking $B = 47{,}1$ (de gasconstante voor de eenheid van massa), $a = 0{,}000002$, $C = 0{,}031$ en $D = 0{,}0052$ te stellen. Deze vergelijking is opgesteld op grond van metingen van V, door Knoblauch, Linde en Klebe in het laboratorium voor technische natuurkunde te München verricht [2]), en geeft de uitkomsten van de proeven, welke gaan tot 8 at en 180° C., met groote nauwkeurigheid weer.

Voor berekening van het soortelijke volume bij gegeven druk en temperatuur met voldoende benadering voor de praktijk kan volgens Linde ook de meer eenvoudige vergelijking worden toegepast

$$V = \frac{B\,T}{p} - 0{,}016\,, \qquad (4)$$

waarvan de vorm reeds vroeger door Tumlirz [3]) was aangegeven op grond van proeven door Battelli [4]) verricht.

b). *Meting van het Joule-Kelvin effect van oververhitten waterdamp* onder verschillende omstandigheden van temperatuur en druk.

Deze methode is het eerst door Joule en Thomson (Lord Kelvin) [5]) toegepast en wel naar aanleiding van hun smoorproeven, met gassen genomen. Wanneer een gas of damp in een stationnaire strooming door een poreuse prop of een regelkraan wordt geperst, is, zooals de thermodynamica leert, van eenzelfde hoeveelheid van het gas vóór en na de prop genomen, de waarde van de functie χ even groot. Voor een oneindig kleine doorstrooming is dus $d\chi = 0$ of

$$\left(\frac{\partial \chi}{\partial T}\right)_p d\,T + \left(\frac{\partial \chi}{\partial p}\right)_T d\,p = 0\,.$$

1) R. Linde, Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurswesens, Heft 21, S 67, 1905.
2) Osc. Knoblauch, R. Linde und H. Klebe, Forschungsarbeiten, Heft 21, S 33, 1905.
3) Tumlirz, Sitz. Ber. Akad. Wien IIa, S 1058, 1899.
4) A. Battelli, Memorie della reale accademia delle scienze di Torino, Serie II, t. 43, p. 63-98, 1893.
5) Joule-Thomson, Phil. Trans. p. 579, 1862.

Deze vergelijking is als volgt te herleiden, ondersteld, dat zij voor de eenheid van massa opgesteld is:

$$c_p\, d\, T - \left[T \left(\frac{\partial\, V}{\partial\, T} \right)_p - V \right] d\, p = 0\,,$$

waaruit volgt

$$\left(\frac{\partial\, T}{\partial\, p} \right)_\chi = \frac{1}{c_p} \left[T \left(\frac{\partial\, V}{\partial\, T} \right)_p - V \right] = \frac{T^2}{c_p} \left(\frac{\partial\, V/T}{\partial\, T} \right)_p .$$

Hierin stelt het eerste lid het zg. Joule-Kelvin-effect voor, d.i. de verandering van temperatuur, die bij het smoren, per eenheid van drukverschil voor en achter de prop, optreedt. Onderstelt men, dat deze grootheid uit de proeven kan worden afgeleid in den vorm van een functie van p en T, dus als $f(p, T)$, dan volgt uit deze vergelijking

$$\left(\frac{\partial\, V/T}{\partial\, T} \right)_p = \frac{c_p}{T^2} f(p, T),$$

waaruit door integratie verkregen kan worden

$$\frac{V}{T} = \int \frac{c_p}{T^2} f(p, T)\, d\, T + C,$$

dus een toestandsvergelijking.

Zoo kwamen Joule en Kelvin op grond van hun proeven tot de uitkomst, dat het later naar hen genoemde effect $\left(\frac{\partial\, T}{\partial\, p} \right)_\chi$ voor gassen gelijk te stellen is aan a/T^2, waarin a een constante is. Substitueeren we deze waarde van $f(p, T)$ in de zooeven gevonden vergelijking voor V/T, dan vinden wij

$$\frac{V}{T} = \int \frac{c\ a}{T^4}\, d\, T + C\,.$$

Voert men de integratie uit in de onderstelling, dat c_p niet van de temperatuur afhangt, dan vindt men:

$$\frac{V}{T} = -\frac{c_p\, a}{3\, T^3} + C.$$

De constante C kan nog afhangen van p; zal de vergelijking voor $T = \infty$ overgaan in de toestandsvergelijking der ideale gassen, dan moet $C = B/p$ en men vindt:

$$\frac{V}{T} = \frac{B}{p} - \frac{c_p \alpha}{3 T^3},$$

of

$$V = \frac{B T}{p} - \frac{\beta}{T^2} \tag{5}$$

als voor $^1/_3 c_p \alpha$ wordt geschreven β.

Deze vergelijking is de toestandsvergelijking van Joule en Kelvin; zij berust op de onderstelling, dat c_p en α te beschouwen zijn als constanten, en geldt overigens slechts binnen het gebied van temperaturen en drukkingen, dat door de smoorproeven van Joule en Kelvin, welke er aan ten grondslag liggen, wordt omvat.

Callendar [1]) heeft de navolgende toestandsvergelijking voor oververhitten waterdamp voorgesteld

$$V - b = \frac{B T}{p} - C \left(\frac{273}{T}\right)^n \tag{6}$$

De constanten C en n zijn op grond van door hem verrichte smoorproeven met waterdamp bepaald. Als V het soortelijk volume van den damp in m^3/kg, p den druk in kg/m^2 en T de absolute temperatuur voorstellen, dan is volgens Callendar $B = 47{,}0$, $C = 0{,}07443$, $n = {}^{10}/_3$, terwijl $V'' = 0{,}001$, het soortelijk volume van vloeibaar water wordt gesteld. Bij het kiezen van den vorm van deze vergelijking is Callendar uitgegaan van de vergelijking van Joule en Kelvin; hij heeft daarbij overigens rekening gehouden met de toen bekende waarnemingen van c_p, alsmede met de grootte van den exponent m in de uitdrukking $p v^m = \text{const.}$, die, zooals de proeven geleerd hadden, bij benadering voor de isentropische toestandsverandering van waterdamp geldt.

c) *Meting van de soortelijke warmte bij constanten druk van oververhitten waterdamp* onder verschillende omstandigheden van temperatuur en druk.

Het verband tusschen de toestandsvergelijking en het gedrag van c_p komt tot uitdrukking in de volgende bekende thermodynamische betrekking

$$\left(\frac{\partial c_p}{\partial p}\right)_T = - T \left(\frac{\partial^2 V}{\partial T^2}\right). \tag{7}$$

[1]) H. L. Callendar, Proc. Royal Soc. Bd. 67 p. 266, 1900. Zie ook het in § 3 genoemde boek van Callendar.

Past men deze vergelijking toe op een ideaal gas, dat dus voldoet aan de toestandsvergelijking $pV = BT$, dan wordt het rechter lid nul. Daaruit blijkt, dat de waarde van $\left(\frac{\partial c_p}{\partial p}\right)_T$ samenhangt met de afwijkingen van de ideale-gaswetten.

Vergelijking (7) kan op tweeërlei wijzen worden geintegreerd. In de eerste plaats naar p, men vindt dan

$$c_p = \text{const.} - \int T \left(\frac{\partial^2 V}{\partial T^2}\right)_p dp . \qquad (8)$$

Beschikt men over een toestandsvergelijking der beschouwde stof, dan is de functie onder het integraalteeken bekend en kan men uit deze betrekking een uitdrukking voor c_p afleiden, als functie van p en T.

In de tweede plaats kan men vergelijking (7) twee malen integreeren naar T; de uitkomst is dan

$$V = \psi(p) + T\xi(p) - \int dT \int \frac{1}{T} \left(\frac{\partial c_p}{\partial p}\right)_T dT . \qquad (9)$$

In deze vergelijking is het rechter lid een functie van p en T; zij stelt dus een toestandsvergelijking voor, waarvan de vorm te bepalen is, wanneer c_p bekend is als functie van p en T, terwijl de beide functies van p die verder in (9) voorkomen uit enkele gemeten waarden van V kunnen worden gevonden. Op die wijze kan uit metingen van c_p een toestandsvergelijking worden afgeleid. Deze methode is het eerst toegepast door Jacob [1]), vervolgens door R. Plank [2]), door G. Eichelberg [3]) en ten slotte door Knoblauch, in samenwerking met Raisch en Hausen [4]). Wij komen op de door hen verkregen resultaten nog nader terug, nadat wij eerst besproken zullen hebben de wijze, waarop c_p is bepaald.

5. De soortelijke warmte bij constanten druk (c_p) van oververhitten waterdamp.

a) *Inleiding.* De voordeelen, verbonden aan de toepassing van oververhitten in plaats van verzadigden waterdamp in stoomwerktuigen zijn wel het eerst in het licht gesteld door Hirn omstreeks

[1]) Max. Jacob, Zeitschrift des Ver. deutsch. Ing. 1912 S. 1980.
[2]) R. Plank, Z. d. V. d. I. 1916 S. 187.
[3]) G. Eichelberg, Z. d. V. d. I. 1917 S 753 en Mitt. üb. Forsch. Arbeiten Heft 220, 1920.
[4]) Oscar Knoblauch, E. Raisch, H. Hausen, Tabellen und Diagramme für Wasserdampf, München und Berlin, 1923.

1857, met het gevolg, dat de oververhitting spoedig in gebruik kwam, vooral bij scheepsmachines, om echter ongeveer in 1870 weer van het terrein te verdwijnen. Dit laatste werd gedeeltelijk veroorzaakt, doordat hoogere stoomdrukkingen en meervoudige expansie hun intrede deden en de ervaring weldra leerde, dat door deze hulpmiddelen de voordeelen, verbonden aan de toepassing van oververhitten stoom, gemakkelijker konden worden bereikt. Daarbij kwam echter nog, dat door de hoogere temperaturen, die bij toepassing van hoogeren stoomdruk en van oververhitting optreden, daarbij toenmaals niet te vervullen eischen aan de smeerolie werden gesteld. Laatstgenoemde moeilijkheid is tot oplossing gebracht, toen men geleerd had uit de minder vluchtige bestanddeelen van de aardolie een geschikte smeerolie te bereiden. En, daar iedere verhooging van het rendement gewenscht bleef, deed daarna de oververhitting wederom haar intrede en men kan zeggen, dat zij thans algemeen wordt toegepast, zoowel bij vast opgestelde machines als bij scheepsmachines en locomotieven, bij zuigermachines en stoomturbines.

De oververhitting geschiedt door den stoom, nadat hij in den toestand van verzadiging den ketel heeft verlaten, bij constanten druk te verwarmen door middel van de rookgassen. Voor de controle van het ketelbedrijf, in het algemeen voor de kennis van het nuttig effect van het geheele stoomwerktuig, is het van het hoogste belang, te kunnen berekenen hoeveel warmte er geleverd is moeten worden om 1 kg oververhitten stoom te vormen uit 1 kg voedingswater.

Wij stellen ons voor, dat het water door middel van een voedingspomp in den ketel wordt geperst, waarbij het dus eerst gebracht wordt op den keteldruk p_1. De vervolgens toe te voeren warmte is te splitsen in drie gedeelten: 1^0 de warmte, noodig om het water te brengen van T_2 (= temperatuur van het voedingswater) op T_1 (= temperatuur van den ketel), 2^0 de verdampingswarmte, 3^0 de warmte, noodig om 1 kg waterdamp bij de constante spanning p_1 te verwarmen vanaf de temperatuur T_1 der verzadiging tot de hoogste temperatuur (T_3) der oververhitting.

De eerste hoeveelheid warmte is het verschil $q_1 - q_2$ van de vloeistofwarmte bij T_1 en T_2, waarvoor veelal genomen wordt $\chi_1 - \chi_2$, dus het verschil van de χ-waarden (zie § 2). De tweede hoeveelheid is de verdampingswarmte r, de derde is de *oververhittingswarmte*. Om deze laatste te kunnen berekenen, wordt

de kennis van c_p vereischt, want zij bedraagt, zooals duidelijk is,

$$\int_{T_1}^{T_3} c_p \, d\,T\,.$$

Omdat de verwarming bij constanten druk geschiedt, kan men voor de oververhittingswarmte ook schrijven $\chi_3 - \chi'_1$ als χ_3 de waarde van de χ-functie voorstelt in den eindtoestand, χ'_1, die in den begintoestand, dus de χ van den verzadigden damp bij de temperatuur T_1. De getalwaarde van χ_3 is echter ook niet te vinden als men c_p niet kent.

Zoo blijkt dus de kennis van c_p als functie van p en T van belang te zijn niet alleen voor de verkrijging van een toestandsvergelijking der beschouwde stof, maar nog in het bijzonder voor de berekening van de oververhittingswarmte.

b) *Metingen van* c_p. Wat deze kennis betreft, zoo hebben wij reeds in het vorige opgemerkt, dat tot aan de 20ste eeuw toe, voor c_p van waterdamp onder alle in de techniek voorkomende omstandigheden werd toegepast het getal 0,48, door Regnault gevonden uit proeven met stoom van 1 atm. Merkwaardig is, dat, zooals Rankine [1]) en Kirchhoff [2]) reeds hebben aangetoond, ook uit de proeven van Regnault over de „totale warmte" van waterdamp, een waarde van c_p is af te leiden, wanneer men onderstelt, dat waterdamp zich als een ideaal gas gedraagt.

Wij hebben nl. in § 2 gezien, dat de totale warmte λ voor zoover de proeven van Regnault gaan met eenige benadering gelijk te stellen is aan χ', d. i. de waarde van $U + p\,V$ voor den verzadigden damp. Nu is voor een ideaal gas in het algemeen

$$\chi = U + p\,V = c_v\,T + \text{const.} + B\,T = \text{const.} + c_p\,T\,.$$

Vergelijkt men hiermede de uitkomst van Regnault voor de totale warmte, nl.

$$\lambda \text{ of } \chi' = 606{,}5 + 0{,}305\,t\,,$$

dan volgt uit beide vergelijkingen $c_p = 0{,}305$, een uitkomst, die echter kleiner is dan eenige proefondervindelijk gevonden waarde.

Nadat reeds H. Lorenz in 1904 [3]) op grond van door hem

[1]) W. J. M. Rankine, Pogg. Ann. Bd. 81, S. 176, 1850.
[2]) G. Kirchhoff, Pogg. Ann. Bd. 103, S. 177, 1858.
[3]) H. Lorenz, Z. S. d. Ver. D. I. 1904.

genomen proeven tot het resultaat gekomen was, dat de waarde van c_p voor oververhitten waterdamp sterk met de temperatuur en den druk verandert, werd het vraagstuk van deze veranderlijkheid geheel tot oplossing gebracht door de monumentale [1]) proeven, die Knoblauch met verschillende medewerkers in het laboratorium voor technische natuurkunde van de Technische Hoogeschool te München heeft volbracht. De resultaten dezer onderzoekingen omvatten thans een gebied, dat zich uitstrekt tot den druk van 30 atm en een temperatuur van 350 ° C. Zij zijn neergelegd in verschillende publicaties, waarvan de eerste verscheen in 1907, de laatste in 1922 [2]). De methode, hierbij toegepast, was bij de verschillende reeksen dezer proeven, in beginsel dezelfde; alleen moesten, naarmate de metingen bij hoogeren druk geschiedden, verschillende onderdeelen van de toestellen worden gewijzigd. Wij laten hier een korte beschrijving volgen van de inrichting der proeven, die aan de publicatie van 1922 ten grondslag liggen.

De stoom werd ontwikkeld in een waterpijpketel volgens Babcock en Wilcox, voorzien van een oververhitter, en door oliebranders verhit; de ketel bezat een verwarmend oppervlak van 25 m^2, de oververhitter van 4,9 m^2. De gevormde stoom werd door een opgaande buis geleid naar het laboratorium, hetwelk een verdieping hooger gelegen was dan het ketelhuis. Het door den stoom mechanisch medegevoerde water liep grootendeels door de vertikale stijgbuis in den ketel terug. De fijnere waterdeeltjes werden afgescheiden in het onderste gedeelte van een voorwarmer waarheen de stoom vervolgens geleid werd. Deze voorwarmer bestond uit 76 vertikaal geplaatste buizen van nikkelien, welke verhit werden door er een electrischen stroom doorheen te leiden. De stoom werd achtereenvolgens door de verschillende groepen dezer buizen gevoerd, welke geplaatst waren in een cilinder van smeedijzer, hoog 2 m, met een middellijn van 38 cm, en aan de buitenzijde tegen warmteverliezen geïsoleerd.

Vervolgens trad de stoom, na een terugslagklep te zijn gepasseerd, in het eigenlijke meettoestel; hierin werd een nauwkeurig te meten hoeveelheid energie W, door verwarming met een

---

1) Een betiteling van Stodola, die ik gaarne onderschrijf.

2) Osc. Knoblauch und Max Jacob, Forschungsarbeiten, Heft 35 u. 36, S. 109, 1906; Z. d. V. d. I. 1907, S. 81. — Osc. Knoblauch und Hilde Mollier, Forschungsarbeiten, Heft 108 u. 109, S. 79, 1911; Z. d. V. d. I. 1911 S. 665. — Osc. Knoblauch und A. Winkhaus, Z. d. V. d. I. 1915, S. 376; Forschungsarbeiten, Heft 195, S. 3, 1917. — Osc. Knoblauch und E. Raisch, Z. d. V. d. I. 1922, S. 418.

electrischen stroom aan den stoom toegevoerd. zoodat de temperatuur er van steeg van t_1° tot t_2° bij constanten druk. In dit meettoestel werd de stoom geleid door een spiraalvormige stalen buis van 6 m lengte, 2,5 mm wanddikte en 20 mm wijdte. Deze was opgehangen in een ijzeren cilindrisch vat, hetwelk bij de meeste proeven gevuld was met olie van een hoog kookpunt, terwijl bij de proeven boven 350 ° C. de olie werd vervangen door gesmolten tin. In de as van de spiraalvormige buis was het verwarmingslichaam opgehangen, bestaande uit een band van nikkelien, gewonden op een cilinder van plaatijzer, waarvan het door mica was geisoleerd. Aan de buitenzijde was het ook met een laagje mica bekleed, waaromheen weer een cilinder van plaatijzer was aangebracht. De weerstand van het verwarmingslichaam bedroeg 8 ohm; de noodige stroom werd geleverd door een accumulatorenbatterij.

We kunnen hier niet volledig de verschillende maatregelen weergeven, die toegepast waren om de warmteverliezen zooveel mogelijk te verminderen, en welke bijzondere voorzorgen nog te nemen waren bij metingen van c_p dicht bij de verzadigingstemperatuur. Wij vermelden slechts, dat ter beschutting tegen warmteverliezen verschillende plaatselijke verwarmingen waren aangebracht, zoo b.v. rondom het zooeven genoemde olie- (of tin)bad, en rondom de toe- en afvoerbuizen van den stoom. In het geheel waren er bij toegepast 12 van dergelijke beschuttende verwarmingen, welke aan een accumulatorenbatterij waren aangesloten, benevens 26 thermoëlementen om de verschillende temperaturen te controleeren.

Van uit het meettoestel werd de stoom geleid naar een oppervlaktecondensor; door weging werd het gewicht G bepaald van het water, dat in een zekeren tijd neersloeg. Door een afzonderlijke proef werd de hoeveelheid energie V bepaald, die gedurende de oververhitting van den stoom door het meettoestel aan de omgeving was afgestaan. Ziet men af van nog enkele correcties, dan is dus de gemiddelde soortelijke warmte c_p tusschen de temperaturen t_1 en t_2 te berekenen uit:

$$c_p = \frac{W - V}{G\,(t_2 - t_1)},$$

als de toegevoerde energie W, de verloren energie V en de gewichtshoeveelheid G alle voor eenzelfde tijdsverloop gelden.

Daar het temperatuurverschil steeds gering werd gehouden, is deze uitkomst ook te beschouwen als de ware soortelijke warmte bij de temperatuur $\frac{1}{2}(t_1 + t_2)$. De verschillende grootheden in deze formule hadden bij de genomen proeven gemiddeld ongeveer de volgende waarden: $W = 650$ Watt, $V = 44$ Watt, $G = 62$ kg/uur, $t_2 - t_1 = 3{,}5$ tot 17 graden.

Het karakteristieke van deze methode, waardoor zij zich onderscheidt van die bij vroegere metingen gevolgd werd, bestaat daarin dat hier bepaald werd de warmte, die aan den stoom bij oververhitting werd *toegevoerd*, terwijl door Regnault en anderen de warmte bepaald werd, die *vrij kwam*, als de oververhitte stoom bij constanten druk in een calorimeter afkoelde. Het is duidelijk, dat in het laatste geval naast de betrekkelijk geringe oververhittingswarmte, die men meten wil, ook de veel grootere verdampingswarmte in het spel komt. Deze methode is daarom onnauwkeuriger dan de methode door Knoblauch gevolgd, welke echter eerst kon worden toegepast, nadat, dank zij de vorderingen der electrotechniek, door toepassing van electrische verwarming nauwkeurig te meten hoeveelheden energie op een bepaalde plaats konden worden voortgebracht.

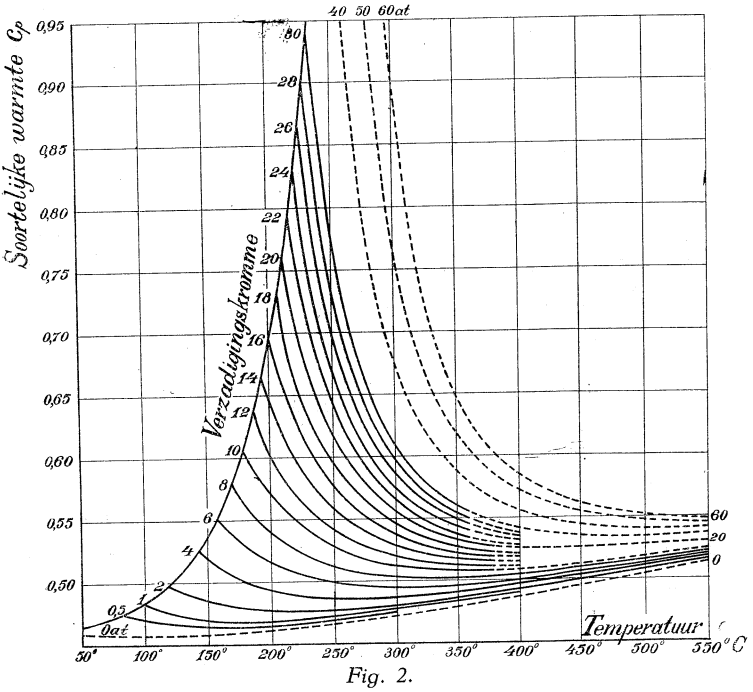


Fig. 2.

c) *Uitkomsten der proeven.* Knoblauch heeft de resultaten zijner proeven over c_p weergegeven in een grafische voorstelling, waarin met de temperatuur als abscis, lijnen van constanten druk zijn geteekend (zie Fig. 2). Deze isobaren eindigen aan de linkerzijde bij de voor iederen druk geldende verzadigingstemperatuur; de door deze eindpunten bepaalde grenslijn loopt steil naar boven, hetwelk in overeenstemming is met het feit, dat in het kritische punt c_p oneindig groot is. Gestippeld zijn geteekend de isobaren voor drukkingen hooger dan 30 kg/cm^2 en ook die voor $p = o$, welke door extrapolatie verkregen zijn.

De soortelijke warmte bij constanten druk van waterdamp stijgt dus met den druk en begint bij de oververhitting bij constanten druk vanaf de verzadigingstemperatuur met af te nemen.

d) *Vergelijkingen voor* c_p. Teneinde de in § 4 sub c. aangegeven methode ter afleiding van een toestandsvergelijking uit de c_p-waarden te kunnen toepassen, moet men in het bezit zijn van een vergelijking, waardoor c_p wordt uitgedrukt als functie van p en T. Van dergelijke vergelijkingen zijn er verschillende opgesteld. Wij ontleenen aan een publicatie van R. Plank [1]) „Ueber die spezifische Wärme von überhitzten Dämpfen" gedeeltelijk het volgende overzicht:

I. Plank zelf kwam aanvankelijk tot den vorm [2])

$$c_p = c_p^\circ + \frac{\varphi_1(p)}{T - \varphi_2(p)}, \tag{10}$$

waarin c_p° de grenswaarde van de soortelijke warmte bij den druk $p = o$ aangeeft. De grootheid c_p° is een temperatuurfunctie, die voor waterdamp met voldoende nauwkeurigheid bekend is.

II. Volgens Eichelberg [3]) is

$$c_p = c_p^\circ + \frac{C\,p}{T^4} + \frac{\varphi(p)}{T^{15}}. \tag{11}$$

Met behulp van deze vergelijking, waarin C een constante voorstelt, heeft Eichelberg een toestandsvergelijking afgeleid, die als grondslag voor de berekening van damptabellen heeft

1) R. Plank, Z.S. f. techn. Physik 5, S. 397, 1924.
2) R. Plank, Z.S. d. V. d. I. **60**, S. 187, 1916.
3) Eichelberg, Forschungsarbeiten, Heft 220, 1920.

gediend, welke door Stodola in den 5den druk van zijn bekend werk over stoomturbines zijn toegepast.

III. In een bespreking van het werk van Eichelberg stelt Mollier[1]) de volgende vergelijking voor:

$$c_p = c_p^\circ + p\, f_1(T) + p^2 f_2(T) + p^3 f_3(T) + \ldots\ldots \quad (12)$$

IV. Volgens Hausen[2]) is

$$c_p = f(T) + \frac{C}{T - \varphi(T)}. \quad (13)$$

Op deze vergelijking komen wij in het volgende terug.

V. De vergelijkingen (10) tot (13) berusten alle op de bepalingen van c_p door Knoblauch en zijn medewerkers verricht, voor zoover deze ten tijde van de opstelling van ieder dezer vergelijkingen gevorderd waren. Het zijn overigens zuiver empirische vergelijkingen, die bestemd zijn de bij de proeven verkregen getalwaarden van c_p zoo goed mogelijk weer te geven.

Een andere methode om een empirische vergelijking voor c_p te vinden hebben wij reeds in § 4 aangegeven; zij is toe te passen, als reeds langs anderen weg een toestandsvergelijking verkregen is. Volgens vergelijking (8), die wij hier nog eens herhalen, kan dan c_p gevonden worden als functie van p en T:

$$c_p = \text{const.} - \int T \left(\frac{\partial^2 V}{\partial T^2}\right) dp. \quad (8)$$

Deze weg is gevolgd door Callendar en door Mollier, die zijn uitgegaan van de toestandsvergelijking van eerstgenoemde (zie vergel. (5)).

Voor die toestandsvergelijking kan men schrijven

$$V - b = \frac{B\,T}{p} - c, \quad \text{waarin } c = C\left(\frac{237}{T}\right)^n.$$

Men leidt hieruit af:

$$\left(\frac{\partial^2 V}{\partial T^2}\right)_p = -\frac{d^2 c}{d T^2} = -\frac{n(n+1)\,c}{T},$$

en vindt na substitutie in vergelijking (8)

---

1) Mollier, Z.S. f. angew. Math. und Mech. S. 317, 1922.
2) Knoblauch, Raisch und Hausen, l.c.

$$c_p = c_p^\circ + \frac{n\,(n+1)\,p\,c}{T}\,, \qquad (14)$$

waarbij voor const. geschreven is c_p°, d.i. de waarde van $p = o$. Deze vergelijking geeft te kleine waarden voor c_p en wel zijn de verschillen met de experimenteel gevonden getallen des te grooter naarmate de druk hooger en de temperatuur dichter bij die van de verzadiging is gelegen. Zoo geeft vergelijking (14) voor c_p van verzadigden damp van 20 kg/cm² spanning, 0,632, terwijl door Knoblauch daarvoor proefondervindelijk gevonden is 0,760.

De oorzaak van de geringe nauwkeurigheid, die langs dezen weg te bereiken is, ligt, zooals reeds menigmaal is opgemerkt [1]) daaraan, dat de toestandsvergelijkingen wel steeds van de volgende gedaante zijn:

$$V = \frac{B\,T}{p} - \triangle\, V.$$

Hierin is dus $\triangle\, V$ te beschouwen als een correctieterm, die de afwijkingen van de ideale-gaswetten aangeeft. Bij toepassing nu van vergelijking (8) moet V tweemaal naar T worden gedifferentieerd, zoodat ten slotte c_p uitsluitend afhangt van $\frac{\partial^2 \triangle\, V}{\partial\, T^2}$, dus van het tweede differentiaalquotient van den correctieterm. Het spreekt van zelf, dat hieruit groote fouten kunnen voortspruiten.

VI. In de reeds genoemde verhandeling van R. Plank (Z.S. f. techn. Physik van 1924) stelt hij zich tot taak „an der Hand der Van der Waalschen Zustandsgleichung einen Ausdruck für c_p zu finden, der wenn auch nicht theoretisch exakt begründet, so doch mindestens in seinem Aufbau von theoretischen Gesichtspunkten gestützt ist, möglichst wenige empirische Konstanten enthält und zahlenmässig genaue Werte liefert."

Om dit doel te bereiken, voert hij in navolging van Clausius voor de constante a in de toestandsvergelijking van Van der Waals een temperatuurfunctie in en stelt

$$a = \varphi\,(T) = \frac{a_\circ}{T^n}\,,$$

waarin n een voor iedere stof karakteristieke constante is, welke des te grooter is, naarmate het molekuul samengestelder van bouw

[1]) Zie b.v. R. Plank, Z. d. V. d. I. Jahrgang 1916, S 187.

is. Dan beperkt hij zich eerst tot een gebied, waarin het volume V groot is ten opzichte van het kritische volume, zoodat de b in de vergelijking van Van der Waals kan worden verwaarloosd. De toestandsvergelijking wordt dan

$$\left(p + \frac{a_0}{T^n V^2}\right) V = B\,T.$$

Uit deze vergelijking leidt hij met behulp van de thermodynamische betrekking

$$\left(\frac{\partial c_v}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial^2 p}{\partial T^2}\right)_V$$

eerst c_v af als functie van V en T, daarna uit de vergelijking

$$c_p - c_v = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

een uitdrukking voor c_p als functie van V en T. Na uit deze functie door middel van de toestandsvergelijking van Callendar (vergel. (5)) het volume V te hebben geëlimineerd, vindt hij

$$c_p = c_p^\circ + \frac{C_1 p}{B T^{n+2} - C_2 p}, \qquad (15)$$

waarin B de gasconstante (voor de eenheid van massa), die ook voorkomt in de vergelijking van Callendar, C_1 en C_2 twee constanten voorstellen. De uit deze vergelijking berekende waarden van c_p stemmen zeer goed overeen met de uitkomsten der metingen van Knoblauch.

Ook worden door Plank de verkregen vergelijkingen nog uitgebreid voor het gebied in de nabijheid van het kritische punt. Om deze uitkomsten te kunnen toetsen ontbreken echter nog de noodige experimenteele gegevens.

6. Waterdamptabellen. Wij zullen nu ten slotte een kort overzicht geven van de wijze, waarop de getallen in de tabellen van Knoblauch, Raisch en Hausen, de meest vertrouwbare tabellen voor waterdamp, die wij thans bezitten, zijn berekend. Zij geven een tabel, waarin de getallen zijn gerangschikt naar regelmatig opklimmende temperaturen en een tweede, waarin wordt uitgegaan van afgeronde waarden van de drukkingen.

Waterdamp-tabel.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Temp. in C. gr.	Temperatuur (absoluut)	Verzadigingsdruk kg/cm²	Soortelijk volume verzadigde damp m³/kg	Warmtefunctie bij constanten druk in cal/kg voor		Verdampingswarmte cal/kg	Uitwendige arbeid bij de verdamping cal/kg	Toename inwendige energie cal/kg	Entropie van 1 kg		
				water	damp				water	damp	
t	T	p	V'	χ''	χ'	r	$p(V'-V'')$	$U'-U''$	η''	η'	$\eta'-\eta''=r/T$
0	273,1	0,006226	206,5101	0,0	596,8	596,8	30,12	566,7	0,0000	2,1859	2,1859
25	298,1	0,032298	43,4136	25,0	608,1	583,1	32,84	550,3	0,08775	2,04385	1,9561
50	323,1	0,12577	12,0573	50,0	619,2	569,2	35,52	533,7	0,1682	1,9299	1,7617
75	348,1	0,39306	4,1382	75,0	629,8	554,8	38,09	516,7	0,2427	1,8368	1,5941
100	373,1	1,0333	1,67417	100,1	639,8	539,7	40,50	499,2	0,3125	1,7591	1,4466
125	398,1	2,3670	0,77046	125,5	648,6	523,1	42,66	480,4	0,3781	1,6926	1,3145
150	423,1	4,855	0,39235	151,1	656,1	505,0	44,50	460,5	0,4405	1,6343	1,1938
175	448,1	9,102	0,21665	177,2	$661,7_5$	$484,5_5$	45,96	438,6	0,4999	1,5816	1,0817
200	473,1	15,854	0,12723	$203,6_5$	$665,2_5$	461,6	46,82	414,8	0,5571	1,5329	0,9758
225	498,1	26,003	0,07833	230,7	666,7	436,0	46,98	389,0	0,6123	1,4875	0,8752
250	523,1	40,547	0,04988	258.4	666,4	408,0	46,19	361,8	0,6657	$1,4453_5$	$0,7796_5$
275	548,1	60,625	0,03248	287,0	665,2	378,2	44,27	333,9	$0,7178_5$	1,4078	$0,6899_5$

Van eerstgenoemde tabel is hiernevens een gedeelte weergegeven. De reeds vermelde (13) door Hausen opgestelde empirische vergelijking voor c_p als functie van p en T vormt het uitgangspunt der tabellen; dus

$$c_p = f(T) + \frac{C}{T - \varphi(T)} \tag{13}$$

a) *Het volume.* Uit deze vergelijking wordt volgens de beschreven methode (zie de vergel. (7) en (9)) een toestandsvergelijking afgeleid, die de volgende gedaante bezit:

$$V = \frac{B\,T}{p} - \frac{C\,\varphi'(p)}{[\varphi(p)]^2}\left[T \ln \frac{T}{T - \varphi(T)} - \varphi(p)\right] + \psi(p). \tag{16}$$

Voor de nadere gegevens omtrent de waarde van de constanten en den vorm der functies in (13) en (16) moeten wij naar de oorspronkelijke verhandeling verwijzen. Alleen vermelden wij, dat C, $f(T)$ en $\varphi(T)$ door probeeren en vervolgens met behulp van de methode der kleinste vierkanten uit de experimenteele gegevens voor c_p zijn afgeleid. De functies $\xi(p)$ en $\psi(p)$, (zie vergel. (9)), zijn onafhankelijk van c_p en moesten uit andere experimenteele gegevens worden bepaald. De vaststelling van $\xi(p)$ geschiedde op grond van de ervaring, dat een oververhitte damp bij toenemende temperatuur in zijn gedrag meer en meer nadert tot dat van een ideaal gas en dat dus zijn toestandsvergelijking voor $T = \infty$ moet overgaan in den vorm $p\,V = B\,T$, waarin V het soortelijk volume en B de gasconstante voor de eenheid van massa der beschouwde stof voorstelt. Dus is voor $\xi(p)$ van vergel. (9) B/p gesubstitueerd in vergel. (16). De functie $\psi(p)$ werd bepaald door in vergelijking (16) voor eenige verschillende temperaturen (en drukkingen) de waarde van het volume V' van den verzadigden damp te substitueeren, zooals dat gegeven wordt door de uitkomsten van de proeven van Knoblauch, Linde en Klebe,[1]) welke gaan tot 180 °C.

b) *De warmtefunctie* χ. Volgens de eerste en de tweede hoofdwet der thermodynamica kan men voor $d\chi$, uitgedrukt in dT en dp schrijven:

$$d\chi = c_p\,dT - \left[T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p - V\right] dp.$$

1) Osc. Knoblauch, R. Linde und H. Klebe, l.c.

Wanneer men hierin substitueert de waarde van c_p volgens vergel. (13) en die voor V en $(\partial V/\partial T)_p$ volgens vergel. (16) dan verkrijgt men een differentiaalvergelijking voor $d\chi$, waarin de coëfficienten dT en dp bekende functies zijn van p en T. Door deze vergelijking te integreeren vond Hausen

$$\chi = \chi_c + \int f(T)\,dT + C \ln [T - \varphi(p)] + \int \psi(p)\,dp, \quad (17)$$

waarin χ_c de integratieconstante voorstelt. Deze constante werd bepaald met behulp van de voor een of meer punten van de bovenste grenslijn experimenteel bepaalde waarde van χ'. Noemt men de waarde van χ aan de onderste grenslijn, dus van de vloeistof onder verzadigingsdruk χ'', dan is

$$\chi' - \chi'' = r, \quad \text{of} \quad \chi' = \chi'' + r.$$

Hierin is r de verdampingswarmte, waarvoor een getalwaarde werd ingevoerd uit de proeven van Henning [1]) afgeleid, terwijl χ'' werd berekend op grond van de uitkomsten door Dieterici [2]) Jaeger en V. Steinwehr [3]) verkregen voor de soortelijke warmte van vloeibaar water.

c) *De entropie* η. De vergelijking voor η wordt op overeenkomstige wijze als die voor χ verkregen. Beschouwt men η als een functie van p en T, dan kan men schrijven

$$d\eta = \left(\frac{\partial \eta}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial \eta}{\partial p}\right)_T dp,$$

of

$$d\eta = \frac{c_p}{T}\,dT - \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p dp.$$

De coëfficient van dT hierin kan weer uit vergelijking (13) en die van dp uit de toestandsvergelijking (16) worden afgeleid als functie van p en T. Na substitutie van die functies in de vergelijking van $d\eta$ is deze te integreeren. Hausen verkrijgt als uitkomst:

$$\eta = \eta_c + \int \frac{f(T)}{T}\,dT - \frac{C}{\varphi(p)} \ln \frac{T}{T - \varphi(p)} - B \ln p, \quad (18)$$

waarin η_c de integratieconstante voorstelt. Deze integratieconstante

[1]) F. Henning, zie Wärmetabellen d. P. T. R.
[2]) R. Dieterici, Ann. d. Physik (4) 16, S. 593, 1905.
[3]) W. Jaeger und H. v. Steinwehr, zie Wärmetabellen d. P. T. R. en Ann. d. Physik (4) 64, S. 305, 1921.

is te vinden door voor een of meer punten van de bovenste grenslijn de waarde van η' uit de reeds vermelde proeven over de soortelijke warmte van water en verder uit de verdampingswarmte af te leiden. Bij de berekening zijn de volgende betrekkingen toe te passen :

$$\eta'' = \int_{273}^{T} \frac{d\,U'' + p\,d\,V''}{T} \quad \text{en} \quad \eta' = \eta'' + \frac{r}{T},$$

waarin η'' de entropie van de massa-eenheid water onder verzadigingsdruk voorstelt, η' die van den verzadigden damp; de integratie voor de berekening van η'' is te volbrengen langs de onderste grenslijn zooals door het dubbel-accent bij U en V is aangeduid; de entropie η'' wordt als gewoonlijk voor vloeibaar water bij 0 ° C. gelijk aan nul gesteld.

d. *De dampspanningskromme.* De bij elkaar behoorende waarden van den druk en de temperatuur van den verzadigden damp, die in de kolommen 1, 2 en 3 van de tabel vermeld staan, zijn ontleend aan de meermalen genoemde Wärmetabellen van de Physikalisch Technische Reichsanstalt. Er zou voor de berekening van de spanningskromme ook een andere methode mogelijk geweest zijn, die ten slotte zou berusten op de toestandsvergelijking. Men heeft nl.

$$\text{zoowel} \quad r = T(\eta' - \eta''), \quad \text{als} \quad r = \chi' - \chi'';$$

$$\text{hieruit volgt} \quad T(\eta' - \eta'') = \chi' - \chi'';$$

en daar volgens het vorige alle grootheden in deze betrekking in p en T zijn uit te drukken, zoo stelt deze vergelijking ook de spanningskromme voor. En dat de aldus te verkrijgen uitkomsten een groote nauwkeurigheid zouden bezitten, volgt wel uit het feit, dat de waarde voor r uit η' en η'' en die uit χ' en χ'' berekend, een zoo mooie overeenstemming vertoonen, als men daarbij de getallen uit de tabel van Knoblauch toepast.

Verdere toelichting bij de waterdamp-tabel zal overbodig zijn. De getallen in de kolommen 8, 9 en 12 zijn op bekende wijze af te leiden uit die in de andere kolommen, van welke laatste wij in het vorige de wijze van berekening hebben besproken.

Wij vermelden nog, dat in een der tabellen van Knoblauch voor een aantal drukkingen en temperaturen de getalwaarden

van de hulpfuncties $f(T)$, $\varphi(p)$, $\psi(p)$ en voor eenige er uit afgeleide grootheden gegeven zijn, zoodat men met behulp daarvan in staat is gesteld de noodige calorische grootheden van waterdamp op eenvoudige wijze te berekenen, zoowel voor drukkingen en temperaturen, die niet in de stoomtabel zelf voorkomen, als voor den toestand van oververhitting.

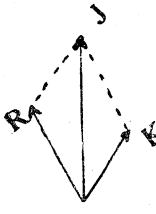
De waterdamp-tabellen van Knoblauch gaan tot $p = 60$ kg/cm^2 hoewel de metingen van c_p, waarop zij berusten, slechts tot $p = 30$ kg/cm^2 zijn verricht. Dit beteekent dus een extrapolatie, welke echter, zooals Knoblauch zegt, door de „befriedigende innere Harmonie" der tabellen gerechtvaardigd schijnt. Wij kunnen deze meening deelen en zien dan ook vol vertrouwen de uitkomsten van de metingen van c_p, die te München bij nog hoogere drukkingen zullen worden voortgezet, tegemoet.

HET GRONDNIVEAU IN HET NEONSPECTRUM[1])

door S. GOUDSMIT.

Op grond van zijn intensiteitsmetingen komt de Heer Dorgelo[2]) tot het besluit, dat het laagste energieniveau in het Neon-spectrum een p-niveau ($k = 2$) is. De analyse van het Neonspectrum door Landé[3]) waarbij deze aantoonde, dat het Neonspectrum een zgn. „spectrum van den tweeden trap is, levert hetzelfde resultaat, wat ik mij in het volgende veroorloof uiteen te zetten.

Zooals men weet bouwt Landé zijn onderzoekingen op het door hem ingevoerde vectordiagram RKJ[4]). Een consequente doorvoering van zijn beschouwingen toonde aan, dat er spectra moeten bestaan, welke in bouw sterk afwijken van de bekende spectra b.v. Na, Mg, Mn, Fe[5]). Bevat de atoomrest electronengroepen, voor welke $K \geq 2$ is, en vormen deze elk een gesloten, impulslooze configuratie, wat wegens de periodiciteit der elementen altijd het geval moet zijn als zulk een groep volledig bezet is, dan ontstaat een gewoon spectrum, een „spectrum van



1) Opmerking in de vergadering der Nederlandsche Natuurkundige Vereeniging, 28 Jauuari 1925.
2) Noot v. d. Redactie. De desbetreffende lezing wordt in het volgende nummer opgenomen.
3) A. Landé, Zeitschr. f. Phys. 17, p. 392, 1923.
4) K hangt samen met het moment van hoeveelheid van beweging van het emitteerende electron, R met dat van de atoomrest — d.i. het atoom zonder het emitteerende electron — en J is hun resultante. Het verband tusschen dit zoo uiterst vruchtbare schema en den werkelijken opbouw der atomen is nog volkomen duister. Het RKJ-schema geeft dus nog geen verklaring, maar wel een volkomen uniforme beschrijvingswijze van de spectrale eigenschappen der atomen. Zelfs is het mogelijk hierin de punten aan te wijzen, waar zich de fundamenteele moeilijkheden bevinden, die in het licht der tegenwoordige theoretische natuurkunde nog onbegrijpelijk zijn.
5) Back-Landé, Zeemaneffekt u. Multiplettstruktur § 12.

den eersten trap". Zijn er echter in de atoomrest electronengroepen met $k \geq 2$, welke nog een resulteerend impulsmoment hebben, dan spreekt Landé van spectra van de tweede, derde trap, al naar het aantal van zulke niet gesloten groepen. Het is hem gelukt met dezelfde methoden als voor de gewone spectra, ook van deze spectra de termstructuur, het Zeeman-effekt enz. volledig te beschrijven.

Landé toont nu in het bijzonder aan, dat we in het Neonspectrum een typisch voorbeeld hebben van een spectrum van den tweeden trap. De termstructuur (aantallen *s*-, *p*-, *d*-termen en hun quantumgetallen, de constante termverschuiving) beantwoordt volkomen aan de verwachtingen; de waargenomen Zeemansplitsingen [1]) komen volkomen met de berekeningen overeen [3]). Hieruit trekt Landé o.a. de conclusie, dat de atoomrest een onvolledige electronengroep met $k = 2$ moet hebben. Nu bevat echter een niet aangeslagen Neonatoom, een edelgas zijnde, volgens het periodiek systeem van Bohr-Coster [3]) of Stoner [4]) alleen volledige electronengroepen en wel met $k = 1$ en $k = 2$. Daar nu de atoomrest een onvolledige groep met $k = 2$ moet hebben, moet dus het emitteerende electron uit één der electronengroepen met $k = 2$ afkomstig zijn, m.a.w. het laagste Neonniveau draagt het quantumgetal $k = 2$ en is dus een *p*-niveau.

1) A. Landé, Paschen-Festschrift, Ann. d. Phys. **76**, p. 273 en E. Back, p. 317, 1925.
2) Ook de door den Heer Dorgelo medegedeelde resultaten zijner intensiteitsmetingen, blijken dan (maar ook alleen dàn) aan de regels van Burger en Dorgelo te voldoen, als men, evenals Landé doet bij zijn berekeningen der „*g*-sommen" (l.c. 4), l.c. 3) p. 55) voor de spectra van hoogeren trap, de gevonden intensiteiten sommeert over de samenhoorende niveau's met gelijke *J*.
3) N. Bohr en D. Coster, Zeitschr. f. Phys. **12**, p. 342. 1922.
4) E. C. Stoner, Phil. Mag. October 1924.

Eindhoven. NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN.

BOEKBESPREKING.

H. Ollivier. **Travaux pratiques de physique générale,** 1e Serie, 102 bldz., 63 fig. — Hermann, Paris 1924.

Het werkje is een handleiding bij de practische oefeningen in de natuurkunde, behoorende bij de opleiding tot het „Certificat d'études supérieures de Physique générale" aan de universiteit te Straatsburg. Er worden 45 oefeningen in behandeld, over de geheele natuurkunde verdeeld, waaronder zoowel zeer eenvoudige als ook weer ingewikkelde, zooals b.v. het bepalen van de karakteristieken van een triodelamp, welke men geneigd zou zijn aan meer gevorderden over te laten. De beschrijving der oefeningen is steeds volledig en degelijk. Het boekje is van waarde voor allen die zich met practische oefeningen in het laboratorium hebben bezig te houden.

Een tweede serie met iets minder eenvoudige proeven zal volgen. L. H. S.

MEDEDEELINGEN.

NEDERLANDSCH-AMERIKAANSCHE FUNDATIE.

De Wetenschappelijke Commissie der Nederlandsch-Amerikaansche Fundatie verzoekt studenten aan de Nederlandsche Universiteiten en Hoogescholen (met inbegrip van pas afgestudeerden), die in 1925 gedurende eenige maanden hunne studiën zouden wenschen voort te zetten in de Vereenigde Staten, zich met opgave van hun tot dusver afgelegde studiën en met eenige omschrijving van hun studieplan in Amerika, onder overlegging van aanbevelingen, voor 1 Maart 1925 schriftelijk aan te melden bij den secretaris der Commissie Prof. Dr. H. A. Brouwer te Delft.

Aan een beperkt aantal studenten wordt door de Fundatie steun verleend, welke in hoofdzaak uit vergoeding der reiskosten zal bestaan. Ook voor studenten, die geen subsidie begeeren, bestaat gelegenheid om van de aanbevelingen der Nederlandsch-Amerikaansche Fundatie gebruik te maken.

In verband hiermede wordt verzocht, om tevens op te geven of een uitzending al dan niet van het verleenen eener subsidie afhankelijk wordt gesteld.

Namens de Wetenschappelijke Commissie,
H. A. BROUWER.

STRIKVRAGEN.

In den nieuwen Jaargang hoopt de Redactie het stellen van strikvragen voort te zetten op de reeds gewoonte geworden wijze. Zij noodigt dames en heeren lezers uit hunne antwoorden in te zenden niet alleen, maar ook haar te voorzien van nieuwe strikvragen. Zij behoudt zich het genoegen voor, een gratis jaarabonnement te vereeren aan de(n) inzender(ster) van de meeste antwoorden of van de meeste nieuwe vragen.

Vraag XXIV. **Zal, indien men in het luchtledig een geopende flesch onderstboven laat vallen, de wijn in de flesch blijven of eruit komen?**

Het antwoord op vraag XXIII in het vorig nummer zal in no. 3 worden gegeven.

Nadruk der artikelen en reproductie der illustraties voorkomende in dit tijdschrift wordt bij deze overeenkomstig Art. 15 der Auteurswet 1912, uitdrukkelijk verboden.

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

5e JAARGANG **MAART 1925** **NUMMER 3.**

PROF. DR. P. ZEEMAN.

1900 — 12 Maart — 1925.

Op 12 Maart j.l. heeft Professor Zeeman den dag herdacht, waarop hij vijfentwintig jaar geleden het hoogleeraarschap aan de Gemeentelijke Universiteit van Amsterdam aanvaardde. Op de receptie, in een kleinen kring van vakgenooten, leerlingen en familie sprak Professor Lorentz den jubilaris als volgt toe:

Waarde Zeeman,

Er wordt wel eens aan natuurkundigen verweten dat zij, geheel vervuld van hunne tegenwoordige problemen, voor de geschiedenis van hunne wetenschap geen oog hebben. Wat daarvan zijn moge, zeker is het, ik zeg het met schaamte en leedwezen, dat verscheidenen van Uwe vakgenooten, tot wie ik zelf behoor, op het oogenblik het gevoel hebben, dat verwijt te verdienen. Wij stonden versteld toen het bleek dat wij den dag Uwer ambtsaanvaarding, die toch in de annalen dezer universiteit en der Nederlandsche wetenschap een uitblinkende plaats inneemt, hadden kunnen vergeten. En ik kan niet eens zeggen dat het kwam doordat wij te zeer in ons werk verdiept waren.

Gelukkig hebben Uwe leerlingen, oplettender dan wij, ons voor het begaan van een onherstelbaar verzuim behoed en kunnen wij U dan toch vandaag onze hartelijke gelukwenschen brengen en onze diepgevoelde waardeering voor Uw persoon en Uw werk uitspreken. Als een Uwer oudste vrienden mag ik daarbij wel de tolk van allen zijn; in het bijzonder breng ik U de groeten en gelukwenschen van Kamerlingh Onnes, die zeer tot zijn leedwezen niet heeft kunnen komen.

Ga ik nu in gedachten tot den 12en Maart 1900 terug, dan treft het mij opnieuw, als iets dat toch wel heel bijzonder was, dat een jonge man, op den dag waarop hij het hoogleeraarsambt

aanvaardde, de wetenschap reeds met een ontdekking van den eersten rang verrijkt had. Weinige jaren te voren had men allerwege het talent en vernuft bewonderd, waarmee gij de magnetische splitsing der spectraallijnen aan het licht hadt gebracht. Wij waren allen opgetogen over het Zeeman-effect, en het nieuwe verschijnsel was gebleken een hecht steunsel te zijn voor de onderstelling van 't bestaan dier „deelen kleiner dan atomen", waaraan gij Uwe intreerede hebt gewijd. Geen wonder dat gij zelf vol geestdrift waart en dat gij U gingt verdiepen in wat de toekomst verder zou kunnen brengen. Gij twijfeldet er niet aan of dit negatieve ion dat bij Uwe proeven in het spel was, — men sprak toen nog niet van electronen, — moest een fundamenteele rol spelen in alle electrische theorieën.

Misschien was het wel de fundamenteele grootheid waarin alle electrische processen uitgedrukt kunnen worden, want zijn massa en lading schenen onveranderlijk te zijn en ook onafhankelijk van de electrische processen, waardoor en van de stoffen waaruit het ontstaat. „Het is dan ook", zoo gingt gij voort, „niet te verwonderen dat door natuurkundigen pogingen worden aangewend, om het verband aan te wijzen tusschen deze kleine ionen van de lichtverschijnselen en de kathodestralen, en de oude atomen van de andere deelen der natuurkunde en der chemie. De atomen der chemie zouden dan moeten zijn opgebouwd uit de kleine ionen die wij leerden kennen, en in het proces waardoor de kathodestralen ontstaan, zouden een of twee daarvan moeten worden losgerukt uit ieder atoom. Maar", dit was een teeken van Uwe bedachtzaamheid, „niemand zal ontkennen dat wij aldus komen in het gebied der onderstellingen, meer of minder waarschijnlijk, maar altijd der onderstellingen. Niet te lang zal de experimentator aan hare beschouwing wijden, maar aangemoedigd door het verkregen resultaat aan nieuwe onderzoekingen beginnen."

En wij hoorden ten slotte: „De experimenteele studie der stralingsverschijnselen, onder eene verscheidenheid van omstandigheden, schijnt mij toe in meer dan eene richting belangrijke bouwsteenen te zullen leveren voor onze natuurkennis.

Het zal mijn streven zijn in het natuurkundig laboratorium op te wekken tot deze onderzoekingen, die zoo nauw in verband staan met de laatste fundamenten waarop de wereld gebouwd is."

Met deze woorden hadt gij, vast en klaar, Uw weg afgebakend en thans, na een kwart eeuw, verheugen wij ons erover dat gij

Uw programma getrouw zijt gebleven en dat Uwe verwachtingen, meer zelfs dan gij toen hadt kunnen denken, verwezenlijkt zijn. Hoe de atomen zijn samengesteld, wat er noodig is om er een electron uit los te rukken, en wat, laat ik zeggen, het eigenlijke geheim is van de lichtuitstraling, dat alles is ons geopenbaard. Tegelijkertijd hebben wij een verscheidenheid van verschijnselen leeren kennen, veel rijker dan wij hadden kunnen droomen. Het Zeeman-effect zelf heeft heel wat meer ingewikkelde vormen aangenomen dan het triplet waarmee wij eens zoo blij waren, vormen die al spoedig de machteloosheid der toenmalige theorie deden zien en eerst haast verbijsterend werkten. Maar toch, ook hier heeft men allengs orde weten te brengen en naarmate dit gelukte bleek meer en meer, duidelijker nog dan te voren, dat de bestudeering van het Zeeman-effect een der kostelijkste middelen is om tot den bouw der materie door te dringen.

Alles te zamen genomen zijn wij getuigen geweest van een ontwikkeling, waarvan men, in gelijke tijdsruimte, nauwelijks een tweede voorbeeld zou kunnen aanwijzen en in die ontwikkeling, mede door U ingeleid, hebt gij door Uwe onderzoekingen gestadig een ruim deel genomen. Eerst in de jaren toen gij naast van der Waals stondt, den grooten natuurkundige aan wien wij heden met eerbied denken, vervolgens toen gij zelf de leiding van het laboratorium hadt op U genomen en eindelijk in Uw mooie nieuwe werkplaats, met de opening waarvan nu drie jaar geleden een lang door U gekoesterde wensch vervuld werd. En vergeten wij niet hoe gij tal van voortreffelijke leerlingen tot Uwe medewerkers hebt opgeleid en hoe uit verre landen jonge natuurkundigen zijn gekomen die leiding en opwekking bij U zochten; zij allen denken met groote dankbaarheid aan den hier doorgebrachten tijd terug.

Maar, of gij zelf aan het werk waart of zij, op alles werd Uw stempel gedrukt; het werd alles door Uw geest geadeld en droeg de sporen van Uwe nauwgezetheid en volharding, van Uwen eenvoud ook bovenal. Terwijl men onder de bekoring kwam van Uwe gaven, nam men ook iets over van Uw fijn waarnemingstalent en van Uw vermogen om ingewikkelde verschijnselen te ontwarren.

Daarbij bleef steeds het oog gericht op dat *fundamenteele* waarvan gij in Uwe oratie hadt gesproken. Door Uwe onderzoekingen over de meesleeping van het licht door in beweging

verkeerende materie wist gij de beroemde uitkomsten van Fizeau op gelukkige wijze aan te vullen. Een fijne bijzonderheid, die hem ontgaan moest, kwam bij Uwe proeven met volkomen duidelijkheid te voorschijn, en gij hebt het meesterstuk volbracht, de meesleeping van het licht ook in vaste stoffen, kwarts en glas, waar te nemen en nauwkeurig te meten.

Dit waren mooie en belangrijke bevestigingen van Einstein's specieele relativiteitstheorie. Ook een van de grondslagen der algemeene relativiteitstheorie, de gelijkheid van de zware en de trage massa hebt gij op de proef gesteld. Daarvoor diende Uwe gevoelige wringbalans, waarvoor de Amsterdamsche veenbodem te bewegelijk was, en die daarom in den kelder of de vestibule van Uwe woning te Huis ter Heide moest worden opgesteld, zoodat Uwe huisgenooten zich eenigen tijd den hoofdingang versperd zagen. Uw besluit is geweest, ik zeg dit natuurlijk niet voor U, maar voor anderen, dat geen verschil tusschen de waarden der twee massa's kon worden geconstateerd; althans bedoeg het zelfs in een geval waarin men het misschien nog het eerst zou kunnen verwachten, minder dan een vijfmillioenste der massa's zelf. Dit is een precisie 5000 maal grooter dan de door Newton bereikte, 80 maal grooter dan die van Bessel en 24 maal grooter dan die van Southerns bij zijne proeven in het laboratorium van J. J. Thomson.

Een ander maal, om nog maar een enkel voorbeeld te noemen, zien wij in Uw laboratorium de Brown'sche beweging van een fijn draadje onderzoeken of nieuwe gevolgtrekkingen uit de theorie der spectraallijnen aan de waarneming toetsen. En wij verwachten nog altijd dat gij experimenteel zult bevestigen wat de relativiteitstheorie over den invloed eener translatiebeweging op de frequentie van periodieke bewegingen leert. Een moeilijke onderneming, maar als iemand kan slagen, dan zult gij het zijn.

Bedenk ik nu van hoe groote beteekenis voor de natuurkunde de door U behandelde vraagstukken zijn, dan verwijt ik mijzelf bijna, dat ik er toe heb medegewerkt U daaraan menigmaal te onttrekken. Ik denk aan den tijd toen gij met groote en voortdurende toewijding het algemeen secretariaat der Akademie van Wetenschappen vervuld hebt, en vooral aan Uwe vele bemoeiïngen in de jaren 1918 en 1919, als secretaris der Wetenschappelijke Commissie van advies en onderzoek in het belang van volkswelvaart en weerbaarheid. Gij hebt U toen met gansch andere dingen

dan electronen en spectraallijnen moeten bezig houden, met het stikstofvraagstuk, de brandstoffenvoorziening, de bestrijding der aardappelziekten. Gij hebt het gedaan, met geduld en goed humeur, omdat gij het als een plicht hebt beschouwd, waaraan gij U in die moeilijke dagen niet mocht onttrekken. Wie, zooals ik, Uwe werkzaamheid in de Akademie en voor de Wetenschappelijke Commissie van nabij heeft gadegeslagen, weet hoeveel dank men U voor dit alles verschuldigd is.

Gelukkig liggen de zorgen van den oorlogstijd nu achter ons en hebt gij U in de laatste jaren weer ongestoord aan Uwe onderzoekingen kunnen wijden, tot eer van Uwe Universiteit en tot eer ook van Nederland. Door menig eerbetoon werden Uwe verdiensten erkend en telkens als U eene nieuwe onderscheiding werd verleend, zooals nu onlangs de Franklin-medaille, hebben wij ons erover verheugd, omdat het *onzen* Zeeman gold, onzen Zeeman dien we niet alleen bewonderen, maar dien wij ook een zoo groote genegenheid toedragen.

En nu, laat ik U nog eens met de Uwen van ganscher harte met dezen dag gelukwenschen en de hoop uitspreken dat U nog vele jaren van rijken zegen op Uw werk mogen geschonken worden.

Dr. J. J. Hallo, namens de oud-leerlingen, en de Rector Magnificus Prof. dr. O. Lanz sloten zich bij deze gelukwenschen aan.

De Redactie en ongetwijfeld ook de lezers van Physica stemmen van harte daarmede in en wenschen Professor Zeeman voorspoed en groote voldoening bij de voortzetting van zijn werk.

OPTISCHE BEPALING VAN DE DIKTE DER OVERGANGSLAGEN OP GLAS

door R. SISSINGH.

In Physica, Jaargang II, blz. 12, wijst Dr. J. J. Haak er op, dat volgens I. Langmuir de oppervlaktelagen op glas een atoom dik zijn, terwijl hij bij kwik langs optischen weg eene laag

kon aantoonen, welker dikte 1,6 $\mu\mu$ bedraagt. Vooreerst valt op te merken, dat al mogen de waarnemingen van Langmuir vaststaan, tegen sommige der redenen, waarop zijne bewering steunt, wel eenige bedenking is aan te voeren. Het zijn echter vooral experimenteele bepalingen, die hierin eene beslissing moeten brengen.

In mijn proefschrift heb ik op de zijden van een flintglas prisma, dat stellig 20 jaar oud was, eene aanmerkelijke overgangslaag kunnen aantoonen [1]). Deze bleek uit de zeer aanzienlijke elliptische polarisatie van het door de zijvlakken teruggekaatste licht. Zooals bekend, leidt de electro-magnetische lichttheorie, in het geval eener scherpe scheiding tusschen twee middenstoffen, tot de formules van Fresnel voor de sterkte van het teruggekaatste licht [2]). Dit kan alleen dan elliptisch gepolariseerd zijn, zoo de overgang uit de eene middenstof in de andere geleidelijk is en er alzoo overgangslagen voorkomen. Met de dikte dezer laag stijgt de grootte der elliptische polarisatie, die het best door den ellipticiteitscoëfficient kan worden aangegeven [3]). Ik vond hiervoor $\varepsilon = 0.08$, grooter dan te voren bij eenige stof was gevonden. Loodrecht op het invalsvlak gepolariseerd licht met de amplitude 1 gaat, bij de terugkaatsing onder den polarisatiehoek, niet, als volgens de formules van Fresnel, onverzwakt in den gebroken lichtbundel over, doch levert in het teruggekaatste licht een loodrecht op het invalsvlak gepolariseerden bundel met de amplitude 0,00070. Ik ga nu stilzwijgend voorbij, dat de experimenteele uitkomsten betreffende het fazeverschil der lichtcomponenten, die na de terugkaatsing in- en loodrecht op het invalsvlak gepolariseerd zijn, alsmede van de verhoudingen hunner amplituden met hoogen graad van nauwkeurigheid door formules van Cauchy worden weergegeven, ofschoon tegen de afleiding der formules zeer gegronde bedenkingen zijn in te brengen [4]).

Toen ik mijne waarnemingen verrichtte, had, bijna twee jaren te voren, Dr. A. C. van Rijn van Alkemade in zijn proefschrift den invloed der overgangslaag op den aard van het teruggekaatste licht uit de electromagnetische lichttheorie afgeleid. Het

1) R. Sissingh, Proefschrift Leiden, 1885; Arch. Néerl., **20**, 207, 1886.
2) H. A. Lorentz, Over de theorie der terugkaatsing en breking van het licht. Leiden, 1875.
3) R. Sissingh, t. a. p.
4) Een verder bezwaar is het volgende. In Cauchy's theorie is $\mathrm{Sin}\, i = n_d \,\mathrm{Sin}\, r$, waarbij n_d aanwijst, dat deze brekingsindex dezelfde is als die, welke uit de afwijking der stralen bij de breking volgt. Echter kan r onafhankelijk van n_d worden berekend. Op deze wijze verkrijgt men ook eene waarde van n, die ik n_r zal noemen. Het bleek, dat n_r en n_d niet minder dan 60/0 tot 90/0 van elkaar verschilden en n_r niet met afnemende golflengte grooter, doch aanzienlijk kleiner werd.

was dus aangewezen om mijne uitkomsten met de formulen van dit onderzoek te vergelijken. Echter werd hierbij een groot bezwaar ondervonden. Cauchy heeft ingevoerd den *hoofdinvalshoek*, waarbij het phaseverschil tusschen de ontbondenen van het teruggekaatste licht, die in- en loodrecht op het invalsvlak gepolariseerd zijn, $\pi / 2$ bedraagt. In de theorie van Cauchy valt deze hoofdinvalshoek I niet samen met den *polarisatiehoek* I_p, volgens Brewster bepaald door $tg\ I_p = n$, waarin n de brekingsaanwijzer tusschen de beide middenstoffen is. Ik vond en dit is de eerste maal, dat een verschil tusschen I en I_p experimenteel kon worden aangetoond, $I_p - I = 4^1$, terwijl volgens de theorie van den geleidelijken overgang $I_p = I$. Wel toonde Dr. van Rijn van Alkemade door eene nadere discussie der theoretische uitkomsten voor invalshoeken in de buurt van den polarisatiehoek aan, dat I en I_p verschillen, maar dan zou $I_p < I$ zijn, juist het omgekeerde van wat ik had gevonden. Er is nog beproefd den invloed der overgangslaag op andere wijze na te gaan, maar volgens de theorie bleef $I_p < I$.

Hiermede bleef de zaak vooreerst rusten, tot ik in September 1918 in een schrijven aan Dr. van Rijn van Alkemade dezen verzocht, eens na te gaan of de theorie onveranderlijk leidde tot $I_p < I$ en er tusschen de definities en teekenbepalingen bij het experimenteele en theoretisch onderzoek geen verschil kon zijn, met een uitvoerige toelichting van het experimenteele standpunt. Aan het slot van deze briefwisseling deelde Dr. van Rijn van Alkemade mij mede, dat, zoo men in de theorie, de termen met $(d^2 : \lambda^2)$ (d = dikte der overgangslaag) in aanmerking neemt, zoowel $I_p > I$ als $I_p < I$ kan zijn, doch de meest aannemelijke onderstelling omtrent den aard der overgangslagen leidt tot $I_p > I$. Daar Dr. van Rijn van Alkemade deze wijzigingen in zijne theorie nog niet bekend maakte, wekte ik dit jaar Dr. J. Th. Groosmuller op, om de overeenkomstige wijziging in de theorie van Drude betreffende de overgangslaag aan te brengen [1]).

Dr. Groosmuller geraakte tot de volgende uitkomsten [2]). Noem δ het fazeverschil tusschen de teruggekaatste bundels, die

---

1) Drude, Wied. Ann., 43, 126, 1891 ontwikkelde zijne theorie negen jaar later dan van Rijn van Alkemade en bracht alleen in de wijze van berekening eenige veranderingen aan. De formules van Drude zijn iets meer geschikt voor de berekening van δ en k.

2) Zie het hierop volgende stuk in ditzelfde No. van Physica.

in en loodrecht op het invalsvlak gepolariseerd zijn, k de verhouding hunner amplituden, zoo deze voor de overeenkomstige invallende bundels 1 is, dan heeft men, voor $i = I_p$

$$\text{Cos } \delta = \frac{\pi \Theta}{\lambda (\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2) \sqrt{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}} \quad \ldots (a). \quad k = \frac{\pi \eta \sqrt{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}}{\lambda (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)} \ldots \quad (2)$$

$$\varphi = I_p - I = -\frac{2\pi}{\lambda^2} \varepsilon_2 \frac{\sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_2}}{(\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2)^2} \frac{\eta \Theta}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \qquad (3)$$

ε_1 en ε_2 zijn de diëlektrische konstanten der beide middenstoffen. Zooals men weet is $\varepsilon_2 : \varepsilon_1 = n^2_{12}$. Voert men eene gemiddelde waarde $\tilde{\varepsilon}$ in (de waarde van ε verandert in de overgangslaag van ε_1 tot ε_2), dan is :

$$\eta = \frac{(\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_1)(\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_2)}{\tilde{\varepsilon}} d \quad \ldots . \qquad (4)$$

$$\Theta = -(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \frac{\tilde{\varepsilon}^2 (3\varepsilon_1 + \varepsilon_2) - \tilde{\varepsilon} (4\varepsilon_1 \varepsilon_2 + \varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2) + \varepsilon_1 \varepsilon_2 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{\tilde{\varepsilon}} d$$

d is de dikte der overgangslaag.

Om te laten zien, hoe uit de waarnemingen met behulp dezer betrekkingen d, de dikte der overgang, bekend wordt, geef ik vooreerst de uitkomsten mijner waarnemingen. Hierin is $tg\ H$ de amplituden-verhouding k voor $i = I$. De aanwijzers 1 en 2 geven het zijvlak van het flintglasprisma aan, waarop de waarnemingen verricht zijn, ε_0 is de bovengenoemde ellipticiteitscoefficient, dien Cauchy invoert.

Waarnemingsreeks	λ	I	H	ε_0	n_r	n_d	$I+R$ [1]
C_1	6,57 × 10^{-4} mm	56° 41′ 5″	3° 56′	0.0755	1.5288	1.6117	89°54′
D_1	5,89 „	56° 34′ 28″	3° 59′ 13″	0.0767	1.5192	1.6167	89°53′56″
F_1	4,86 „	55° 58′	4° 13′	0.0825	1.4847	1.6285	89°53′30″
C_2	6,57 „	56° 33′23″	4° 5′55″	0.0789	1.5186	1.6117	89°53′36″
D_2	5,89 „	56° 23′21″	4° 6′53″	0.0796	1.5087	1.6167	89°53′38″
D'_2	5,82 „	56° 18′39″	4° 10′31″	0.0809	1.5043	1.6172	89°53′28″
F_2	4,87 „	56° 44′34″	4° 6′23″	0.0808	1.4721	1.6287	89°53′56″

Hieruit zijn berekend : I_p met behulp van $tg\ I_p = n_r$, δ voor $i = I_p$ met behulp der formules van Cauchy, terwijl tevens in

[1] Daar voor $i = Ip$, $i + r = 90°$, blijkt uit deze waarde van I, dat $Ip > I$.

de tabel is opgenomen n_d, $\varepsilon_2 = n_2^2$ en ε_2^2. Daar de eerste middenstof lucht is, heeft men $\varepsilon_1 = 1$.

Waarnemingsreeks	I_p	$I_p - I$	δ	n_d	ε_2	ε_2^2
C_1	56° 45′ 35″	4′ 30″	$1.017 \times \frac{\pi}{2}$	1.6117	2.598	6.748
D_1	56° 38′ 45″	4′ 17″	1.017^5 „	1.6167	2.614	6.832
F_1	56° 2′ 14″	4′ 14″	1.018 „	1.6285	2.652	7.033
C_2	56° 38′ 7″	4′ 44″	1.018 „	1.6117	2.598	6.748
D_2	56° 27′ 46″	4′ 25″	1.018 „	1.6167	2.614	6.832
D'_2	56° 23′ 8″	4′ 29″	1.017^5 „	1.6178	2.615	6.840
F_2	56° 48′ 42″	4′ 8″	1.017 „	1.6287	2.653	7.038

Uit de betrekkingen (1), (2) en (3) kan men thans $\Theta : \lambda$ en $\eta : \lambda$ berekenen en met (4) en (5), $\tilde{\varepsilon}$ en d. Hierdoor werd verkregen:

Waarnemingsreeks	$\tilde{\varepsilon}$	$d : \lambda$	d
C_1	1.43	0.052	$3{,}4 \times 10^{-5}$ mm
D_1	1.44	0.052	3,1 „
F_1	1.44	0.050	2,4 „
C_2	1.46	0.054	3,5 „
D_2	1.44	0.053	3,1 „
D'_2	1.44	0.053	3,1 „
F_2	1.44	0.052	2,5 „
			gemiddeld $3{,}0 \times 10^{-5}$ mm

De dikte der overgangslaag is dus ongeveer 100 atomen dik, terwijl de door J. J. Haak en later door C. A. Reeser waargenomen overgangslaag op kwik, welke uit lucht bestaat, slechts enkele, hoogstens tien atoomlagen dik is.

Op de zijden van het flintglas waren de figuren van Moser [1]) waar te nemen. Toen een over het zijvlak gespannen cocondraad, die diende om het midden van dit zijvlak in de as van den spectrometer te brengen, werd verwijderd, teekende de plaats van den draad zich als een zwarte lijn op het zijvlak af. De draad had de op het zijvlak verdichte luchtlaag onder den draad weggenomen, zoodat daar ter plaatse minder licht werd teruggekaatst. Dit leidde tot de volgende proef. Uitgegloeid koolpoeder

[1]) Zie Waidele, Pogg. Ann., **59**, 255, 1843; Moser, Pogg. Ann., **56**, 177, 1842; **57**, 1, 1842.

werd nog warm op het zijvlak gestrooid en na de verwijdering het teruggekaatste licht opnieuw onderzocht. Geene verandering werd waargenomen [1]).

De overgangslaag kon echter van de zijden van het flintglas worden verwijderd door dit opnieuw op te slijpen en te polijsten. Nadat dit geschied was, leverden de waarnemingen:

Reeks	λ	I	H	ε^0	n_r	n_d	$I+R$
C_2	$6{,}57 \times 10^{-4}$	58°20′35″	47′	0.0141	1.6220	1.6117	89°59′45″
F_2	$4{,}86 \times 10^{-4}$	58°30′35″	1°9′	0.0211	1.6329	1.6285	89°59′26″

	$\tilde{\varepsilon}$	$d:\lambda$	d
C_2	1.10	0.0026	1.71×10^{-6}
F_2	1.15	0.0020	0.97×10^{-6}

Door het opslijpen en polijsten is de aard van het oppervlak geheel veranderd. De verschillen tusschen n_r en n_d zijn gedaald tot 0,6 % en 0,3 %, verder is n_r niet kleiner, maar grooter dan n_d, de ellipticiteits-coëfficient is 5 maal kleiner geworden, I met 2° toegenomen, H 5 maal kleiner geworden en $I_p - I$ verminderd tot 8″ en 25″. De overgangslaag is 20 maal dunner en bevat, evenals Haak en Reeser bij kwik waarnamen, slechts enkele lagen atomen. Echter is nog steeds $I < I_p$, zoodat de theorie, om de verschijnselen te verklaren, ook voor zulke dunne lagen termen afhangend van $(d:\lambda)^2$ in aanmerking moet nemen.

Uit het voorgaande volgt, dat de overgangslaag, die zich kort na het slijpen en polijsten op het glas hecht, eene luchtlaag is. De laag, welke honderd atomen dik is en na zeer langen tijd ontstaat, is met groote waarschijnlijkheid aan waterdamp toe te schrijven [2]). Deze oefent eene oplossende werking op het glas uit, waarmee de waarde van $\tilde{\varepsilon}$ of n^2 der laag overeenstemt. Wernicke [3]) vond ook bij oude glazen een grooteren ellipticiteits-coëfficient ε_0. Werd de oppervlaktelaag verwijderd, door op het glas een laag gelatine te laten stollen en dit van het glas af te trekken, dan was $I = I_p$ en werd ε_0 kleiner. De betrekkingen $I = I_p$ en $\varepsilon_0 > 0$ zijn niet tegenstrijdig, daar volgens de theorie der overgangslaag $I - I_p$ afhangt van $(d:\lambda)^2$, doch ε_0 van $d:\lambda$.

---

1) Dit is niet in tegenspraak met de uitkomsten van Dr. J. J. Haak en Dr. C. A. Reeser. Deze zijn toch in staat geweest zeer dunne geadsorbeerde luchtlagen aan te toonen door eene verhooging van de nauwkeurigheid der waarnemingen met den compensator van Babinet.

2) Vergelijk Ihimori, Wied. Ann., 31, 1006, 1887: Freundlich. Kapillarchemie 1909.

3) Wied. Ann. 25, 203, 674, 1885.

Voor een dunne overgangslaag, kan dus ε eene betrekkelijk aanzienlijke waarde verkrijgen, terwijl $I - I_p$ aan de waarneming ontsnapt [1]).

Uit de waarnemingen na het opslijpen blijkt, daar $I + R$ voor $i = I_p$, kleiner dan 90° is, dat ook voor eene overgangslaag, uit enkele atomenlagen bestaande, de theorie de termen met $(d : \lambda)^2$ in acht moet nemen [2]).

1) Vergelijk Bosscha, Licht II, blz. 570-584.
2) Voor meer bijzonderheden zij verwezen naar de stukken van Dr. J. Th. Groosmuller en mij in de Arch. Néerl., Ser. IIIA, 8, 142 en 154, 1924.

INVLOED VAN OPPERVLAKTELAGEN OP DE NATUUR VAN HET TERUGGEKAATSTE LICHT BIJ DOORSCHIJNENDE LICHAMEN

door J. TH. GROOSMULLER Jr.

Zooals bekend is neemt men, ter verklaring der elliptische polarisatie bij terugkaatsing op doorschijnende lichamen aan, dat zich tusschen beide media een overgangslaag bevindt, waarvan de dikte klein is ten opzichte van de golflengte (Lorenz [1]), van Rijn van Alkemade [2]), Drude [3]). Daar de formules vrij gecompliceerd worden, zijn, vooral ook omdat de dikte (d) klein is ten opzichte van de golflengte (λ), benaderingen ingevoerd, die in veel gevallen slechts rekening houden met de termen d/λ.

Hierbij vindt men steeds

Hoofdinvalshoek = Polarisatiehoek.

Alleen van Rijn van Alkemade heeft de benaderingen iets verder doorgevoerd en vindt dan in sommige gevallen:

Hoofdinvalshoek > Polarisatiehoek.

Nu zijn evenwel een aantal experimenteele uitkomsten bekend, waarbij gevonden is:

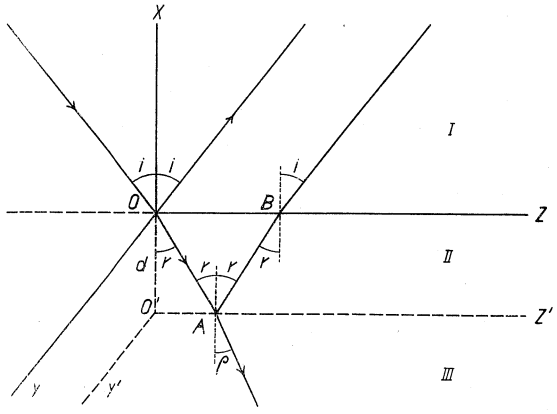
Hoofdinvalshoek < Polarisatiehoek. [4])

1) Pogg. Ann. 111.
2) Dissertatie Leiden 1882. Wied. Ann. 20, 1883.
3) Wied. Ann. 43, 1891, Lehrbuch der Optik (1906), bld. 272 e. v.
4) R. Sissingh, Arch. Néerl. sér. IIIA T VIII, bld. 142, 1924.

Teneinde ook deze mogelijkheid te verklaren, was het noodig om de theorie iets verder uit te breiden en heb ik aangetoond [1]), dat uit de theorie van Drude [2]) ook deze laatste mogelijkheid is af te leiden, wanneer men de termen met d^2/λ^2 in aanmerking neemt.

Het leek mij evenwel wenschelijk ook uit de door van Rijn van Alkemade gegeven theorie een soortgelijke uitkomst af te leiden.

Als eenvoudigste geval beschouw ik één enkele overgangslaag tusschen beide media, waarvan de dikte d is.



Volgens de figuur wordt de overgangslaag begrensd door $Y\,O\,Z$ en $Y'\,O'\,Z'$; het tweede medium bevindt zich onder $Y'\,O'\,Z'$, het eerste boven $Y\,O\,Z$.

Beschouwen we een invallende straal gelegen in $X\,O\,Z$, terwijl de invalshoek i is, dan hebben we in *II* (overgangslaag) een brekingshoek r en in *III* (tweede medium) een hoek ϱ.

Hierbij geldt:

$$\sin i = n_{12} \sin r\,; \quad \sin r = n_{23} \sin \varrho\,.$$

We zullen nu achtereenvolgens aannemen, dat de invallende lichtstraal gepolariseerd is resp. *in* het $X\,Z$-vlak en $\perp$ het $X\,Z$-vlak. In beide gevallen is de lichtvektor voor te stellen door (invallende intensiteit $= 1$):

$$I = e^{-i\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{X\cos i + Z\sin i}{v_1}\right)} \qquad (v_1 = \text{lichtsnelheid in } I)$$

---

1) Arch. Néerl. sér. IIIA T VIII, bld. 154, 1924.

2) Voor een continu overgangslaag is het probleem op soortgelijke wijze te behandelen; zie van Rijn van Alkemade.

Een deel van het licht wordt teruggekaatst en de vektor is voor te stellen door

$$R = a_1 \, e^{-i\frac{2\pi}{T}\left(t + \frac{X\cos i - Z\sin i}{v_1}\right)}.$$

Voor het doorgelaten deel zal geschreven kunnen worden;

$$D = m_1 \, e^{-i\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{X\cos r + Z\sin r}{v_2}\right)} \quad (v_2 = \text{lichtsnelheid in } II)$$

Nu wordt D in het punt A weer gedeeltelijk gereflekteerd; we vinden gemakkelijk voor den teruggekaatsten vektor welke in B aankomt:

$$I_1 = m_1 \, a_2 \, e^{-i\frac{2\pi}{T}\left(t + \frac{X\cos r - Z\sin r}{v_2} - \frac{2d}{v_2}\cos r\right)}.$$

Hiervan wordt een deel doorgelaten en levert in I:

$$R_1 = m_1 \, a_2 \, m_1' \, e^{-i\frac{2\pi}{T}\left(t + \frac{X\cos i - Z\sin i}{v_1} - \frac{2d}{v_2}\cos r\right)}.$$

Teruggekaatst in II wordt:

$$D_1 = -\, m_1 \, a_1 \, a_2 \, e^{-i\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{X\cos r + Z\sin r}{v_2} - \frac{2d}{v_2}\cos r\right)}.$$

Hierbij merken we op:

$$D_1 = -\, a_1 \, a_2 \, e^{i\frac{4\pi d\cos r}{T v_2}} \, D.$$

Daar nu met D_1 hetzelfde gebeurt als met D, zoo krijgen we van D_1 weer een deel R_2 in het eerste medium, waarbij we vinden:

$$R_2 = -\, a_1 \, a_2 \, e^{i\frac{4\pi d\cos r}{T v_2}} \, R_1.$$

Totaal uittredend vinden we:

$$R + (R_1 + R_2 + \ldots\ldots).$$

De vorm tusschen haakjes is een meetkundige reeks met reden:

$$-a_1 a_2 e^{i\frac{4\pi d \cos r}{T v_2}}.$$

Voor de som van de reeks, met inbegrip van R vinden we, daar $m_1 m_1' = 1 - a_1^2$ is (volgens de formules van Fresnel):

$$\left[a_1 + \frac{a_2(1-a_1^2)e^{ip}}{1 + a_1 a_2 e^{ip}}\right] e^{-i\tau}\ ^{1}),$$

waarin $p = \frac{4\pi d \cos r}{T v_2}$ en $\tau = \frac{2\pi}{T}\left(t + \frac{X\cos i - Z \sin i}{v_1}\right)$.

De amplitude is blijkbaar complex en wel:

$$A = \frac{a_1 + a_2 e^{ip}}{1 + a_1 a_2 e^{ip}}.$$

Wanneer we deze nader beschouwen, splitsen we den vorm eerst in een reëel gedeelte en een zuiver imaginair stuk.

Door vermenigvuldiging van teller en noemer met $1 + a_1 a_2 e^{-ip}$ vinden we, wanneer we $A = R e^{i\delta}$ stellen, waarbij R de reëele amplitude en δ de fazeverandering is:

$$R e^{i\delta} = \frac{(a_1 + a_1 a_2^2 + a_2 \cos p + a_1^2 a_2 \cos p) + i a_2 \sin p (1 - a_1^2)}{1 + a_1^2 a_2^2 + 2 a_1 a_2 \cos p}.$$

We zullen nu aannemen, dat $d \ll \lambda$ is, waaruit volgt, dat

$$p = 4\pi n_{12} \cos r \cdot \frac{d}{\lambda} \text{ zeer klein is.}$$

In bijna alle gevallen (voor de uitzonderingen zie later) kunnen we $\cos p = 1$ stellen. Teneinde complicaties te vermijden zullen

---

1) Het bezwaar om een oneindig aantal termen te laten interfereeren is hier zonder belang, daar de reeks sterk convergeert (daar bij doorschijnende lichamen a_1 en a_2 klein zijn) en dus deze uitkomst met groote benadering reeds volgt, wanneer men slechts weinig termen beschouwt.

we aannemen, dat $v_1 > v_2 > v_3$ is, waarbij v_1, v_2 en v_3 de lichtsnelheden zijn in de media *I*, *II* en *III* (fig. 1). We vinden nu gemakkelijk ($\cos p = 1$):

$$R\cos\delta = \frac{a_1 + a_2}{1 + a_1 a_2}\ ; \quad R\sin\delta = p\,.\,\frac{a_2(1 - a_1^2)}{(1 + a_1 a_2)^2}\ ;$$

$$tg\,\delta = p\,.\,\frac{a_2(1 - a_1^2)}{(a_1 + a_2)(1 + a_1 a_2)}\,.$$

Geven we beide gevallen (polarisatievlak // of $\perp$ XZ-vlak) aan door de grootheden a_1 en a_2 resp. te noemen:

Geval *I* (pol.vlak // XZ) a_1 en a_2 (index s bij R en δ)
Geval *II* (pol.vlak $\perp$ XZ) b_1 en b_2 (index p bij R en δ)

dan hebben we in het eerste geval (volgens de form. van Fresnel):

$$a_1 = -\frac{\sin(i - r)}{\sin(i + r)}, \qquad a_2 = -\frac{\sin(r - \varrho)}{\sin(r + \varrho)}\,.$$

Daar δ zeer klein is, vinden we gemakkelijk:

$$R_s = \frac{a_1 + a_2}{1 + a_1 a_2} = -\frac{\sin(i - \varrho)}{\sin(i + \varrho)}\,.$$

Passen we nu dezelfde formules toe op het tweede geval, dan voert dit in sommige gevallen tot onjuistheden.

Beschouwen we hiertoe:

$$tg\,\delta_p = p\,\frac{b_2(1 - b_1^2)}{(b_1 + b_2)(1 + b_1 b_2)}\,,$$

waarin $b_1 = \dfrac{tg(i - r)}{tg(i + r)}$ en $b_2 = \dfrac{tg(r - \varrho)}{tg(r + \varrho)}$ is, dan is gemakkelijk in te zien, dat $b_1 + b_2 = 0$ kan zijn, nl. als $i + \varrho = 90°$ is.

Uit de formule volgt dan:

$$tg\,\delta_p = \infty\,, \quad \delta_p = 90° + k\,180°.$$

Dit laatste is niet juist; gaan we nl. uit van de strenge formule en stellen we $b_1 = -b_2$, dan vinden we:

$$tg\,\delta_p = -\frac{1}{tg\,{}^1\!/_2\,p}\,.\,\frac{1 - b_1^2}{1 + b_1^2}\,.$$

Blijkbaar is $\delta_p > +90°$ en dus mogen we in dat geval de benaderde formule niet gebruiken.

Wat δ_s betreft, is het geval $i + \varrho = 90°$ zonder belang.

We merken op, dat δ_s steeds zeer klein is, terwijl $tg\,\delta_p$ in de omgeving van den polarisatiehoek zeer groot kan zijn.

Beschouwen we den polarisatiehoek nader.

We stellen $\delta_p = +90 + \varepsilon$, en vinden dan:

$$tg\,\varepsilon = {}^1/_2\, p.\frac{1+b_1^2}{1-b_1^2},$$

$$tg\,\delta_s = \quad p.\frac{a_2(1-a_1^2)}{(a_1+a_2)(1+a_1 a_2)}.$$

Nu is het fazeverschil tusschen beiden (we nemen nu aan, dat het invallende licht onder azimuth 45° gepolariseerd is)

$$\triangle = \delta_s - \delta_p = -90 + (\delta_s - \varepsilon).$$

Hieruit volgt:

1) $\delta^s > \varepsilon$ dan is $\triangle > -90°$.

Daar met toename van i $\triangle$ afneemt van 0 tot $-180°$, zoo volgt, dat de waarde $-90°$ bereikt wordt bij grootere waarde van i. Deze waarden geeft de hoofdinvalshoek aan, dus:

Hoofdinvalshoek > *Polarisatiehoek.*

Is daarentegen $\delta_s < \varepsilon$ dan volgt op soortgelijke wijze:

Hoofdinvalshoek < *Polarisatiehoek.*

We hebben nu te onderzoeken of beide mogelijkheden kunnen voorkomen.

Bij den Polarisatiehoek ($i + \varrho = 90°$) hebben we:

$$b_1 = -\frac{tg\,(r-\varrho)}{tg\,(r+\varrho)},\ a_1 = -\frac{\cos(r+\varrho)}{\cos(r-\varrho)},\ a_2 = -\frac{\sin(r-\varrho)}{\sin(r+\varrho)},$$

$$\delta_s = p\cdot\frac{a_2(1-a_1^2)}{(a_1+a_2)(1+a_1 a_2)} \lessgtr \varepsilon = {}^1/_2\, p\,\frac{1+b_1^2}{1-b_1^2}.$$

Daar nu $b_1 = -a_1 a_2$ is volgt:

$$\frac{a_2(1-a_1^2)}{a_1+a_2} \gtrless {}^1/_2\,\frac{1+b_1^2}{1+b_1}.$$

Substitueeren we hierin de waarden van a_1, a_2 en b_1 dan volgt:

$$\sin^2 2\varrho \cos 2\varrho \gtreqless \sin^2 2r \cos 2\varrho + 2 \sin^2 2\varrho \cos 2r.$$

Nu weten we;

$$i > r > \varrho \qquad \text{en } i + \varrho = 90^\circ \qquad \text{dus } i > 45^\circ \text{ en } \varrho < 45^\circ.$$

Wat r betreft kunnen we hebben: $r \gtreqless 45^\circ$.

Beschouwen we eenige waarden van r.

$r = \varrho$. In dat geval geldt: $<$.
$r = 45^\circ$. „ „ „ „ $<$.
$r = i$. „ „ „ „ $>$.

Er zal dus ergens een waarde r $(45^\circ < r < i)$ zijn, waarbij beide leden gelijk worden.

We merken op, dat, wanneer r weinig van i verschilt, dus n_{12} weinig van 1, $\delta_s > \varepsilon$ is, dus

Hoofdinvalshoek $>$ Polarisatiehoek.

Is daarentegen n_{23} weinig grooter dan 1, dus r weinig grooter dan ϱ, dan vinden we $\delta_s < \varepsilon$ en dus:

Hoofdinvalshoek $<$ Polarisatiehoek.

Ook uit deze eenvoudige onderstelling volgt reeds het bestaan van de mogelijkheden:

Hoofdinvalshoek $\gtreqless$ Polarisatiehoek.

die ook met de door Drude gegeven formules in overeenstemming zijn. [1])

Zusammenfassung.

Bekanntlich kann eine Oberflächenschicht die elliptische Polarisation im reflektierten Lichte bei durchscheinenden Medien erklären.

Jedoch geben die Näherungsformeln der Drude'schen Theorie als einzige Möglichkeit:

Polarisationswinkel = Haupteinfallswinkel.

Wie ich an anderer Stelle gezeigt habe, kann man aus dieser Theorie auch die Möglichkeiten:

Polarisationswinkel $\gtreqless$ Haupteinfallswinkel

albeiten. In dieser Arbeit habe ich bewiesen, dasz eine einfachere Berechnung zu dem selben Resultate führen kann.

OVERVEEN, December 1924.

1) Zie noot 1) blz. 84.

BESCHOUWINGEN EN METINGEN AANGAANDE DE ENERGIE-VERDEELING OVER DE LIJNEN DER HOOFDSERIE IN EEN NEONZUIL [1])

door H. B. DORGELO.

Het probleem der technische economie van de neonzuil heeft ook zuiver wetenschappelijk eene zoodanige beteekenis, dat het van belang kan zijn dienaangaande eenige mededeelingen te doen.

Daartoe is het gewenscht eerst eenige korte inleidende opmerkingen te maken aangaande het nuttig lichteffect van lichtbronnen in het algemeen.

Noemen wij het quotient $\frac{\text{uitgestraalde energie}}{\text{verbruikte energie}}$ van een lichtbron gelijk aan a en het quotient $\frac{\text{zichtbare straling}}{\text{totale straling}}$ gelijk aan b, zoo kan men het product $a \times b$ het *stralingseffect* van de lamp noemen. Dit product $a \times b$ geeft ons dus, welk deel van de totaal verbruikte energie wordt omgezet in zichtbaar licht. Nu moeten wij echter bedenken, dat ons oog voor de straling van verschillende golflengten ook in het zichtbare spectrum lang niet even gevoelig is. De gevoeligheid van het oog is het grootst voor een straler met een golflengte van 0,558 micron (in 't geelgroen) en neemt zoowel naar den rooden als naar den blauwen kant van het spectrum sterk af.

Aangaande de gevoeligheidskromme voor het oog bestaan verschillende metingen. Dienaangaande is een uitgebreid onderzoek gedaan door Gibson en Tyndal aan het Bureau of Standards. Van de in de betreffende publicatie [2]) weergegeven kromme hebben wij in het volgende gebruik gemaakt. Met behulp van de door deze onderzoekers opgegeven waarden van de gevoeligheidsfactor van het oog is het dus mogelijk direct de waarde van een of andere monochromatische straler als lichtbron aan te geven. Wanneer de energie uitsluitend als golven met een golflengte van 0,558 micron wordt uitgestraald, verkrijgt men het grootst

---

[1]) Voordracht Ned. Nat. Ver. 31 Jan. 1925.

[2]) K. S. Gibson en E. P. T. Tyndall, Sc. Papers Bur. of Staudards No. 475, 1923.

mogelijke lichteffect. De hoeveelheid licht, die men verkrijgt als 1 Watt wordt uitgestraald als trillingen van de golflengte 0,558 micron, waarvoor ons oog het gevoeligst is, noemt men een Licht-Watt. Volgens de metingen van Ives, Coblenz en Kinsbury [1]) is 1 Licht-Watt gelijk aan 620 lumen of 49,3 S.K. 1 Watt is dus aequivalent met 620 lumen. Dit verhoudingsgetal noemt men vaak het mechanisch aequivalent van het licht. Deze grootheid en de gevoeligheidskromme voor het oog zijn van groot belang, wanneer men het nuttige lichteffect van een lichtbron wil bespreken. Ook voor een lichtbron, welke geen monochromatische straling geeft, kan het lichteffect met behulp van de gevoeligheidskromme van het oog berekend worden, als de energieverdeeling als functie van de golflengte bekend is. Hoe staat het nu met het lichteffect van de positieve neonzuil? Volgens een beschouwing van Schröter [2]) heeft het quotient *a* bij luminesceerende gassen in lichtbuizen een zeer kleine waarde en is van de orde 0,01 à 0,07 (afhankelijk van den aard van het gas en van den druk). Het quotient *b* neemt daarentegen bedragen aan van 0,1 à 0,8. (de hooge waarde van de verhouding van $\frac{\text{zichtbare straling}}{\text{totale straling}}$ wordt bij de normale temperatuurstraler niet bereikt (max. 0,43)). Volgens Schröter is dus toch het product $a \times b$ en dus ook het nuttig effect zeer klein, doordat *a* zoo klein is, ook dan wanneer de uitwendige verliezen van den voorweerstand en kathodeval in rekening zijn gebracht. Schröter meent uit dit (althans volgens hem) zoo kleine nuttige effect de volgende conclusies te mogen trekken:

1. Electronen kunnen zich in de positieve zuil onmogelijk bewegen als bij de proeven van Franck en Hertz, daar men anders veel grootere waarde voor het nuttig effect moest vinden.

2. De electronen dragen hunne energie niet alleen als stralingsenergie maar overwegend als translatie-energie aan het gas over zoodat dus de electronen òf een druk op de neutrale gasdeeltjes uitoefenen, òf zich aan de laatste hechten onder vorming van molecuulionen. Het gevolg is echter een directe overgang van kinetische energie van de zich in het veld bewegende ladingen op neutrale of geioniseerde atomen, d.w.z. een temperatuurverhooging van de gasvulling.

[1]) Phys. Review 209 April 1925, H. E. Ives, Journ. Optical Soc. of Amer. 9, 635, 1924.
[2]) F. Schröter, Z. f. Techn. Phys. 1. 109, 149, 1920.

Dr. Holst merkte aangaande deze beschouwingen van Schröter op, dat deze zeker voor de neonzuil niet juist kunnen zijn. Deze toch vertoont in tegenstelling met hetgeen waarvan Schröter uitgaat, een buitengewoon groot nuttig effect, zoodat de aanname, dat de electronen hun energie overwegend als translatie energie aan het gas overgeven, zeker niet houdbaar is.

Teneinde nu het gedrag van de neonzuil nader te bespreken is het noodig de verschillende energietoestanden van het neonatoom in herinnering te brengen. Zooals bekend is, is het Paschen gelukt een reeksenschema op te stellen voor neon, terwijl door Hertz uit zijn metingen aangaande aanslag- en ionisatiespanningen de met den normaaltoestand van het atoom (door hem aangeduid als 0,5 s toestand) correspondeerende term kon worden toegevoegd. We zullen dezen grondtoestand voorloopig aanduiden als 1 s toestand.

De bekende intensieve neonlijnen der hoofdserie correspondeeren met overgangen van het neonatoom uit de tien verschillende 2 p toestanden $2p_1 \ldots . 2p_{10}$ naar vier verschillende 2 s toestanden resp. $2s_2 \ldots 2s_5$. De mogelijke overgangen geven hier 30 lijnen. Nu is het opvallend, dat in het spectrum van de positieve neonzuil de lijnen, welke correspondeeren met overgangen van nog hooger gelegen energie-niveau's naar de p-niveau's, b.v. overgangen als $d\,p$ *niet* voorkomen of zoo voorzichtig mogelijk gezegd met zulk een zwakke intensiteit, vergeleken met de lijnen der $p\,s$-serie, dat men gerust kan zeggen, dat practisch de hoogere niveau's niet aangeslagen worden. Bedoelde $p\,d$-lijnen liggen in het zichtbare deel van het spectrum doch zijn in een Hilger spectroscoop tengevolge van hare geringe intensiteit vrijwel niet te zien. Bij het opmaken der energiebalans nemen we nu aan, dat tengevolge van electronenstooten practisch enkel en alleen de 2 p-toestanden van de neon-atomen in de zuil worden aangeslagen, dat dus een te verwaarloozen aantal in hoogere energietoestand komt en dat ook de 2 s-toestand slechts in geringe mate wordt aangeslagen. Volgens deze veronderstelling zou de toegevoerde energie W_i terug verkregen worden :

1°. als straling tengevolge van overgangen uit de 2 p-toestanden naar de 2 s-toestanden. Deze uitgestraalde energie zij W_{2p-2s}.

2°. als straling tengevolge van overgangen van 2 s-toestand naar den grondtoestand 1 s. Deze uitgestraalde energie zij W_{2s-1s}.

3°. als straling tengevolge van overgangen van de 2 p-toestand naar 1 s-toestand. Deze uitgestraalde energie zij W_{2p-1s}.

4°. als de door Schröter bedoelde verliezen (overdracht van translatie-energie der electronen aan de atomen). Deze daarvoor gebruikte energie noemen we W_a.

Volgens het voorgaande moet dus:

$$W_i = W_{2p-2s} + W_{2s-1s} + W_{2p-1s} + W_a .$$

Nu bleek echter uit voorloopige metingen aangaande het nuttig lichteffect van de neonzuil, dat de verbruikte energie vrijwel geheel wordt terugverkregen als straling correspondeerende met overgangen bedoeld onder 1° en 2°, of m.a.w. dat de straling $2p - 1s$ niet of zeer weinig voorkomt en dat het energieverlies W_a, hetwelk volgens Schröter overwegend zou zijn, practisch nul is.

Teneinde nu dienaangaande een juister inzicht te krijgen, werd door mij de intensiteitsverhouding der lijnen der hoofdserie $2s - 2p$ van de neonzuil nagegaan volgens de methode, waarmee ik reeds vroeger de intensiteitsverhouding van de componenten van multiplets [1]) heb gemeten voor het geval de golflengten der componenten veel verschillen. De intensiteit der neonlijnen werd daartoe langs fotografisch-fotometrischen weg vergeleken met de bekende intensiteitsverdeeling van een door Dr. de Groot geijkten continuen lichtbron. Als neonbuis werd gebruikt een rechte buis met ijzerelectronen, binnendiameter 9,3 mm, lengte tusschen de electroden 25,3 cm, neondruk 7 mm (het neon bevatte hoogstens 1 à 2 % helium). De buis werd luchtledig gepompt bij een temperatuur van 300 °, terwijl de ijzerelectroden in vacuum door gloeien ontgast werden. De stroomsterkte bedroeg 50 mA en de spanning op de buis was 350 Volt. De getallen in de 3e kolom in tabel 1 geven de relatieve intensiteiten [2]) der lijnen weer. Noemen we deze relatieve intensiteiten resp. i_1, i_2 .... i_n, dan hebben we deze waarden met een evenredigheidsfactor f te vermenigvuldigen om het aantal voor de betrokken golflengte uitgestraalde Watts te verkrijgen. Deze worden dus weergegen door fi_1, fi_2 .... fi_n. Om het aantal uitgestraalde kaarsen te verkrijgen,

1) H. B. Dorgelo, Z. f. Phys. 22, 170, 1924.

2) Een kleine onzekerheid zit in de getallen, welke de intensiteit aangeven voor de lijnen in het uiterst rood, waarvoor de fotografische plaat vrij ongevoelig is. De onzekerheid in deze waarde (in de tabel onderstreept) oefent echter zooals we zullen zien weinig invloed uit op ons eindresultaat en op de conclusies daaruit getrokken.

hebben we al deze waarden te vermenigvuldigen met A, het mechanisch aequivalent van het licht en met de voor de betrokken golflengte geldende gevoeligheidsfactor g van het oog. Het aantal uitgestraalde kaarsen is dus resp. $fA\,i_1\,g_1$, $fA\,i_2\,g_2$ .... $fA\,i_n\,g_n$.

Totaal wordt dus in de hoofdserie als zichtbare stralen uitgestraald $\Sigma fA\,ig$ kaarsen. Bedenken we nu, dat b.v. wat betreft de lijn 6382,990, waarvoor de aanvangstoestand $2\,p_7$ is, bij het terugkeeren van de atomen, welke zich in die $2\,p_7$-toestand bevonden, naar de grondtoestand $1\,s$ slechts een klein deel der energie wordt uitgestraald als zichtbare straling en wel zulk een deel als wordt weergegeven door de verhouding: $\frac{2\,s\,-\,2\,p}{1\,s\,-\,2\,p}$, waarbij $1\,s\,-\,2\,p$ het golfgetal voorstelt bij evtl. overgang van het $2\,p$ naar het $1\,s$-niveau, terwijl $2\,s\,-\,2\,p$ het golfgetal voorstelt bij overgang van het $2\,p$-niveau naar $1\,s$-niveau. M. a. w. om de atomen, welke later fi_{15} Watts aan energie als straling van golflengte 6382,990 uitzenden op het $2\,p_7$-niveau te krijgen, heeft het een arbeid van

$$\frac{1\,s\,-\,2\,p_7}{2\,s_4\,-\,2\,p_7}\times fi_{15}\ \text{Watts}$$

gekost. Een analoge redeneering kunnen we voor elke lijn toepassen, zoodat de totale energie, welke toegevoerd is, gelijk is aan

$$\Sigma\frac{1\,s\,-\,2\,p_n}{2\,s_m\,-\,2\,p_n}\times fi_n.$$

Het maximaal te verwachten aantal kaarsen per Watt is dus volgens onze veronderstelling

$$\frac{\Sigma f\,A\,i_n\,g_n}{\Sigma f\frac{1\,s\,-\,2\,p_n}{2\,s_m\,-\,2\,p_n}\,i_n}=A\times\frac{\Sigma\,i_n\,g_n}{\Sigma\frac{1\,s\,-\,2\,p_n}{2\,s_m\,-\,2\,p_n}\,i_n}.$$

In tabel 1 geeft kolom 1 de golflengten der 30 neonlijnen der hoofdserie, de 2de kolom de betr. serieaanduiding, de 3de de relatieve int. i_n, de 4de kolom de gevoeligheidsfactor g van het oog voor die golflengten, kolom 5 de voor de verschillende lijnen geldende verhoudingen $\frac{1\,s-2\,p}{2\,s-2\,p}$, de kolom 6 bevat de waarden ig en kolom 7 de waarden $i\times\frac{1\,s-2\,p}{2\,s-2\,p}$. De som van alle getallen uit kolom 6 gedeeld door de som der getallen van kolom 7

TABEL I.

Golflengte	Serie	i	g	$\frac{1s-2p_n}{2s_m-2p_n}$	$i\times g$	$i\times\frac{1s-2p_n}{2s_m-2p_n}$
8082,460	$2s_2-2p_{10}$	2	0	11,9	0	23,8
7438,885	$2s_3-2p_{10}$	1	0,00020	11,1	0	11,1
7245,165	$2s_4-2p_{10}$	20	0,00084	10,7	0,02	214,0
7173,938	$2s_2-2p_8$	5	0,00136	10,8	0,01	54,0
7032,410	$2s_3-2p_{10}$	20	0,0035	10,4	0,07	208,0
7024,043	$2s_2-2p_7$	2	0,0037	10,6	0,01	21,2
6929,465	$2s_2-2p_6$	26	0,0070	10,4	0,18	271,0
6717,042	$2s_2-2p_5$	19,5	0,029	10,2	0,57	199,0
6678,275	$2s_2-2p_4$	31,5	0,038	10,1	1,20	318,0
6652,093	$2s_2-2p_3$	$\pm$ 0,1	0,0465	10,1	0	$\pm$ 1,0
6598,953	$2s_2-2p_2$	17	0,061	10,0	1,04	170,0
6532,881	$2s_3-2p_7$	15	0,093	10,0	1,40	150,0
6506,527	$2s_4-2p_8$	39,5	0,102	9,7	4,04	384,0
6402,246	$2s_5-2p_9$	100	0,175	9,6	17,50	960,0
6382,991	$2s_4-2p_7$	32,5	0,193	9,6	6,27	312,0
6334,428	$2s_5-2p_8$	34	0,238	9,5	8,10	323,0
6304,789	$2s_4-2p_6$	10	0,265	9,7	2,65	97,0
6266,495	$2s_3-2p_5$	16	0,300	9,5	4,80	154,0
6217,279	$2s_5-2p_7$	10	0,358	9,4	3,58	94,0
6163,594	$2s_3-2p_2$	10,5	0,430	9,3	4 51	97,7
6143,061	$2s_5-2p_6$	34,0	0,454	9,2	15,42	312,7
6128,457	$2s_4-2p_5$	$\pm$ 0,1	0,466	9,2	0	$\pm$ 1,0
6096,162	$2s_4-2p_4$	20,5	0,503	9,2	10,30	188,5
6074,337	$2s_4-2p_3$	15	0,541	9,2	8,12	138,0
6029,999	$2s_4-2p_2$	4	0,593	9,1	2,37	36,4
5975,534	$2s_5-2p_5$	3	0,669	9,0	2,01	27,0
5944,834	$2s_5-2p_4$	17,5	0,707	9,0	12,35	157,5
5881,896	$2s_5-2p_2$	9	0,780	8,9	7,02	80,1
5852,4875	$2s_2-2p_1$	14	0,814	9,0	11,40	126,0
5400,556	$2s_4-2p_1$	$\pm$ 1	0,954	8,7	1,00	9,0

$S_1 = 127{,}94$ $S_2 = 5039{,}0$

is dus gelijk aan de verhouding

$$\frac{\Sigma i_n g_n}{\Sigma \frac{1\,s - 2\,p_n}{2\,s_m - 2\,p_n} i_n} = \frac{S_1}{S_2}.$$

(Zie tabel 1). Dit quotient is 0,025

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{127{,}94}{4039{,}0} = 0{,}025$$

d. w. z. dat het grootst aantal te verwachten kaarsen gelijk is aan $0{,}025 \times A = 0{,}025 \times 49{,}3$ S.K./Watt $= \pm$ 1,23 S.K./Watt. (Spherische Kaarsen per Watt).

Nog eens herhalende zijn we dus in het voorgaande uitgegaan van de volgende veronderstellingen:

1. Door electronenstooten worden in de zuil vrijwel uitsluitend de $2\,p$-toestanden aangeslagen.

2. De emissie geschiedt door terugval van de $2\,p$-toestand naar de $2\,s$-toestand en van daar naar de grondtoestand en niet door rechtstreeksche overgang van $2\,p$ naar $1\,s$. Kwamen deze laatste overgangen, welke correspondeeren met straling in het extreem ultraviolet veelvuldig voor, dan zou het nuttig effect natuurlijk veel kleiner zijn dan volgens voren gezegde redeneering.

Wat zegt ons nu de practische fotometrie dienaangaande? Met behulp van den flikkerfotometer werd door den Heer Zwikker van dezelfde neonzuil, waarvan langs de zoo juist medegedeelden weg het aantal te verwachten kaarsen per Watt werd bepaald de lichtsterkte gemeten. Teneinde het aantal kaarsen per Watt te berekenen uit de waargenomen helderheid moest de spanning op de buis verminderd worden met den kathodeval. Voor de gebruikte ijzerelectroden was deze gemeten door Dr. Zecher door spanningsmeting aan buizen van verschillende lengten. De grootte van den kathodeval was in ons geval 180 Volt. Uit de meting met den flikkerfotometer bleek nu, dat het nuttig lichteffect van de door ons gebruikte neonzuil onder de reeds vermelde condities gelijk was aan 1,66 à 1,68 S.K. per Watt. We zien dus dat het nuttig effect zelfs nog grooter is dan we verwachtten en dat dus de bewering van Schröter, dat de energie der electronen overwegend als translatie-energie aan de atomen wordt overgegeven voor de neonzuil zeker niet juist kan zijn. Door dit resultaat wordt nu ook onze veronderstelling bevestigd dat de overgangen $2\,p - 1\,s$ niet of vrijwel niet voorkomen. Dit wijst

dus in de richting, dat de overgang $2p - 1s$ een verboden overgang zou zijn, dat dus het grondniveau van het neonatoom niet een s-toestand maar een p-toestand zal zijn. [1])

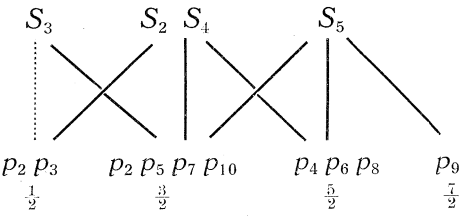
Volgens bovenstaande moet men dus verwachten, dat bij onderzoek van het neonspectrum in het extreme ultraviolet met behulp van den vacuumspectrograaf de lijnen correspondeerende met overgangen van $2p$ naar het grondniveau (hetwelk dus waarschijnlijk het p-niveau is) zullen ontbreken, of althans zeer geringe intensiteit hebben, terwijl dan zou moeten blijken, dat lijnen correspondeerende met overgangen van $2s$ naar den grondtoestand groote intensiteit hebben. Dat we vonden dat het nuttig effect zelfs nog grooter is dan we volgens onze veronderstellingen meenden te kunnen verwachten, kan zijn grond daarin vinden, dat een gedeelte der atomen in de $2s$-toestand (ontstaan door terugval uit de $2p$-toestand) door langzame electronen teruggebracht worden in de $2p$-toestand. Dat dit gebeurt kan misschien ook verklaren het toenemen tot een bepaalde maximum waarde van het nuttig effect bij toenemende stroomdichtheid.

Laten we nu nog eens nader letten op de thans gevonden intensiteitsverhouding der lijnen der hoofdserie van neon in verband met de vroeger door Burger en ons gegeven intensiteitsregels.

Volgens Landé geeft het Neonatoom „Multiplets zweiter Stufe". Landé heeft aangetoond, hoe het Neonspectrum, wat betreft zijn structuur, ingedeeld kan worden in een singulet-systeem, twee triplet-systemen en een quintet-systeem. Hij kon aan elke term 'n inwendig quantengetal J toekennen. Voor zoover we dit voor de H.S. noodig hebben hebben is dit weergegeven in de volgende tabel:

TABEL II.

Neonspectrum



[1]) De analyse van het Neonspectrum door Landé levert, zooals de heer Goudsmit opmerkte (zie vorig nummer van Physica) hetzelfde resultaat.

We hebben hier dus te maken met meerdere *s*- en meerdere *p*-niveau's. Om te zien of de reeds gevonden intensiteitsregels ook hier geldig zijn, hebben we dus onze regels 2 en 4 te toetsen, welke zeggen:

Regel 2: de sommen der intensiteiten van die componenten van een meervoudige spectraallijn, welke met overgangen van het atoom naar eenzelfde eindtoestand correspondeeren, verhouden zich als de inwendige quantengetallen J dezer eindtoestanden.

Regel 4: de sommen der int. der componenten van een meerv. spectraallijn, welke met overgangen van het atoom vanaf eenzelfde aanvangsniveau correspondeeren, verhouden zich als de inwendige quantengetallen J dezer aanvangsniveau's.

Passen we nu voor het neonspectrum deze sommenregels toe zoo krijgen we, sommeerende naar zelfde aanvangstoestanden:

De som der int. der lijnen, welke corresp. met overgangen vanaf

p_1 is $P_1 = 15$
p_2 is $P_2 = 40{,}5$
p_3 is $P_3 = 15$
p_4 is $P_4 = 69{,}5$
p_5 is $P_5 = 38{,}5$
p_6 is $P_6 = 70$
p_7 is $P_7 = 59{,}5$
p_8 is $P_8 = 78{,}5$
p_9 is $P_9 = 100$
p_{10} is $P_{10} = 43$

Sommeerende naar dezelfde eindtoestanden vinden we:

De som der int. der lijnen, welke corresp. met overgangen naar

s_5 is $S_5 = 227{,}5$
s_4 is $S_4 = 142{,}5$
s_2 is $S_2 = 112$
s_3 is $S_3 = 42{,}5$

De gemiddelde waarde $\overline{P}_{4,6,8}$ der sommen P_4, P_6, P_8, (aanvangstermen met gelijke $J = \frac{5}{2}$) is $\overline{P}_{4,6,8} = 73$, die der sommen P_2, P_5, P_7, P_{10} (aanvangstermen met $J = \frac{3}{2}$) is $\overline{P}_{2,5,7,10} = 45$. die der sommen P_1 en P_3 (aanvangstermen met $J = \frac{1}{2}$) is $\overline{P}_{1,3} = 15$,

We zien dus dat:

$$P_9 : \overline{P}_{4,6,8} : \overline{P}_{2,5,7,10} : \overline{P}_{1,3} = 100 : 73 : 45 : 15 = 7 : 5 : 3 : 1 .$$

Vergelijken we deze waarden met die der in tabel II weergegeven inwendige quantengetallen der betreffende *p*-niveau's, zoo zien we, dat deze verhoudingen zeer goed worden weergegeven door de verhouding der inwendige quantengetallen der *p*-niveau's welke inwendige quantengetallen ook bij de neontermen evenredig zijn met het aantal Zeeman-termen, waarin zich de betrokken *p*-termen in een magneetveld splitsen.

Op analoge wijze vinden we, wat betreft de eindniveau's: $S_5 : \overline{S}_{2,4} : S_3 = 227{,}5 : 127 : 42{,}5 = 5 : 3 : 1$ zijnde de verhouding der inwendige quantengetallen der eindniveau's. ($\overline{S}_{2,4}$ stelt hier voor de gemiddelde waarde der sommen S_2 en S_4.

We zien dus, dat ook hier onder de opwekcondities, zooals deze zich voordoen in de door ons gebruikte neonzuil, voldaan wordt aan de sommenregels der intensiteiten (als n.l. tenminste op de door ons aangegeven wijze gemiddeld wordt).

Dit resultaat is wel zeer verrassend. Door Hertz [1]) is immers aangetoond, dat bij opwekking van het Neonspectrum door electronenstooten met electronensnelheden, ongeveer gelijk aan de aanslagspanning der 2 *p*-niveau's, de intensiteitsverdeeling zich bij veranderingen der electronensnelheden met 0,1 Volt belangrijk wijzigt.

Zooals reeds in de betr. publicatie van Hertz werd medegedeeld, hangt o.a. de int. der gele lijn 5852 geheel af van de aanslagspanning. Volgens het reeksenschema van Paschen voor Neon moet deze lijn een aanslagspanning hebben, die 0,4 Volt hooger is dan die van de lijnen 6143, 6402 en 6506; de gele lijn ontbreekt geheel bij de laagste spanning, die noodig is om de genoemde lijnen op te wekken. Eerst bij verhooging der spanning met eenige tiende deelen van een volt komt zij te voorschijn en overtreft bij verdere verhooging dan al spoedig de andere lijnen in intensiteit. In de Neonzuil, onder de door ons gemelde condities, was deze gele lijn veel zwakker dan de roode lijn ($\pm 14\%$ daarvan).

Dr. Hertz stelde ons in de gelegenheid het spectrum van de gebruikte Neonzuil vizueel te vergelijken met dat van de opwekbuis, door hem gebruikt bij het zoo juist vermelde onderzoek. Daartoe werd de eene helft van de spleet van een Hilgerglasspectograaf verlicht met het licht van deze opwekbuis en de

[1]) G. Hertz, Kon. Akad. van Wet., Deel XXXII, No. 8, blz. 867.

andere helft, door gebruik te maken van een totaal reflecteerend prisma, met licht van de Neonzuil.

Het bleek nu, dat bij geen enkele electronensnelheid in het spectrum van de opwekbuis dezelfde energieverdeeling optrad als in het spectrum van de gebruikte Neonzuil.

Indien de Neonlijnen in de zuil door electronenstooten ontstaan, hebben we dus te maken met een superpositie van energieverdeelingen, gegeven tengevolge van electronensnelheden, welke gedeeltelijk hooger en gedeeltelijk lager zijn dan de aanslagspanning der gele lijn 5852.

Nader zal onderzocht worden, welke electronensnelheidsverdeeling aanwezig moet zijn, om een intensiteitsverdeeling te verkrijgen, welke voldoet aan de sommenregels en ook in hoeverre in de zuil recombinatielicht optreedt.

Zusammenfassung.

Es wurde die Energieverteilung im sichtbaren Spektrum einer Neonsäule untersucht. Mit Hülfe der Empfindlichkeitskurve des Auges und des Paschen'schen Niveauschemas für Neon kann dann der Maximal zu erwartende Nutzeffekt berechnet werden. Er ergibt sich aus der Messung mit dem Flimmerphotometer noch etwas grösser als aus der Rechnung. Aus den Messungen an der Neonsäule lassen sich folgende Schlussfolgerungen ziehen:

1). die inneren Verluste in der Säule, verursacht durch Übertragung von Translationsenergie der Elektronen auf Atome, sind gering.

2). Übergänge vom $2p$-niveau auf das Grundniveau kommen nicht vor; es handelt sich dabei also um einen verbotenen Übergang. Das Grundniveau ist bei Neon demnach ein p-niveau.

Summiert man die Intensitäten von Linien mit gleichen Anfangs-bzw. Endniveau's, so wird den früher gefundenen Intensitätsregeln Genüge getan, wenn man die Mittelwerte von Summen bildet, bei denen Anfangs-bzw. Endniveaus dem gleichen J-Wert entsprechen.

Es soll näher untersucht werden, unter welchen Bedingungen man diese Energieverteilung erhält, da Hertz gezeigt hat, dass man bei Anregung des Neonspektrums mittels Elektronenstössen, bei denen die Elektronengeschwindigkeiten ungefähr der Anregungsspannung des 2-p Niveaus entsprechen, eine grundsätzlich andere Energieverteilung als die in der Säule erhalten kann.

Eindhoven, 26 Febr. 1925. NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN.

SAMENVATTENDE OVERZICHTEN.

OVER HET DRAAGVERMOGEN VAN AEROPLANEN EN DEN WEERSTAND TEGEN HUNNE BEWEGING [1])

door V. BJERKNES.

Mijne Heeren. Nog geen jaar geleden zou ik op de uitnoodiging om over dit thema te spreken geantwoord hebben: „Dat zij verre. Ik heb mij nooit bezig gehouden met technische problemen".

Die houding was bepaald door de omstandigheden van mijn studententijd. Destijds bestonden er twee vakken naast elkander: de *theoretische hydrodynamica*, ontwikkeld door de mannen van de wetenschap, en de *practische hydraulica*, door de ingenieurs geschapen.

De hydrodynamici hielden zich uitsluitend bezig met hetgeen zij streng wiskundig konden afleiden uit de hydrodynamische vergelijkingen van Euler of van Lagrange, maar hun resultaten waren weinig bruikbaar, naar wat de practici — en oogenschijnlijk op goeden grond — er van vonden. De hydraulici aan hun kant gebruikten hun ingenieurskennis om formules op te stellen met empirisch bepaalde coefficienten. Daarmede redden zij zich in de practijk, maar de hydrodynamici konden in deze formules niets vinden voor hun wetenschappelijke belangstelling.

Dat er nu een omwenteling gaande is of zich reeds voltrokken heeft — die met natuurnoodzakelijkheid vroeger of later moest komen — dat werd ik het eerst gewaar, toen ik den vorigen September (1922) deelnam aan een wetenschappelijke bijeenkomst in Innsbrück, waar om zoo te zeggen de theorie van de aeroplanen de hoofdschotel vormde. Ik was er heen gekomen in de gedachte een lijdelijk toehoorder te zijn. Hoe groot was mijne verbazing, toen ik merkte, dat het zwaartepunt van de theorie der aeroplanen verlegd was naar een gebied, waar — tot geen geringer verwondering van de aeroplanenkenners — ook ik in de discussies kon toonen, dat ik mij thuis voelde.

I.

Indertijd was ik door mijn vader ingeleid in de meest abstracte problemen van de theoretische hydrodynamica. Hoever die verwijderd lagen van de praktijk kan reeds blijken uit het uitgangspunt

[1]) Voordracht in Den Polytekniske Forening te Kristiania op 2 October 1923. Met toestemming van professor Bjerknes uit het Noorsch vertaald.

van mijn vader. Dit uitgangspunt was het resultaat van Stokes en Dirichlet in het midden van de vorige eeuw, dat een bol zich door een volkomen vloeistof zal kunnen bewegen *zonder eenigen weerstand te ondervinden*. Dat de mannen van de praktijk, zooals de scheepsbouwers, vonden dat met zulk een resultaat niet veel te beginnen was, en evenmin met een wetenschap die tot dergelijke uitkomsten leidde, was niet iets om zich over te verwonderen. Doch voor een theoretisch man als mijn vader werd dat het uitgangspunt voor zijn levenswerk.

Het probleem waarop hij het antwoord zocht, was dit: Hoe komt het, dat een steen naar de aarde valt? Of dat een stuk ijzer zich naar een magneet toe beweegt? Heeft de steen of het stuk ijzer bewustzijn, een wil, en bewegingsvermogen? Weet het eene lichaam er iets van, waar het andere zich bevindt en kan het zelf zijn maatregelen treffen krachtens dit bewustzijn? Of zijn er verborgen tusschenschakels, die de werking van het eene lichaam op het andere overbrengen?

Daar de werkingen zich in alle richtingen door de ruimte uitbreiden, zal een dusdanige tusschenschakel moeilijk iets anders kunnen zijn dan een medium, dat de geheele ruimte vult. Maar tegen het bestaan van een zoodanig medium, had men van oudsher al ingebracht, dat het ten slotte elke beweging tot stilstand moest brengen. Nu bewees inmiddels het resultaat van Stokes en Dirichlet, dat een weerstandsvrije beweging door een medium, zelfs zoo dicht als water of nog dichter, volstrekt niet iets wonderbaarlijks was, welke ook de oorsprong mocht zijn van den in de practijk optredenden vloeistofweerstand.

Indien we dus uitgaan van een vloeistofweerstand nul als van iets mogelijks, dan kunnen we zonder tegenstrijdigheid ons voorstellen, dat de „leege ruimte" ingenomen is door een medium met eigenschappen als van het water, maar voor het overige ontoegankelijk voor onze zinnen. Maar dan rijst de vraag: Kan een zoodanig medium ook de werkingen van lichaam tot lichaam voortplanten? Deze vraag moesten de theoretische hydrodynamici kunnen beantwoorden. Indien het gelukte het probleem op te lossen van de *gelijktijdige beweging van verscheidene bollen* in een vloeistof dan moest het blijken of de eene bol zich geheel onafhankelijk van den anderen kon bewegen of dat er door het water als tusschenschakel werkingen van het eene lichaam op het andere overgingen. In het laatste geval moest een waarnemer

die de lichamen zien kon, maar niet de vloeistof, gelooven, dat hij voor zich had een werking op afstand van lichaam op lichaam, zooals van de aarde op den steen of van de magneet op het ijzer.

Zoo werd de gelijktijdige beweging van een willekeurig aantal bollen in een vloeistof — of voor speciale doeleinden ook van anders gevormde lichamen — het probleem, hetwelk mijn vader besloot op te vatten met behulp van de hydrodynamische vergelijkingen en dat sindsdien hem gedurende een lang leven heeft bezig gehouden. Door jarenlange berekeningen bereikte hij resultaten, die door een gedurende jaren voortgezet werk ook in grooten omvang experimenteel werden bewaarheid.

Ik zal U de experimenten laten zien, die de hoofdresultaten toelichten. Ik releveer, dat al de proeven, die ik U nu zal toonen dateeren van een goed stuk terug in de vorige eeuw en van langen tijd voor de vliegmachines.

Het eerste en meest fundamenteele experiment is dit :

Twee bollen of lichamen (fig. 1) die gelijktijdig *pulseeren* d. w. z. tegelijkertijd zich uitzetten en tegelijkertijd zich samentrekken oefenen op elkander een aantrekkingskracht uit (demonstratie). Indien ze tegengesteld pulseeren, zóó, dat de één zich uitzet terwijl de ander zich samentrekt of omgekeerd, dan zullen ze elkander afstooten (demonstratie).

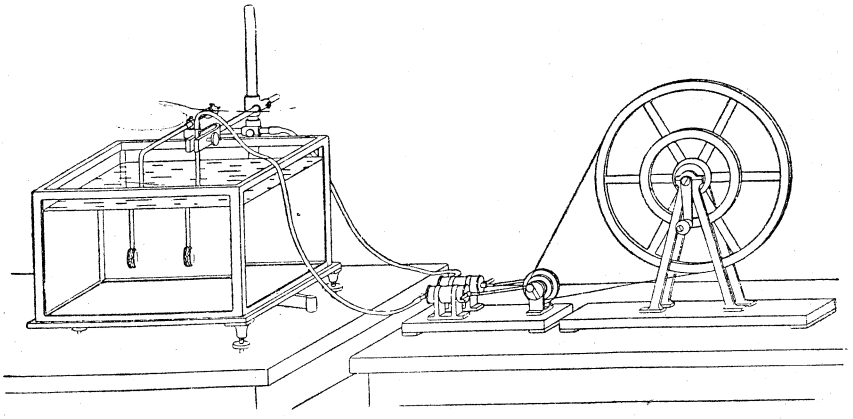


Fig. 1. Aantrekking of afstooting tusschen pulseerende lichamen. Door afwisselende luchtstooten worden de afsluitende membranen van twee holle doozen (een vast, de andere doos bewegelijk) aan het pulseeren gebracht.

Wij ontmoeten hierin, zooals we zien, een eigenaardige tegenhanger van Coulomb's wet voor de aantrekking of afstooting

tusschen geëlectriseerde lichamen of magneetpolen, slechts met een typische tegenstelling. In het electrisch of magnetisch geval hebben wij aantrekking tusschen de ongelijknamige en afstooting tusschen de gelijknamige. Bij de hydrodynamische proef daarentegen treden aantrekkingen op tusschen de gelijknamige en afstooting tusschen de ongelijknamige.

Indien twee bollen van onveranderlijk volume *zich heen en weer bewegen*, zoodat ze altijd tegelijkertijd de buitenstanden bereiken en dus tegelijkertijd de beweging omkeeren, dan zal elk zich gedragen als een magneet met twee polen, met de as in de richting van de trilling. Gelijknamige polen bevinden zich op de helften, die eender bewegen, zoodat de bolhelften, die op een gegeven oogenblik de voorkant vormen, beide noordpolen genoemd kunnen worden en de bolhelften, die tegelijkertijd aan den achterkant zijn zuidpolen worden.

Tusschen twee op zulke manier oscilleerende bollen krijgt men dus dezelfde krachtwerkingen als tusschen magneten — aantrekkingen, afstootingen, draaiïngen — alleen telkens volgens de omgekeerde poolwet (demonstratie).

Indien slechts een van beide lichamen een eigen beweging heeft, pulsaties of oscillaties, dan zal het ander passief lichaam tot geïnduceerde trillingen komen, en wel tot trillingen, sterker dan die van het water, wanneer het lichter is, zwakker dan die van het water indien het zwaarder is dan dat. Het lichte lichaam beantwoordt aan het ijzer, dat een sterkere geïnduceerde magnetisatie aanneemt, het zwaardere aan het bismuth, dat een zwakkere geïnduceerde magnetisatie aanneemt dan het omringende medium. Het lichte lichaam zal dan ook afgestooten worden gelijk het ijzer aangetrokken wordt (demonstratie), en het zwaardere zal aangetrokken worden gelijk het bismuth afgestooten wordt. Hebben de lichamen langwerpigen vorm dan treden er ook draaiende krachtwerkingen op. De lichte cylinder zal dwars op de richting naar het pulseerende lichaam gaan staan gelijk een ijzeren cylinder zich in de richting naar de magneetpool stelt; en de zware cylinder, stelt zich in dezelfde omstandigheden in de lengte gelijk de bismuthcylinder dwars gaat staan.

Tot de resultaten, die ik hier genoemd heb, kwam mijn vader na lange voorbereidende berekeningen in de jaren 1875-'79 en de experimenten dateeren uit dienzelfden tijd, al zijn ook de instrumenten, die ik nu gebruikt heb wel iets jonger. De verschijnselen

beantwoorden aan die van het magnetisme of van de statische electriciteit. Toen rees de vraag voor mijn vader of er niet ook *hydrodynamische verschijnselen waren, die beantwoorden aan de electrische stroomverschijnselen*. Dit waren de kwesties, waarmede hij zich in de naastvolgende jaren 1880—'82 bezig hield. Dusdanige verschijnselen bleken inderdaad voor te komen zonder evenwel in hun eenvoudigsten vorm een onmiddellijk aanknoopingspunt te hebben aan de voorafgaande verschijnselenreeks.

Het fundamenteele verschijnsel in zijn eenvoudigsten vorm is het volgende:

Twee evenwijdige cylinders, die in dezelfde richting wentelen en daardoor de vloeistof meesleepen, beantwoorden aan twee gelijk gerichte electrische stroomen, maar zij stooten elkander af, terwijl de electrische stroomen elkander aantrekken (demonstratie).

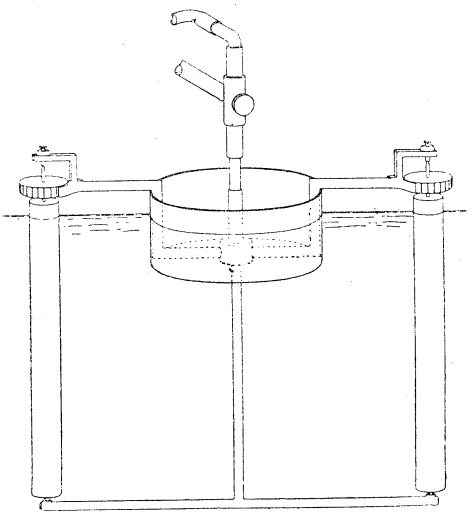


Fig. 2. Aantrekking of afstooting tusschen roteerende cylinders. De figuur laat de drijvende opstelling zien van de roteerende cylinders die bewegelijk zijn. Nog zoo'n cylinder kan met een handvat in de hand genomen of in een statief vastgeklemd worden. De rotatie wordt door aanblazen, tegen de schoepraadjes bovenaan, onderhouden.

Tegengesteld roteerende cylinders beantwoorden aan tegengestelde stroomen en trekken elkander aan, terwijl de stroomen elkander zouden afstooten (demonstratie). In plaats van in water werd het experiment met uiterst licht gebouwde instrumenten ook in de lucht uitgevoerd (zie fig. 2).

Om met dit verschijnsel als grondslag een rechtstreeksch vervolg te geven op de boven uiteengezette verschijnselen, ging mijn vader over tot de beschouwing van media, die transversale trillingen konden voortplanten, deels gelatineachtige oplossingen, deels, om practische redenen, taaie vloeistoffen zooals b.v. glycerine. Hier konden de cylinders oscillatorisch wentelen en dan kreeg men in de eerste plaats dezelfde wederkeerige werkingen tusschen de cylinders als bij de permanente rotaties en daarna ook de inwerkingen van de cylinders op

pulseerende en oscilleerende lichamen, die beantwoorden aan de werkingen van electrische stroomen op magneetpolen en magneten. Ook in de lucht gelukten deze proeven met oscilleerende rotaties ten deele.

Later is het gebleken, dat men met behoud van de permanente rotaties een zelfstandige analogie kan ontwikkelen met de electrische verschijnselen, die blijkt nog verder te gaan dan de analogie welke berustte op de voorstelling van bewegingen van trillenden aard.

Wij zullen ons intusschen daarmede niet ophouden, maar iets langer verwijlen bij het verschijnsel van de roteerende cylinders in zijn eenvoudigsten vorm. De oogenschijnlijke aantrekking of afstooting op afstand is altijd te danken aan den stroom, dien de eene roteerende cylinder teweegbrengt in de omgeving van den anderen. Het fundamenteele verschijnsel is, dat op dezen anderen cylinder een kracht inwerkt, die dwars op dezen stroom gericht is en wel van die plaats, waar de omtreksnelheid van den cylinder tegen den stroom ingaat naar die plaats, waar deze snelheid met den stroom meegaat. In fig. 3 hebben wij afgebeeld een horizontalen cylinder, die dwars in een horizontalen stroom ligt en die dusdanig roteert, dat zijn omtreksnelheid aan den onderkant tegen den stroom in gaat en aan den bovenkant met den stroom mee. De kracht is hier omhoog gericht.

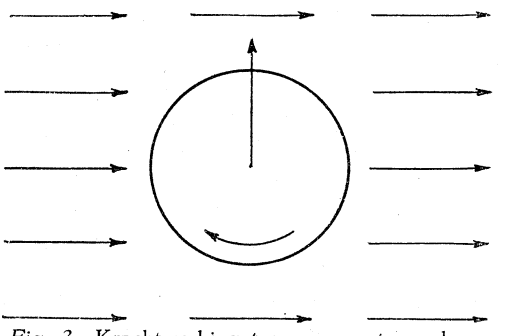


Fig. 3. Krachtwerking tegen een roteerenden cylinder in een stroom.

Men kan gemakkelijk met elementaire constructies een beeld teekenen van het stroomveld om een dusdanig roteerende cylinder. Dit is gedaan in fig. 4, waar de bovenste figuur enkel de circulatie laat zien om den roteerenden cylinder, de tweede figuur den stroom toont langs den cylinder, wanneer deze niet roteert en de derde figuur den resulteerenden stroom, indien de cylinder roteert. De stroomvelden zijn op die manier geteekend, dat telkens twee stroomlijnen buizen begrenzen, die denzelfden stroom leiden Men ziet hoe de stroombuizen naar boven afbuigen, terwijl ze den cylinder passeeren, met het resultaat, dat wij vlak boven den cylinder een dichten bundel hebben van dunne stroombuizen, die

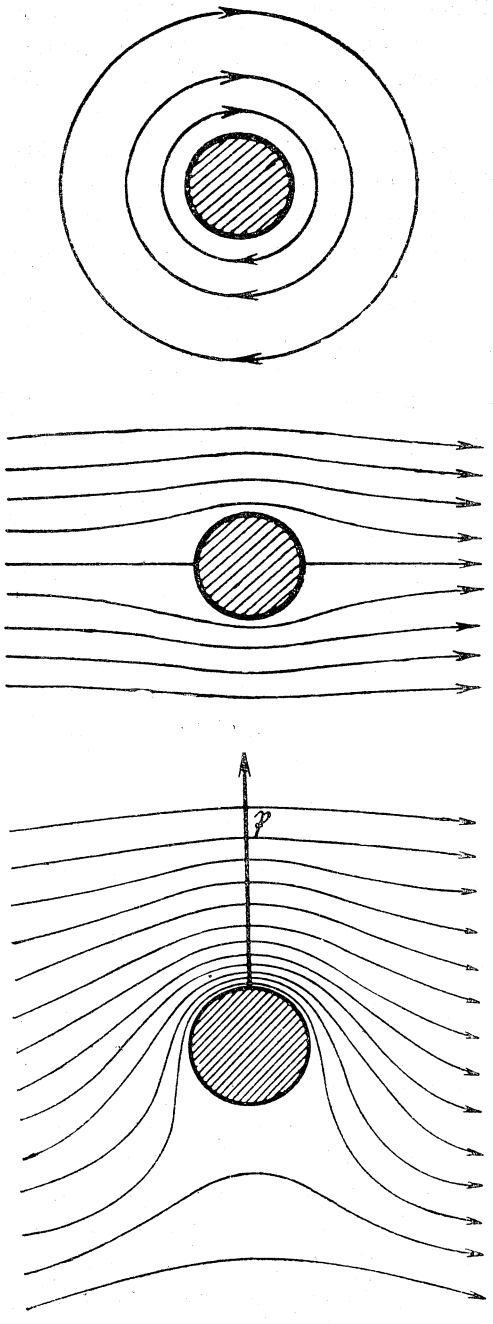


Fig. 4. Circulatiestroom. — Potentiaalstroom. Stroomveld met roteerende cylinder in een stroom.

een snellen stroom leiden en vlak aan den onderkant daarentegen breede stroombuizen, waardoor een langzame stroom vloeit. Daar wij hier voor ons hebben wat men noemt een stationaire potentiaalbeweging, mogen wij Bernouilli's stelling toepassen, dat de druk het geringst is, waar de snelheid het grootst is en omgekeerd. Wij zien dan dat wij een overschot krijgen van druk beneden en een te kort aan druk boven den cylinder, waaruit de kracht volgt, die den cylinder omhoog drijft.

Om de nauwkeurige waarde van die kracht te kunnen aangeven, definieeren wij een grootheid, die wij noemen de *circulatie Γ van den cylinder* en wel het product van de omtreksnelheid met den omtrek van den cylinder. Deze circulatie heeft dezelfde waarde voor elken concentrischen cirkel om de cylinderas buiten in de vloeistof, aangezien de snelheid naar buiten afneemt in dezelfde verhouding als de lengte van deze cirkels toeneemt, en indien wij meer algemeen de circulatie definieeren als de lijnintegraal van de

tangentieele snelheid langs een gesloten kromme, dan vinden wij dezelfde waarde voor de circulatie terug voor elke willekeurig gesloten kromme, die den cylinder omgeeft. Deze circulatie is de karakteristieke constante voor het verschijnsel, zij beantwoordt aan de stroomsterkte, wanneer wij met de electrodynamica vergelijken. (Om de analogie in volle zuiverheid voor den dag te doen komen, moet men in de electro-dynamica gebruik maken van het rationeele eenhedenstelsel van Heaviside, waarbij de electrische stroomsterkte gemeten wordt door de circulatie van den magneetvector om den stroomgeleider heen zonder eenigen irrationeelen getalfactor 4π, die door een ongelukkig toeval in de electriciteitsleer verzeild is geraakt door de vaststelling van de electrische eenheden in een vroeg stadium, voordat men nog een goed overzicht van de theorie had.).

Indien nu Γ deze circulatie voorstelt dan krijgt men voor de kracht F, die per lengte-eenheid van den cylinder naar boven drukt:

$$F = \varrho \Gamma V, \qquad (1)$$

waarin ϱ de dichtheid is van het stroomende medium en V de stroomsnelheid. Bij de electrische interpretatie is Γ de electrische stroomsterkte en V de vector, die het magnetische veld definieert, terwijl ϱ de magnetische permeabiliteit van het medium is. In het hydrodynamische geval is de kracht gericht omhoog naar dat deel van het stroomveld, dat door de rotatie van den cylinder wordt versterkt; in het electrische geval omlaag naar dat deel van het magnetische veld, dat door den electrischen stroom wordt verzwakt.

(Wordt vervolgd)

BOEKBESPREKING.

Jean Varin d'Ainville. **L'Orgine Tourbillionnaire de l'Atome et ses conséquences.** 214 pag. — Gauthier Villars et Cie, Paris, 1924.

Ofschoon het vortex-atoom tegenwoordig zeker niet in het centrum der physische belangstelling staat, zou een boek, waarin de vortex-atoom-hypothese op duidelijke en soliede wijze was uiteengezet toch misschien van niet uitsluitend historisch belang zijn. Maar aan de behandeling der theorie zouden dan eischen gesteld moeten worden, waaraan het werkje van Varin d'Ainville niet voldoet. Ik althans ben er niet in geslaagd zekerheid te krijgen aangaande de vraag of de schrijver weet wat

men in de physica onder een „tourbillon" verstaat, en welke eigenschappen deze heeft. Er worden een groot aantal werkingen aan toegeschreven zonder iets wat m.i. een bewijs mag heeten, en van berekening wordt geen gebruik gemaakt, terwijl zelden naar grondige berekening verwezen wordt. Slechts in het hoofdstuk over entropie en waarschijnlijkheidsrekening wordt eenige berekening toegepast.

Ik moet hier echter bijvoegen, dat mijn oordeel berust op een slechts zeer gedeeltelijk lezen van het boek. J. D. v. d. W. Jr.

Jean Becquerel, **Cours de physique. t. I : Thermodynamique,** 419 blz., 95 fig. — J. Hermann, Paris, 1924. Prijs frcs 35.—.

Dit leerboek is het eerste van een reeks van zeven, waarin de schrijver zijne colleges aan de École Polytechnique zal uitwerken. Het is bestemd „à l'usage des élèves de l'Enseignement supérieur et des Ingénieurs". Het is een knap stuk werk, en geeft in zijn rijken inhoud een uitstekend overzicht over de geheele thermodynamica. Behalve de uiteenzettingen over de eerste en tweede hoofdwet vindt men ook het beginsel van Nernst erin behandeld, een vertoog over de statistische mechanica, en de toepassingen op gasevenwichten, vloeibare-lucht-machines, stoommachines en motoren. Overal waar het pas geeft, duidt de schrijver de herkomst aan van zijn behandelingswijze, want gelijk vanzelf spreekt moest en kon hij bij zijn onderwijs het werk van anderen benutten. Poincaré, Duhem, Planck, Nernst, Perrin, Langevin, Bloch, Carvallo hebben verschillende gedeelten geïnspireerd. Veel waarde heeft schr. gehecht aan een recht begrip van de moleculaire discontinue structuur der materie, om de statistische interpretatie der thermodynamische begrippenwereld te doen doordringen. Hetgeen in dit boek treft is de zorg om de argumentatie van logische fouten vrij te houden, en de zorg om ook de modernste inzichten weer te geven. De soortelijke warmten der gassen en vaste lichamen dwingt hem om zijn leerlingen over de quantumtheorie voor te lichten.

Deze zorg om op de hoogte van den tijd te zijn, was ook aanleiding tot een „avant-propos" met een kort bestek van de begrippen der moderne mechanica, dat misschien gemist had kunnen worden, en waarmede in tegenstelling is de citeering bijvoorbeeld van oude proeven van Joule (1859) over de temperatuursverandering bij adiabatische toestandsveranderingen, alsof er sindsdien geen nauwkeuriger proeven genomen zijn. Ook is er een contrast tusschen de overgroote omzichtigheid bij de uitbreiding van het beginsel van Carnot-Clausius tot algemeenere systemen, en de algeheele afwezigheid van eenige toelichting tot de mogelijkheid eener temperatuurschaal en tot wat het zeggen wil, dat twee lichamen dezelfde of ongelijke temperatuur hebben. Het is niet a priori zeker of er in de natuur der dingen iets is dat beantwoordt aan dit oordeel: indien de temperatuur van A hooger is dan die van B, en de temperatuur van B is hooger dan die van C, dan is ook de temperatuur van A hooger dan die van C. Het beginsel van Clausius, zooals de schrijver het weergeeft: *„La chaleur ne peut d'elle-même passer d'un corps plus froid sur un corps plus chaud* — (bij de „errata" is verzuimd op te merken dat in den tekst de woorden „froid" en „chaud" ten onrechte van plaats verwisseld zijn) — is in de eenvoudigste beteekenis der woorden geenszins wat de schrijver zegt: „ce serait un truisme"; integendeel maakt eerst dit algemeen ervaringsfeit een temperatuurbegrip in de natuur toepasselijk. De schrijver kent vermoedelijk niet het onovertroffen exposé der thermodynamische

grondslagen in Lorentz' „Abhandlungen über theoretische Physik", waar ook dit is duidelijk gemaakt. — Met het oog op de ingenieurs voor wie het boek bestemd is, had bij de stoommachines meer aandacht aan de thermodynamische eigenschappen van stoom mogen worden gewijd. — De lezer zou zeer gebaat geweest zijn bij een vermelding boven aan de bladzijden van het paragraafnummer.

Het zou niet billijk zijn met een verwijt te eindigen. Integendeel, het boek zal zeer velen belangrijke diensten bewijzen. Het zet in een klassiek vertrek de ramen open voor een nieuwen wind.

A. D. F.

Paul Günther. **Tabellen zur Röntgenspectralanalyse.** 40 blz., 4 fig. — Julius Springer, Berlin 1924. Prijs M 4,80.

Wij betwijfelen of de firma Springer de Röntgenspectroscopie en de heer Günther een dienst bewezen heeft door het uitgeven van dit boekje.

Men zou zeggen, het overschrijven van cijfers is toch gemakkelijk genoeg, maar ook hierbij schijnt men zich te kunnen vergaloppeeren. De heer G. noemt in één adem als zijn bronnen P. Cermak (die Röntgenstrahlen, Leipzig 1923) en M. Siegbahn (Spektroscopie der Röntgenstrahlen, Berlin 1924). Het is mij niet bekend, dat de heer Cermak ooit één enkele lijn uit het Röntgenspectrum gemeten heeft en het ontgaat me, waarom men Cermak als deskundige naast Siegbahn zou noemen.

Wanneer men dan verder het boekje van den heer G. controleert, dan blijkt dat hij wel trouw de tabellen van Cermak overgeschreven heeft, die op hun beurt weer aan een overzicht van Siegbahn uit het jaar 1921 ontleend zijn. Maar dan vraagt men zich met verbazing af, waarom de heer G. het boek van Siegbahn de eer aandoet het in zijn inleiding te noemen. In de jaren 1921—1923 zijn vele misverstanden op het gebied der Röntgenspectroscopie uit den weg geruimd; in het voortreffelijk boek van Siegbahn is daarmede natuurlijk rekening gehouden; in het hier te bespreken boekje ziet men ze weer uit hun assche herrijzen.

Alle fouten hier te bespreken heeft weinig zin. Men kan zichzelf amuseeren door de tabellen uit Siegbahn's boek en die van G. te vergelijken.

Maar nog fataler dan de uitvoering is de geest waarin het boekje geschreven is. Niets is zoo geschikt om de beunhazerij in de hand te werken. Op blz. 8 heet het: „Ein Element kann als nachgewiesen gelten, wenn mindestens zwei Linien aus einer Serie sicher vorhanden sind". Mij ontgaat de redelijkheid van het woord „zwei". Ik zou zeggen: Men heeft een element aangetoond ook als *één* lijn *zeker* voorhanden is. Het zit hem natuurlijk in het woordje „zeker". Wanneer is een Röntgenlijn *zeker* aanwezig? Als de gemeten golflengte overeenkomt met een golflengte opgegeven in het boekje van den heer G.? Stel men vindt een lijn van een golflengte van ongeveer 5225 X-eenheden. Er is indertijd heel wat werk gedaan om aan te toonen dat dit in een bepaald geval de lijn Zr L β_2 is. In de tabellen van de heer G. vindt men voor de laatste lijn opgegeven 5291 X-eenheden. Neemt men nu de foutengrens zoo ruim, dat deze twee waarden dezelfde lijn kunnen aanduiden, dan vindt men alleen in G.'s tabellen reeds 15 verschillende mogelijkheden voor de identificatie van dezelfde lijn. Nu zal men mij verwijten, dat ik een zeer extreem voorbeeld gekozen heb, en dan moet ik toegeven, dat

daar iets van aan is. Maar de werkelijkheid is toch niet zoo heel veel beter. In G.'s Tabellen staat voor Mo K α_1 in de 2de orde de verouderde waarde 1412 X-eenheden. De waarde uit Siegbahn's tabellen berekend is 1415,2 X-eenheden. Neemt men het verschil is 3,2 X-eenheden als experimenteele foutengrens [1]), dan vindt men alleen alweer uit G.'s tabellen tien mogelijkheden ter identificatie van dezelfde lijn. Dit voorbeeld zou gemakkelijk met tientallen te vermeerderen zijn.

De waarheid is natuurlijk, dat één lijn niet voldoende is om een element te identificeeren, even 2 of 10. Het zou niet moeilijk zijn om voor bijna elk element van het periodiek systeem een gefingeerd Röntgenspectrum te maken, dat men met behulp van G.'s tabellen „zeker" als het betrokken element zou identificeeren, zonder dat ook maar één atoom van dit element in het bij de opname gebruikte praeparaat aanwezig was.

Bij de identificatie van een röntgenspectrum heeft men nog op zoovele andere dingen te letten als alleen op de golflengte. De heer G. heeft iets daarvan gevoeld en zich ook uitgesproken over de intensiteit der lijnen. Ook hier heeft hij geen gelukkige greep gedaan. Hij gebruikt bij de intensiteitsschatting de getallen van 1 tot 10. Deze getallen zijn overgenomen uit een publicatie van Siegbahn nit het jaar 1916; zij waren bedoeld als voorloopige, zeer grove visuëele schattingen. Latere exakte metingen van Duane en zijn leerlingen en van Siegbahn zelf hebben aangetoond, dat deze getallen niet bijzonder gelukkig gekozen zijn, al geven zij in den regel de goede intensiteitsvolgorde aan. Intusschen hadden zij, waarschijnlijk via Sommerfeld's boek het groote publiek bereikt en worden nu door velen als het zeker verworven goed der röntgenphysica beschouwd. Dat ook in dit opzicht dit boekje geen hooger standpunt inneemt, zal de aandachtige lezer wel niet meer verwonderen.

Wanneer men bij een bepaalde reflectiehoek φ een röntgenlijn vindt, dan heeft men nog alle die mogelijkheden voor de golflengte λ, die men verkrijgt door in Bragg's relatie $n\lambda = 2d \sin\varphi$ voór n achtereenvolgens de getallen 1, 2, 3, 4 enz. te substitueeren (de spectra van de 1ste, 2de enz. orde). De heer G. is op het schijnbaar aardige idee gekomen om in zijn naar opklimmende golflengie gerangschikte tabel nu ook de spectra van de 2de en 3de orde op te nemen. Zoo staat b.v. bij de golflengte 2199 X-eenheden aangegeven $Pt\,L\,\beta_2$ — 2de orde en $\gamma\,K\,\beta_2$ — 3de orde. Dit beteekent dus dat de lijn $Pt\,L\,\beta_2$ de golflengte heeft 2199 : 2 en $\gamma\,K\,\beta_2$ de golflengte 2199 : 3 X-eenheden, welke lijnen dus op dezelfde plaats in het spectrum komen als de lijn 2199 in de eerste orde. Deze handelwijze van den heer G. is m.i. op zichzelf al genoeg om het boekje onbruikbaar te maken. Waarom zich alleen met de eerste 3 orden tevreden te stellen? Het kost volstrekt niet essentiëel meer moeite spectra in de 4de, 5de, 6de orde te krijgen als in de 3de orde, zelfs kan men zonder bijzondere voorzorgsmaatregelen tot de 10de orde komen. De argelooze gebruiker van G.'s boekje denkt: de heer G. is deskundige, hij houdt heelemaal geen rekening met de mogelijkheid dat een lijn in de 4de of hoogere orde zou optreden, waarom zou ik dat dan doen? Maar ook al had de heer G. zijn boekje een 4 maal zoo grooten omvang gegeven en was hij tot de 12de orde toe gegaan, dan zou ik dit procédé nog verwerpelijk blijven achten. Om een inzicht te krijgen in de röntgenspectra is het zeer nuttig voor de onderzoeker, dat hij zelf eens uitrekent, waar de lijnen in hoogere orden te liggen

1) Günther staat zoo waar 5 X-eenheden toe!

komen. Hij krijgt dan tevens een beter gevoel voor de foutengrenzen, die natuurlijk met het betreffende ordegetal moeten vermenigvuldigd worden en leert dan tevens inzien, dat als hij een lijn bijv. $L\beta_2$ van een zeker element zou moeten voorstellen, de lijn $L\beta_1$ ook op hetzelfde plaatje moet komen en intensiever. Trouwens het denkbeeld om de lijnen van verschillende elementen door elkaar te plaatsen en alleen naar opklimmende golflengten te rangschikken (wat Siegbahn in den aanvang der röntgenspectroscopie in 1916 voorgesteld heeft, maar waarvan hij later zelf geheel teruggekomen is) is opzichzelf al niet zeer gelukkig.

Conclusie: het boekje is onverbeterlijk en behoort geen 2den druk te beleven. Wie zich werkelijk voor de röntgenspectroscopie interesseert, taste iets dieper in zijn zak en koope bij dezelfde uitgever het uitmuntende boek van Siegbahn met zijn practisch ingerichte tabellen. D. C.

STRIKVRAGEN.

Vraag XXV. **Een fietser wil rechts af slaan. In welke richting begint hij zijn stuur te draaien?**

Antwoorden en nieuwe strikvragen in te zenden aan het gewone adres der Redactie.

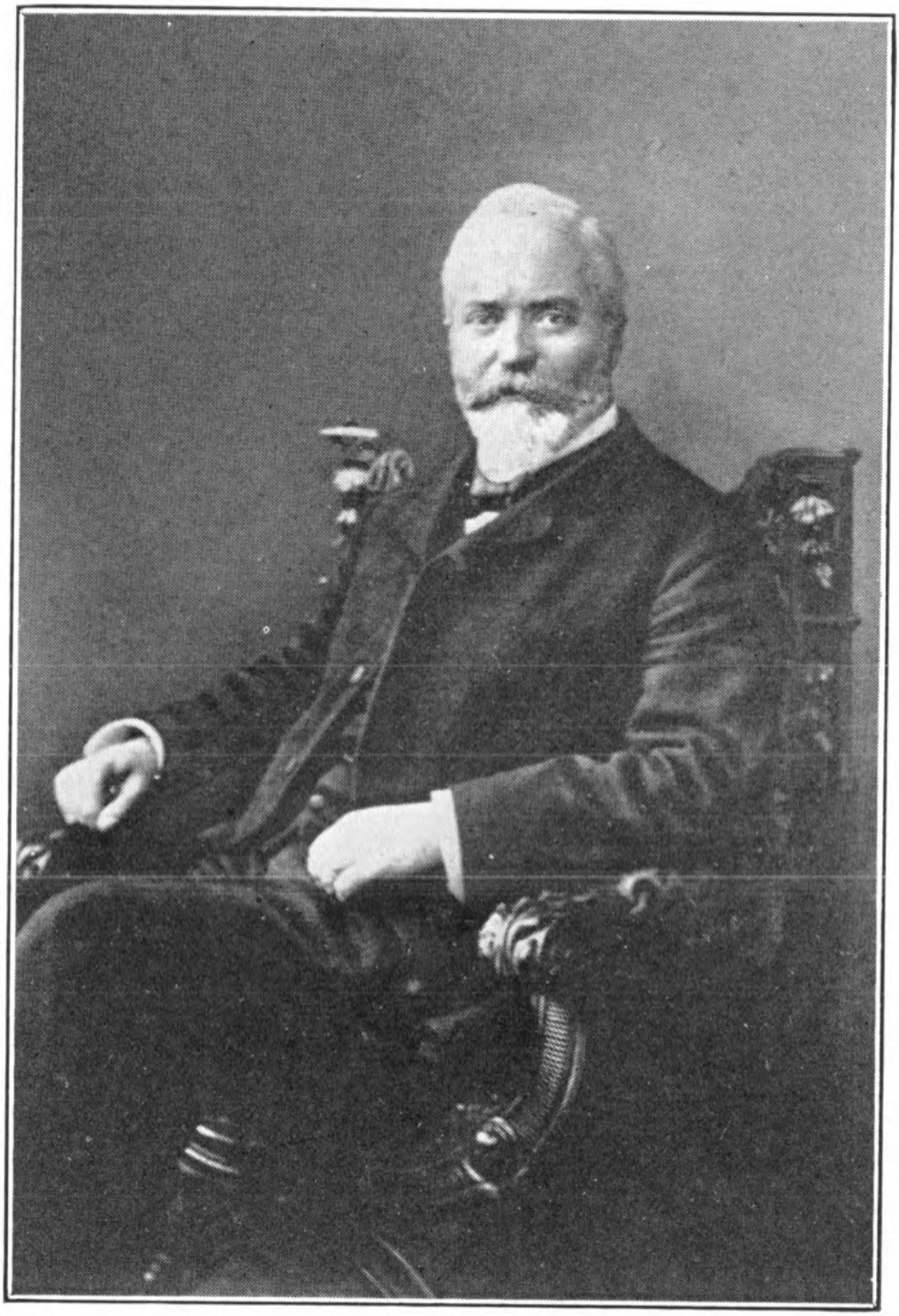
Antwoord op vraag XXIII: *Ieder die bij een haardvuur van houtblokken zit, kan opmerken dat de vlammen niet altijd van de brandende houtranden recht omhoog stijgen, maar meestal langs de* **boven***vlakken der blokken lekken, (van de normaal* **af** *!), zelfs wanneer die bovenvlakken kleinere helling hebben dan 45°. Waarom doen zij dat?*

De vlammen teekenen de stroomlijnen af van de lucht in de onmiddellijke omgeving van het houtblok, dat ligt in den uit het rooster omhoog gezogen luchtstroom. Evenals de stroomlijnen bij de potentialstrooming der lucht (vgl. de fig. 4 van Prof. Bjerknes, blz. 107) het oppervlak van de hindernis volgen, zullen ook de vlammen het houtopperviak volgen, behoudens een klein kielzog van loslatende wervels. Indien het blok onsymmetrisch is of scheef ligt, ontstaat er ook een circulatiestroom om het blok die op de translatiestroom gesuperponeerd wordt (fig. 4 onderaan).

ERRATUM.

Door een vergissing is in het vorig nummer een foutief onderschrift onder het artikel van den heer S. Goudsmit geplaatst. Het moet zijn: Laboratorium „Physica", Amsterdam.

Nadruk der artikelen en reproductie der illustraties voorkomende in dit tijdschrift wordt bij deze overeenkomstig Art. 15 der Auteurswet 1912, uitdrukkelijk verboden.



W. H. JULIUS †

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

5e JAARGANG APRIL 1925 NUMMER 4.

PROF. Dr. W. H. JULIUS.

TER NAGEDACHTENIS.

Zeer gaarne voldoe ik aan het verzoek van de Redactie van Physica om te trachten een schets te geven van het leven en werken van Professor Julius.

Willem Henri Julius werd 4 Augustus 1860 te Zutphen geboren. Hij doorliep de lagere school en de H. B. S. te Gouda, deed Staatsexamen en werd in 1879 als student te Utrecht ingeschreven, waar hij weldra in nauwer contact kwam met zijn leermeester Buys Ballot. In 1882 werd hij benoemd tot diens assistent, in welke functie hij het eerste fysische practicum voor studenten inrichtte. In 1888 promoveerde hij op het proefschrift: „Het warmtespectrum en de trillingsperioden der moleculen van eenige gassen." In 1889 verwierf Julius een gouden medaille voor de beantwoording eener prijsvraag over „Die Licht- und Wärmestrahlung verbrannter Gase". Het jaar 1890 bracht zijn benoeming tot buitengewoon hoogleeraar te Amsterdam, welk ambt hij in 1891 aanvaardde met het uitspreken van de rede: „De methoden van onderzoek in de natuurkunde". In deze rede kan men reeds duidelijk de critische bezonnenheid opmerken, die zoo kenmerkend is voor al het werk van Julius. In 1896 werd hij inplaats van zijn oom V. A. Julius, die de experimenteele fysica verwisselde tegen de theoretische, benoemd tot gewoon hoogleeraar te Utrecht. Den 17^{den} October van dat jaar sprak hij de rede uit: „Kritiek in de Natuurkunde". In 1897 werd Julius gekozen tot lid der Kon. Akademie van Wetenschappen. Hij woonde als lid der eclipsexpeditie de eclipsen te Sumatra (1901), Burgos (1905) en Maastricht (1912) bij en maakte een studiereis naar Mt. Wilson. Ter gelegenheid van zijn 25-jarig hoogleeraarschap werd hem in 1915 door zijn directe oudleerlingen

zijn portret aangeboden, geschilderd door Mejuffrouw Leewin. In 1923 had in intiemer kring in de collegezaal van het Utrechtsch Physisch Laboratorium de herdenking plaats van zijn 25-jarig jubileum te Utrecht. Niemand vermoedde toen, dat hij reeds twee jaar later door een sleepende hartziekte ten slotte toch nog onverwachts zou worden weggerukt.

In Julius is een man heengegaan van groote gaven, van onvermoeide arbeidskracht en van allerinnemendste persoonlijkheid.

Het hoofdwerk van Julius ligt op heliofysisch gebied, maar wij willen niet nalaten te wijzen op b.v. de beide publicaties: „Bolometrisch onderzoek van absorptiespectra" (1892) en „Trilvrije opstelling van meetinstrumenten" (1895), waarin zijn bewonderenswaardig experimenteel talent zoo goed tot uiting komt.

Het begin van de belangstelling van Julius voor het heliofysisch probleem dateert van omstreeks het jaar 1900, toen hij door de voorbereidingen voor de eclipsen op Sumatra als vanzelf zijn aandacht aan de zon moest schenken. Van toen af was het beslist: de levenstaak van Julius zou bestaan in het trachten naar dieper inzicht in de zonneverschijnselen. En het is niet verwonderlijk, dat juist dit onderwerp hem zoo bovenmate aantrok en boeide. Het vereischt immers juist die combinatie van eigenschappen, die Julius zoo harmonisch in zich vereenigde: fantasie, gebreideld door critisch denken; experimenteel talent gepaard aan theoretisch inzicht. Is het niet of Julius zich doelbewust een programma stelt als wij in de Stelling XXIV van zijn Proefschrift lezen: „Die Einbildungskraft wird zum mächtigsten Hülfsmittel des Physikers, wenn er durch geduldig gesammelte Kenntnisse ihr Nahrung zuführt und sie durch die mitarbeitende Vernunft beschränkt und leitet"?

Bij deze mentaliteit is het te begrijpen, dat Julius niet in de dwaling verviel van zoovele onderzoekers: te denken, dat wat het oog waarneemt ook inderdaad zóó is als wij het zien. Zoo ergens, dan is deze vergissing fataal voor den heliofysicus. De bestaande zonnetheorieën, met hun uitbarstingen van gloeiende gassen, met de onbegrijpelijke snelheden, waarmede protuberancen zich bewegen te midden van een in volstrekte rust verkeerende omgeving, met de zonderlinge gasuitstroomingen in de zonnevlekken en met zoovele gewrongen hypothesen, die noodig zijn om σῳζειν τα φαινομενα, zijn hier een sprekend voorbeeld

van. Slechts enkelen vermogen zich aan deze fout te onttrekken: onder die enkelen staat Julius vooraan.

De eerste ontwikkeling [1]) zijner denkbeelden valt eenigen tijd later dan het ontstaan van een andere Hollandsche zonnetheorie [2]), die eveneens tegen allen uiterlijken schijn in, de zon niet als een vlammende, kokende, voortdurend in onrust verkeerende massa beschouwt, n.l. die van Brester. De denkbeelden, waarvan zij beiden uitgaan, verschillen radicaal van elkaar en hun theorieën hebben niet veel meer met elkaar gemeen dan het negatieve kenmerk, dat zij zich beiden keeren tegen de gangbare opinie, die aan de waargenomen verschijnselen volle realiteit toekent. Maar om den *Mensch* Julius te leeren kennen, is het goed de beide theorieën met elkaar te vergelijken. De theorie van Brester is het volledigst te vinden in zijn posthuum werk „le Soleil". Elke bladzijde daarvan is geschreven door iemand, die overtuigd is te hebben *gevonden*. Naast de theorie van Brester is er geen plaats voor andere opinies. Niet alzoo bij Julius. Hij heeft zich nooit voorgesteld meer dan een vóórstudie geleverd te hebben, waarmede elke zonneverklaring terdege rekening zal hebben te houden, maar die geenszins voor een volledige zonnetheorie mag doorgaan. Zijn natuurlijke bescheidenheid gedoogde geen andere opvatting. Deze houding zal men in al zijn werk terugvinden — vergelijk bijv. zijn artikel „Over de uitlegging der spectra van hemellichamen" in den 2den jaargang van dit tijdschrift — en deze gaf ook een groote opvoedende waarde aan een gesprek met hem over zijn werk. Nooit heb ik hem een afkeurend oordeel over de opinies van anderen hooren vellen, waar het kritiek op zijn eigen werk betrof, zelfs niet wanneer uit de kritiek duidelijk bleek dat de criticus den gedachtengang niet begrepen had. Toen ik als jong student hierover met hem sprak, verwonderde ik mij in mijn jeugdigen overmoed over een dergelijke milde houding, maar naarmate ik hem beter leerde kennen, verdween de verwondering en bleef alleen een groote eerbied over voor den man, die zóó boven alle kleine eerzucht stond.

Ten einde een kort overzicht over het œuvre van Julius te geven moge aan het volgende herinnerd worden. Tot 1860 kende men geen andere dispersie, dan die wij tegenwoordig „normale"

1) Versl. Akad. v. Wetensch. Amsterdam 1900, VIII, 510.
2) Essai d'une Théorie du Soleil et des Etoiles variables, 188.

noemen, het aangroeien van de brekingsindex bij afnemende golflengte; maar in dat jaar ontdekte Le Roux een afwijkend gedrag bij Jodium en in 1862 deelt hij mede: „La vapeur d'iode disperse „la lumière en sens inverse de toutes les substances étudiées „jusqu'ici; c'est à dire qu'un prisme rempli de vapeur d'iode „réfracte les rayons rouges d'une quantité plus grande que les „rayons bleus". Deze dispersie, die hij „anomale" noemde, werd, na eerst weinig de aandacht getrokken te hebben, door verschillende onderzoekers bestudeerd, waaronder in de eerste plaats Christiansen genoemd dient te worden, de Deensche herontdekker der anomale dispersie. Zoo toonde Kundt het bestaan ervan bij vele stoffen aan en liet zien, dat de brekingsindex in de buurt van een absorptielijn sterk toeneemt, als men van de roode kant tot de lijn nadert, daarentegen afneemt als men van de violette kant komt. In 1880 ontdekte hij dat lichtgevende Na-damp in de nabijheid der Na-lijnen anomale dispersie vertoont. In 1898 ging tenslotte Becquerel het eigenaardige gedrag der dispersie in het gebied tusschen de Na-lijnen na.

Deze onderzoekingen vormen het uitgangspunt voor het werk van Julius. In 1900 [1]) kwam hij te voorschijn met een nieuwe hypothese omtrent verschillende zonneverschijnselen als: chromosfeerlicht, de scherpe rand van de zon, e.d., gebaseerd op den door anomale dispersie gewijzigden loop van lichtstralen door uitgebreide gasmassa's. En — karakteristiek voor bijna al zijn onderzoekingen is het, dit afwisselen van theorie en experiment — in 1901 publiceerde [2]) hij zijn bekende experimenten over het gedrag der anomale dispersie tusschen de beide *D*-lijnen, waarbij hij het verschijnsel veel duidelijker kon waarnemen en verder nagaan dan aan Becquerel mogelijk was geweest.

Bij het uitwerken der resultaten door de Hollandsche eclipsexpeditie in 1901 te Sumatra verkregen, scheen zijn theorie schitterend bevestigd te zullen worden: op verschillende platen van het flashspectrum bleken de chromosfeerlijnen dubbel te zijn, in overeenkomst met wat volgens de dispersietheorie te verwachten was. Wel is later gebleken, dat deze bevestiging slechts schijnbaar was, daar het effect verklaard kon worden door instrumenteele fouten en ook kwantitatief veel te groot was, maar

[1]) Proc. Roy. Acad. Amsterdam 575—588, 1900.
[2]) Phys. Ztschr. 2, p. 348, 357, 1901.

ongetwijfeld heeft deze eclips er veel toe bijgedragen de aandacht op de nieuwe theorie te vestigen en haar schepper op te wekken er dieper op in te gaan. Nieuwe gevolgen blijven dan ook niet uit: de natuur der protuberancen wordt behandeld, bijzonderheden en verplaatsingen in de Fraunhofersche lijnen worden herleid tot anomale dispersie, ja, zelfs wordt een poging gewaagd om de periodiciteit der zonneverschijnselen en hun verband met de metereologische en magnetische verschijnselen op aarde te ontraadselen. Er wordt verder gewezen op mogelijke toepassingen van het verschijnsel der anomale dispersie bij de verklaring van de spectra van δ Orionis en Nova Persei en op de spectroheliografisch opgenomen zonnebeelden — altemaal zuiver theoretische onderzoekingen dus. Maar daartusschen liggen fraaie experimenten, waarbij al datgene wat op de zon zeer in het groot zou moeten geschieden volgens de theorie, op kleiner schaal in het laboratorium wordt nagebootst, zoodat de mogelijkheid der betrokken verschijnselen komt vast te staan.

Een ander belangrijk probleem voor den opbouw der theorie is de bepaling van de hoeveelheid energie door de verschillende deelen der zon uitgestraald. Een nieuwe, eigenaardige, experimenteele methode wordt hiervoor aangegeven en toegepast op de resultaten der eclipsexpeditie naar Burgos in 1905 en Maastricht in 1912, welke Julius beide meemaakte. Hierdoor werd het bewijs geleverd, dat de uitstraling der „atmosfeer" van de zon slechts een zeer geringe fractie is van de totale zonnestraling — een resultaat, dat weer dienstbaar gemaakt kon worden om de juistheid te bewijzen van de opvatting, dat de fotosfeer geen scherp scheidingsvlak is.

Naast de anomale dispersie worden nu ook andere factoren in rekening gebracht, die invloed moeten hebben op den loop der lichtstralen in een gasmassa, met name de onregelmatige brekingsverstrooiïng. Hierdoor wordt het weer mogelijk rekenschap te geven van allerlei bijzonderheden in het uiterlijk voorkomen der zonnevlekken en van het vlekkenspektrum Hand in hand hiermede ging de constructie van een vernuftige inrichting, die het mogelijk maakte ook deze bijzonderheden in het laboratorium na te bootsen bij kunstmatige zonnevlekken.

Ook effecten van selectieve absorptie en dispersie worden nagegaan. Telkens meer verschijnselen vinden een ongezochte verklaring; maar het zou te ver voeren hierop in details in te

gaan. Wij vermelden in het voorbijgaan nog de polemiek met St. John [1]) over het al dan niet bestaan van radiale stroomingen in zonnevlekken, die, teekenend, begint met de verklaring van het verschijnsel te geven volgens de theorie van de Doppler-verschuivingen om daarna, helder en duidelijk de verklaring volgens de dispersietheorie te laten volgen. Hierin wordt voor de eerste maal een probleem aangeroerd, dat nog lang daarna in het centrum der belangstelling zal staan, omdat men hoopt er een experimentum crucis op te kunnen baseeren, dat beslissen zal welke opvatting de juiste is, de Amerikaansche, die elke lijnverschuiving volgens het principe van Doppler interpreteert of die der dispersietheorie, het probleem n.l. van den onderlingen invloed op elkaar van nabij elkaar gelegen absorptielijnen. In 1923 nog werd hierover een onderzoek gepubliceerd door Julius en Minnaert waarin bekend gemaakt werd welke resultaten verkregen waren bij kunstmatige spectraallijnen en verband werd gelegd tusschen deze resultaten en die welke bij Fraunhofersche lijnen gevonden werden. Theorie en experiment gaan voor de zooveelste maal hand in hand. Helaas is de voorzichtige eindconclusie: „Das Ergebnis obiger Untersuchung kann als ein Beleg „für die Existenzberechtigung der zweiten Deutung des Sonnen-„spectrums gelten. Wir behaupten aber nicht, dass hier bereits „ein *entscheidendes* Argument gegen die Berechtigung der ersten „Deutung vorliegt, denn die zufolge der Dispersionstheorie zu „erwartenden scheinbaren Abstoszungen Fraunhoferscher Linien „sind von gleichen Grössenordnung wie die Unsicherheiten in „den bisherigen Messungen".

In nauw verband met deze onderzoekingen staan ook die naar de door Einstein voorspelde verschuivingen naar het rood, waaraan een aantal publicaties gewijd is. Het effect werd niet gevonden en de argumentatie hiervoor is tot op heden niet weerlegd.

Ten slotte zij nog gewezen op de bijzonder suggestieve studie [2]) over de perspectief in spectroheliogrammen in verband met de doorschijnendheid van de fotosfeer en vermeld dat slechts eenige weken geleden de laatste publicatie van zijn hand verscheen in B. A. N. No. 78 onder den titel: „The Evershed effect in the spectrum of sun-spots", dan hebben wij een blik in vogelvlucht geslagen op het hoofdwerk van dezen geduldigen en onvermoeiden Werker.

[1]) Astro Phys. Journ. 37, 225, 1913.
[2]) Proc. Roy. Acad. Amsterdam 451—458, 1924.

De gegevens voor zijn onderzoekingen heeft Julius meestal aan waarnemingen van anderen, met name van Mt. Wilson Observatory, moeten ontleenen. Het spreekt vanzelf dat dit niet altijd de meest gewenschte methode is. De behoefte aan een eigen zonneobservatorium deed zich meer en meer gevoelen en in 1914, toen besloten was tot het bijbouwen van eenige lokalen op den westelijken vleugel van het Physisch Laboratorium, kon gevolg worden gegeven aan het reeds lang gekoesterde plan, om een astrophysische afdeeling aan het Laboratorium te verbinden. In 1919 werd het Heliophysisch Instituut officieel geopend. Het hoofdinstrument bestaat uit een verticaal opgestelden spectroheliograaf met bijbehoorende siderostaat. Dit instrument werd door Julius ontworpen en wijkt in verschillende opzichten af van de tot dusver bestaande typen. Zoo is het mogelijk met dit instrument twee foto's in twee willekeurige spectraalkleuren tegelijk op te nemen. Op de verdere beschrijving kunnen wij hier natuurlijk niet ingaan, de belangstellende lezer zij verwezen naar de verschillende publicaties hierover [1]), slechts moge hier opgemerkt worden, dat ieder onderdeel, evenzeer als het geheel den stempel van Julius' persoonlijkheid draagt. In een klein bestek, met bescheiden middelen is hier een inrichting ontstaan, die, onder deskundige leiding, resultaten zal kunnen opleveren, welke in alle opzichten met die van bijv. Mt. Wilson mogen wedijveren. Moge de Nederlandsche Staat het belang hiervan goed inzien!

Wanneer wij thans het werk van Julius overzien, treft ons de groote samenhang van het geheel. Dit is meer dan toeval. Op geen gebied is het moeielijker de juistheid van een theorie aan te toonen dan bij de door Julius behandelde problemen, daar zij zich meestal aan kwantitatieve toetsing onttrekken en wij tenslotte zelfs over de meest fundamenteele omstandigheden, als bijv. de druk, waaronder de zonnegassen verkeeren geen absoluut zekere gegevens bezitten. Daarom komt het er op aan alle verschijnselen in onderling verband te beschouwen. Wie slechts een enkel onderdeel der theorie bestudeeren zou, zal aarzelen de gegeven verklaring te accepteeren, maar deze aarzeling verdwijnt voor wie het geheel overziet en bemerkt hoezeer dit een organische eenheid vormt. Dit is op het oogenblik zeer

1) Versl. Kon. Akad. Amsterdam 1918, XXVII, **40**;
B. A. N., **20**, 1922;
Hemel en Dampkring, **3**, 57, 1923.

moeilijk, daar er geen samenvattend overzicht bestaat en het uiterst bezwaarlijk is den weg te vinden in de talrijke publicaties, waarin eenzelfde gedachte langzamerhand pas tot volle klaarheid komt. Dit is dan ook waarschijnlijk wel de voornaamste reden, dat de ideeën van Julius minder algemeen geaccepteerd worden dan men na grondige studie zou meenen te mogen verwachten. En dit verklaart wellicht het eigenaardig verschijnsel, dat telkens weer denkbeelden, die reeds lang door Julius waren verkondigd, als nieuw worden aangeprezen door.... tegenstanders van zijn theorie! Men denke bijv. aan de opvatting, dat op de zon de dispersie een hoofdrol speelt boven de absorptie; aan de opinie dat de druk in de buitenste lagen der zon hoogstens $^1/_{10}$ à $^1/_{100}$ atmosfeer bedraagt; aan den invloed, die stralingsdruk op de samenstelling van den chromosfeer moet hebben e. d, die tegenwoordig hoe langer hoe meer communis opinio worden. Daarom is het dan ook zeer te betreuren, dat het vroegtijdig heengaan van Julius hem verhinderde het samenvattend werk, waaraan hij arbeidde, geheel te voltooien. Voor ongeveer twee derde is het gereed en er zijn ook voor de rest gegevens genoeg om het mogelijk te maken het in zijn geest te completeeren. Moge het zijn leerlingen gelukken deze daad van wetenschappelijke piëteit op een den Meester waardige wijze te volvoeren.

Hiermede zijn wij aan het einde gekomen van het directe werk van Julius, maar ook indirect was zijn invloed groot. Zoo noemen wij bijv. de proefschriften over astrofysische onderwerpen door zijn leerlingen J. Spijkerboer [1]), J. van der Plaats [2]), P. H. van Cittert [3]), H. Groot [4]) alsmede het nog niet geheel voltooide werk van M. Minnaert, die alle ten zeerste mochten profiteeren van zijn uitgebreide kennis en groote hulpvaardigheid. De herinnering aan de avonden bij hem doorgebracht, toen ik aan mijn dissertatie werkte, zullen steeds tot mijn kostbaarste herinneringen blijven behooren.

Zijn omgang met zijn studenten was altijd alleraangenaamst. Zijn belangstelling voor hen werd soms door een kleinigheid gewekt. Hij kon soms op het 1ste of 2de jaars prakticum tijden lang den een of anderen onhandigen praktikant behulpzaam zijn

1) Verstrooïng van licht en intensiteitsverdeeling over de zonneschijf, 1917.
2) Dispersielijnen, 1917.
3) Spectraalverschijnselen veroorzaakt door onregelmatige lichtbreking en hun beteekenis voor de physica der zon, 1919.
4) Stralingsdruk beschouwd in verband met zijn beteekenis voor de physica der zon, 1920.

in het overwinnen der duizend en één ongelukken, die het verloop der proef dreigden te verstoren.

Maar genoeg hierover. Onmogelijk is het in een klein bestek de *persoon* van Julius eenigszins gelijkend te teekenen. In het bovenstaande trachtte ik alleen hem uit zijn werk te doen kennen.

Beminnelijk, toegevend voor anderen, streng in zijn eischen voor zichzelf, altijd klaar om fouten van een ander te vergoelijken en te helpen herstellen, zoo zal ik hem steeds voor mij zien in groote achting en diepe dankbaarheid voor het vele dat ik persoonlijk aan hem te danken heb.

Bussem, 22 April.

H. GROOT.

METINGEN AAN WOLFRAAMBOOGLAMPJES

door W. DE GROOT.

In het volgende zal een en ander worden meegedeeld over de metingen verricht aan bogen tusschen wolfraamelectroden in neon en argon, terwijl dergelijke waarnemingen ook zijn gedaan bij een boogontlading in kwikdamp van vele centimeters druk. Het doel van deze metingen was allereerst de energiebalans van het verschijnsel op te maken en verder, zoo mogelijk, daaruit conclusies te trekken over de processen die zich bij deze ontlading in het gas en aan de electroden afspelen. Hierbij bieden edelgassen het voordeel dat daarin, voor zoover wij weten, geen negatieve ionen kunnen worden gevormd. Over de processen die zich aan de electroden afspelen kan men het volgende zeggen: Voor ieder elektron dat de kathode verlaat koelt deze af met een bedrag $e \cdot \varphi$ waarin φ is de „verdampingswarmte" van de electronen uit het metaal; evenzoo komt aan de anode een bedrag $e \cdot \varphi$ vrij voor ieder intredend electron. Een tweede voorwaarde, waaraan voldaan moet zijn is reeds door J. J. Thomson genoemd [1]) en luidt dat de temperatuur van de kathode in verband met haar oppervlak zoo hoog moet zijn dat de thermische electronenstroom (Richardson) van de orde wordt van de stroom die werkelijk door de boog gaat. Is hieraan niet voldaan doordat de kathode te koud is, dan krijgen wij geen boog maar een „glimontlading".

[1]) Cond. Electr. trough gases 2nd ed., 614, 1906.

Zou omgekeerd de kathode warmer zijn dan noodig is om aan genoemde voorwaarde te voldoen dan komen er dus te veel electronen aan het oppervlak vrij. Deze vormen daarbij een ruimtelading om de kathode. Het boogverschijnsel ontaardt daarbij op een zeer eigenaardige wijze in een zoogenaamde laagspannings-boog, een verschijnsel dat nog steeds niet in alle opzichten is verklaard [1]).

Daar wij zeker weten dat de kathode door de uittredende elektronen wordt afgekoeld, en bovendien door straling en geleiding warmte verliest moet er een oorzaak te vinden zijn voor gestadige warmte ontwikkeling aan de kathode. Deze zullen wij moeten zoeken in de ionen [2]); die kunnen op twee wijzen warmte aan de kathode afstaan en wel:

a) door recombinatie.

b) door botsing.

Uit de verschijnselen die optreden bij collisie van electronen en atomen weten wij dat in een ion een arbeidsvermogen

$$e \,.\, V_i$$

is opgehoopt, waarin V_i de ionisatiespanning is. Deze energie zou in den vorm van een of meer monochromatische stralingen kunnen worden uitgestraald, wanneer het ion recombineert. Echter is opmerkelijk dat de hoeveelheid zichtbaar neonlicht in een met neon gevuld booglampje zoo gering is dat ze alleen op bijzondere wijze (zie onder) waarneembaar kan worden gemaakt (in tegenstelling bijvoorbeeld met de „zuil"ontlading in neon waarbij het rendement aan zichtbare straling juist zeer groot is. Wij meenen hieruit de conclusie te mogen trekken dat de recombinaties der ionen maar voor een gering percentage met straling gepaard gaan, terwijl verwacht mag worden dat deze verder zullen bestaan in zoogenaamde recombinaties van de tweede soort, waarbij de energie aan andere atomen, in dit geval waarschijnlijk voor het grootste deel direct aan de metaalatomen van de kathade wordt overgedragen.

Wat de overdracht van energie door botsing betreft moet worden opgemerkt, dat de ionen pas kunnen worden gevormd,

---

[1]) Holst en Oosterhuis, Physica **4**, 42, 1924.
Compton, Phys. Rev. **16**, 282, 1920, **21** 1923 en 1925.

[2]) Kortheidshalve spreken wij van ionen inplaats van *positieve* ionen.

wanneer een electron met een atoom samenkomt en daarbij een arbeidsvermogen verzameld heeft.

$$\geqq e\, V_i\ ^{1}).$$

De ionen zullen dus ontstaan in een gedeelte van het gas waar het potentiaalverschil met de kathode minstens V_i bedraagt. Vandaar zullen zij naar de kathode toe worden getrokken waarbij op het ion een arbeid

$$e\,.\,V$$

wordt verricht waarbij $V \geqq V_i$. De plaats waar de potentiaal aan genoemde voorwaarde voldoet zullen wij moeten denken als een laagje op zeer korten afstand van de kathode, immers, doordat de ionen zich naar deze toe bewegen wordt het veld tevens sterk aan het oppervlak geconcentreerd. Een minimum waarde van de dikte van bedoeld laagje wordt gegeven door de weglengte van de electronen in het gas, en het heeft er allen schijn van dat dit minimum ook werkelijk wordt bereikt: Stellen wij de temperatuur van het gas rondom de kathode op 3000° K ongeveer en de druk in het gas op $^1/_2$ atm. dan wordt de weglengte der gasmoleculen

$$2 \times 10^{-3}\ \text{mm.}$$

Een eenvoudige kinetische afleiding levert voor de electronen een $4\sqrt{2}$ maal zoo groot bedrag, dus

$$1{,}2\ 10^{-2}\ \text{mm.}$$

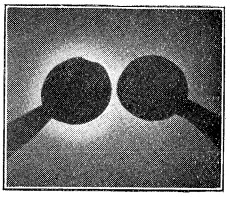
Ramsauer [2]) heeft door proeven het eerst aangetoond dat voor electronen welker snelheid overeenkomt met de aanslagspanning de weglengte kleiner is terwijl aan den anderen kant voor zeer langzame electronen de weglengte het berekende bedrag vele malen kan overtreffen. Om de gedachten te bepalen willen wij ons evenwel houden aan de waarde

$$10^{-2}\ \text{mm.}$$

Dat de dikte van het laagje werkelijk van deze orde is schijnt te worden bevestigd door de volgende proef: wanneer men met een lens een sterk vergroot beeld van de boog op een scherm projecteert dan verschijnt om de kathode een aureool die in het

1) Hier en in het vervolg wordt eenvoudigheidshalve trapsgewijze ionisatie niet beschouwd.
2) Jahrb. Rad. El. **19**, 345, 1922/23.

bijzonder bij neon duidelijk te zien is, vooral wanneer men de voorzorg heeft genomen om dat gedeelte van het scherm waarop de beelden der electroden zelf zouden vallen van te voren door uitknippen te verwijderen. [1])



Deze aureool verandert van diameter wanneer de stroom door de boog verandert, ze is grooter en diffuser naarmate de stroom sterker, helderder en meer samengetrokken naarmate deze zwakker is. Behalve dit veranderlijke lichtverschijnsel kan echter aan het oppervlak der kathode nog een lichtend laagje worden opgemerkt, waarvan de dikte op 10 à 20 micron kan worden geschat en dat dus juist van de orde van grootte is die boven werd aangegeven.

Met de concentratie van het veld hangt nu ten nauwste samen welke fractie van de aan het veld ontleende arbeid

$$e \,.\, V$$

door het ion aan de kathode zal worden afgegeven. Het is duidelijk dat deze kleiner zal zijn naarmate het aantal botsingen die het ion met de moleculen van het gas maakt alvorens de kathode te treffen, grooter is, Om de bedoelde fractie te berekenen zou men niet alleen het aantal botsingen moeten kennen, maar ook het mechanisme der botsing. De veronderstellingen, die hierover gemaakt worden zijn zeer uiteenloopend; zoo berekend Günther Schulze [2]) de energiewisseling bij botsing alsof ionen en atomen harde bollen waren en de atomen stilstonden.

Daarentegen neemt Seeliger [3]) aan dat een ion veel minder energie bij botsing afgeeft, terwijl Aston [4]) en K. T. Compton [5]) onderstellen dat een ion al de energie die het bezit, bij botsing afstaat. Wij komen tot een redelijke schatting van de verwarming van de kathode door botsing, wanneer wij onderstellen dat bedoelde fractie gelegen is tusschen

$$^1/_2 \text{ en } 1$$

---

1) Door dezelfde kunstgreep toe te passen kan het verschijnsel ook worden gefotografeerd: zie fig., waar de boog is afgebeeld bij een stroom van 3 amp.
2) ZS. f. Phys. **15**, 8, 1923.
3) ZS. f. Phys. **16**, 211, 1923.
4) Proc. Roy. Soc. A **104**, 566, 1923.
5) Phys. Rev. **21**, 278, 1923.

waarbij de laatste waarde meer zal worden genaderd naarmate de samentrekking van het veld sterker is. In argon, waar volgens Ramsauer de verkleining van de weglengte bijzonder sterk is, zou dit zeker kunnen worden verwacht.

Alles te samen genomen komen wij nu tot de volgende voorstelling:

De anode zal bij een stroom i per seconde worden verwarmd door een bedrag

$$\geqq i\varphi$$

Aan kathode zal zeker worden toegevoerd

$$-i\varphi + n\,.\,e\,.\,(V_i + f\,V)$$

waarin n is het aantal ionen dat per seconde de kathode bereikt. Uit het feit dat de spanning op de boog nooit het dubbele van de ionisatiespanning wordt volgt dat ieder electron ten hoogste éénmaal kan ioniseeren en daaruit volgt weer onmiddellijk dat het maximaal aantal ionen dat de kathode bereikt gelijk is aan de helft van het aantal electronen dat de anode bereikt, zoodat

$$n\,e \leqq {}^1/_2\,i\,.$$

Ook uit de waarnemingen kan een bovenste grens van het aantal ionen dat per seconde aan de kathode recombineert, worden afgeleid. Stellen wij de energie die per seconde (*a*) door de kathode wordt uitgestraald en (*b*) door geleiding in het gas en langs het steeltje wordt afgeleid voor door U_k.

Dan is blijkbaar

$$U_k = n\,e\,(V_i + f\,V) + A - i\varphi$$

Daarin is A een deel van de energie, afkomstig van electronen die de kathode verlaten zonder het gas te ioniseeren (alleen aanslaan) en van ionisaties waarbij de recombinatie niet aan de kathode maar in het gas plaats heeft (de energie die in deze gevallen vrij komt zal wel grootendeels in het gas verloren gaan maar een deel ervan zou op de kathode terecht kunnen komen).

Wij vinden dan

$$n\,e = \frac{U_k + i\varphi - A}{V_i + f\,V}$$

$$< \frac{U_k + i\varphi}{V_i + {}^1/_2\,V}\,.$$

Alvorens over te gaan tot de mededeeling der uitkomsten willen wij een enkel woord wijden aan de uitvoering der metingen. Gebruik werd gemaakt van het feit dat de temperatuur van de bolletjes over het geheele oppervlak weinig verschilt (hoogstens 50 °). De bolletjes waren het warmst op de punten die naar elkaar toe gekeerd zijn en iets kouder bij de steeltjes. In werkelijkheid werd op een plaats midden hiertusschen ingesteld en de aldus gevonden temperatuurwaarde op het geheele bolletje toegepast. Deze bepaling geschiedde met den optischen pyrometer [1]). Bij de metingen in neon en argon was hiertoe in de bolletjes een holte geboord van 200 tot 300 μ doorsnede en 1 à 1,5 mm diep. De straling van deze holte kan dan practisch zwart worden geacht en men is op deze wijze onafhankelijk van het optisch emissievermogen. Door op de oppervlakte naast de opening in te stellen kon dit vermogen tevens worden gemeten; de waarden liepen uiteen tusschen 0,47 en 0,53 ongeveer, wat in overeenstemming is met het feit dat het wolfraam der bolletjes meestal vrij ruw was. Uit de gemeten temperaturen en uit het oppervlak der bolletjes kon de uitgestraalde energie worden berekend. Hiervoor werd gebruik gemaakt van tabellen van Langmuir [2]), echter gecorrigeerd voor de temperaturen met andere gegevens, zoodat aangenomen is

voor T (°K)	2500	2750	3000	3250	3500
Straling (W/cm^2)	71	110	166	230	316

Uit het bekende warmtegeleidingsvermogen van Wolfraam [3]) kon de geleiding der steeltjes worden berekend op 1,5 à 2 W. De warmte-afleiding naar het gas werd berekend op een door Langmuir [4]) aangeduiden grondslag (eveneens 1,5 à 2 W voor bolletjes van 1,8 mm middellijn). De totale geleiding is dus 3 à 4 W per bolletje. De straling der steeltjes werd verantwoord door het oppervlak der bolletjes in de rekening met 10 % te vergrooten, een correctie gebaseerd op temperatuurmetingen langs een steeltje; verder werd nog rekening gehouden met het feit dat de bolletjes elkaar warmte toestralen.

De gevonden waarden zijn voor *neon* ($V_i = 21{,}5$ opp kathode, 0,110 anode 0,104 cm^2):

---

1) Physica **4**, 157, 1924.
2) Gen. El. Rev. **19**, 208, 1916.
3) Worthing Phys. Rev. **10**, 377, 1917.
4) Phys. Rev. **14**, 401, 1912.

i (Amp.)	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
V (Volt)	27	24	23	22	21	20,5	20,5
iV	40	48	57	66	74	82	93
T_k	2870	2900	2930	2950	2980	3000	3030
$U_k + i\varphi$	25	28	32	35	38	41	44
$\frac{U_a + i\varphi}{V_i + {}^1/_2 V}$	0,7	0,85	1,0	1,1	1,2	1,35	1,45
T_a	2330	2510	2690	2840	2970	3100	3230
U_a	9	11	14	17	21	25	29
$i\varphi$	7	9	11,5	13,5	16	18	20,5

Zooals wij uit de 6e regel zien, waar de maximale waarden van ne zijn berekend, voldoet deze grootheid aan de voorwaarde $< {}^1/_2 i$ te zijn. Wat de anode betreft zien wij dat inderdaad de verwarming van deze $\geqq i\varphi$. Voor kleine stroomen is ze zelfs merkbaar gelijk aan $i\varphi$. Waar het overschot vandaan komt is ons nog niet geheel duidelijk. Het zou juist geleverd kunnen worden door elektronen die na een aanslag (zonder ionisatie dus met een snelheid beantwoordende aan een spanning $V - V_a$ (waarin V_a de laagste aanslagspanning is) op de anode aankomen zonder verder energie aan het gas te verliezen.

Voor argon werd gevonden ($V_i = 15{,}4$ opp kathode 0,100 anode 0,100 cm^2):

i	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
V	21	18	17	16	15,6	15,5	15,4
iV	31,5	36	42	48	55	62	69
T_k	2780	2810	2840	2870	2900	2930	2970
$U_k + i\varphi$	22	25	28	31	35	38	41
$\frac{U_k + i\varphi}{V_i + {}^1/_2 V}$	0,8	0,95	1,15	1,3	1,5	1,6	1,7
T_a	2480	2660	2820	2950	3070	3200	3310
U_a	10	13	16	19	23	27	31
$i\varphi$	7	9	11,5	13,5	16	18	20,5

Eindelijk werd bij kwik gevonden ($V_i = 10{,}4$ V. opp anode en kathode 0,107 cm^2):

i	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
V	20	18	16,5	15,8	15,4	15,3	15,2
$i\ V$	30	36	41,5	47	54	61	69
T_k	2920	2950	2990	3030	3050	3080	3100
$U_k + i\varphi$ [1])	24	26	29	32	36	39	42
$\frac{U_k + i\varphi}{V_i + {}^1/_2 V}$	1,1	1,3	1,6	1,8	2,0	2,1	2,3
T_a	2570	2740	2920	3050	3170	3280	3400
U_a [1])	10	14	19	22	26	30	35
$i\varphi$	7	9	11,5	13,5	16	18	20,5

De waarden van de ionenstroom vallen hier blijkbaar wat hooger uit. Dit behoeft op zichzelf nog niet op een tegenspraak met de theorie te wijzen daar de in de 6e regel berekende waarde slechts een bovenste grens van deze stroom voorstelt. Opmerkelijk is voor de boog in kwikdamp dat hier de spanning bij grootere stroomsterkten niet nadert tot de ionisatiespanning maar tot een veel hoogere waarde. Dat zal wel zoo moeten worden geïnterpreteerd dat de ontladingsvorm met ionisatiespanning niet kan bestaan omdat in dit geval de kathode niet warm genoeg zou worden om de noodige electronen te leveren. Verder is nog opmerkenswaard dat bijna volkomen gelijke waarden voor de temperaturen der electroden werden gevonden onverschillig of de druk van den kwikdamp 6, 30 of 60 cm Hg bedroeg. (De druk werd geregeld door de temperatuur te regelen van een oventje waarin de ballon was geplaatst). Dit is in overeenstemming met onze beschouwingen, waarin de gasdruk geen overwegende rol speelt, deze heeft immers alleen invloed op de weglengten, niet op de verhouding der weglengten van electronen en atomen.

Tenslotte willen wij nog nagaan in hoeverre aan de voorwaarde van J. J. Thomson is voldaan, volgens welke

$$i - n\,e$$

[1]) Met het oog op de groote massa der kwikatomen werd de warmtegeleiding naar het gas hier verwaarloosd. Vermoedelijk zijn hier de temperaturen te hoog en moeten de waarden van U_k en Ua 1 tot 3 W. lager zijn.

zijnde de stroom der electronen die de kathode vrijwillig verlaten, gelijk moet zijn aan de Richardson-stroom (i_R). Waar het hier om een grove vergelijking gaat (de temperatuurmeting laat geen minutieuse schatting van i_R toe) stel ik $i - ne$ in de 3 gassen gelijk en vind dan [1]):

i	$i - ne$	$i_R\,(Ne)$	$i_a\,(Ar)$	$i_R\,(Hg)$
1,5	0,8	0,6	0,3	0,8
2	1,2	0,7	0,4	1,1
2,5	1,6	0,9	0,5	1,5
3	2,0	1,2	0,6	2,0
3,5	2 4	1,5	0,7	2,4
4	2,7	1,7	0,9	2,7
4,5	3,2	2,0	1,3	3,2

Opmerkelijk is hier de afwijking bij argon. Deze kan echter in verband gebracht worden met de sterkere concentratie van het veld. Dit zou volgen Compton (l.c.) in verband met het door Schottky berekende verschijnsel [2]) een vergrooting van de emissie tengevolge kunnen hebben. De grootte-orde van de weglengte der electronen in argon en daarmede samenhangende veldsterkte aan het kathode-oppervlak laat een dergelijke vergrooting als waargenomen werd nog juist toe.

Summary.

From temperature measurements of the electrodes of an arc discharge in Ne, Ar, Hg the amounts of heat delivered at the cathode and at the anode are calculated. The results are compared with calculations based upon theoretical speculations. Further the number of electrons leaving the cathode freely appeared to be of the order of magnitude that may be expected according to Richardson's formula.

1) Gegevens van Dushman, Gen. El. Rev. **26**, 154, 1923.
2) Phys. ZS. **15**, 872, 1914.

Eindhoven. NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN.

IETS OVER ADDITIVITEIT VAN KOOKPUNTEN[1])

door J. J. VAN LAAR.

1.) In dit Tijdschrift van December 1924 komt een artikel voor van A. E. van Arkel en J. H. de Boer, waarin zij ook mijne additieve regels aangaande b en $\sqrt{a}$ aan eenige kritiek onderwerpen, hoofdzakelijk wat $\sqrt{a}$ betreft. Zij betoogen daarin o.a., dat niet altijd het *geheele* C-atoom door de omringende atomen zoodanig is omhuld, dat het tegen aantrekkende werkingen van andere moleculen is afgedekt. Dit nu is opzichzelf niets nieuws en ook niets bijzonders; ik heb dan ook in mijn verschillende stukken daarover in de Verslagen der K. A. v. W., in de Journ. de Ch. Ph. en het Chem. Weekbl. (alle 1916—1918)[2]) verscheidene voorbeelden van partieele omhulling vermeld — tot algeheele omhulling toe. Wij herinneren slechts aan de toeneming van $\sqrt{a}$ bij C van 0 tot $1{,}55 \cdot 10^{-2}$ bij dubbele bindingen, en tot $3{,}1 \cdot 10^{-2}$ bij acetyleenbindingen. Verder hetgeen aangaande S_2Cl_2, $SOCl_2$ en SO_2Cl_2, $TeCl_2$ en $TeCl_4$, PCl_3 en $POCl_3$, AsH_3 en $AsCl_3$, SbH_3 en $SbCl_3$ is opgemerkt. In AsH_3 en SbH_3 is $\sqrt{a}$ bij As en Sb niet $= 0$, zooals bij N en P in NH_3 en PH_3 maar $= 2{,}5$ bij As en 4,5 bij Sb (inplaats van 7 en 9), terwijl bij $AsCl_3$ en $SbCl_3$ de aantrekking zich wederom bijna ten volle (bij As 5 tegen 7 vol) of ten volle (bij Sb 9 tegen 9) doet gevoelen. Hoewel de genoemde getallenwaarden (alle nog te vermenigvuldigen met 10^{-2}) bij deze en dergelijke verbindingen niet geheel zeker zijn (van hoeweinige zijn kritische temperatuur èn druk bekend!), is hieruit toch wel de invloed van het steeds grooter wordende centrale atoom t.o. der omringende atomen afteleiden.

2) Dat iets dergelijks ook bij de *enkelvoudig* aan het C-atoom gebonden atomen zal plaats vinden, is natuurlijk mogelijk. Hetzelfde geldt t. o. v. Si, Ge, Sn. Edoch meen ik te moeten opkomen tegen de wijze, waarop de Heeren Van Arkel en De Boer dit trachten aan te toonen. M. i. hebben zij niets bewezen, omdat hunne grondwaarden waarschijnlijk onjuist zijn.

Wat toch is het geval?

---

1) Naar aanleiding van een opstel van A. E. van Arkel en J. H. de Boer.

2) De eerste reeks vertaald in het Z. f. anorg. und allg. Chem. **104**, 57—156 (1918). Zie ook mijn laatste boek: *Die Zustandsgleichung* von Gasen und Flüssigkeiten (Leipzig, L. Voss), p. 199 e.v.

Ik heb bij de afleiding van de additiviteitsregels er nadrukkelijk op gewezen dat deze — met het oog op de *groote veranderlijkheid* der waarden van a en b — alleen gelden bij *overeenstemmende temperaturen*, en ik koos daarvoor de *kritische temperatuur*. Zorgvuldig onthielden wij ons, bij de *verificeering* der regels, van stoffen, waarvan T_k en p_k niet voldoende bekend waren. Daardoor moest ik helaas een heele massa zeer belangrijke stoffen opofferen, omdat ik de bepaling van $\sqrt{a}$ uit waarnemingen bij het *kookpunt* (zooals de heeren Van Arkel en De Boer thans doen) niet geoorloofd achtte. Immers kookpunten zijn in het algemeen *geen* oveenstemmende temperaturen.

De verhouding $T_k : T_s$ loopt bij verschillende stoffen [1]) — al is er een zekere gemiddelde waarde aan te geven — van **1,40** tot **1,80** uiteen (vergel. de uitvoerige tabel in het geciteerde boek op p. 181 e.v.), en mag dus allerminst standvastig worden ondersteld; een onderstelling, waarop v. A. en de B. hun geheele betoog bazeeren (zie de eerste bladzijde van hun stuk). De hoogere waarden 1,73—1,78 vindt men b.v. bij Ar, Kr, X, F_2, Cl_2, Br_2, H_2F_2, HBr, HI, H_2O, H_2S, H_2Se, PH_3, CH_4, enz. (Bij Niton is de waarde 1,79, bij aldehyd zelfs 1,97). De benedenste grens 1,40 à 1,50 komt bij tal van organische stoffen voor. De waarde 1,40 en iets hooger b.v. bij de hoogere koolwaterstoffen, de hoogere alcoholen en organische zuren, de meeste samengestelde esters, enz. Bij een gemiddelde kritische temperatuur van b.v. 500 abs. geeft dit verschil in de waarde van $T_k : T_s$ reeds een verschil van $(500 : 1{,}40) - (500 : 1{,}80) = 357° - 278 = 80°$ in het kookpunt, terwijl de Heeren Van Arkel en De Boer (zie p. 397) reeds op veel kleinere verschillen zien.

Wat nu a_k betreft, wij weten (zie o.a. mijn boek, p. 248-255), dat deze waarde bij „*gewone*" stoffen beneden T_k van a_k af snel *toeneemt*, om bij temperaturen in de nabijheid van het kookpunt de waarde 1,4 à 1,5 a_k te bereiken, waarna die waarde bij verdere temperatuursverlaging (op den *vloeistof*-tak der grenslijn n.l.) nog slechts weinig meer toeneemt. De waarde van $\sqrt{a}$ neemt dus toe van $\sqrt{a_k}$ tot 1,2 $\sqrt{a_k}$. De waarde van b neemt daarentegen *af*, sterker dan die van a toeneemt. Bij $T = {}^1/_2\, T_k$ is b bij „gewone" stoffen nog slechts $= {}^2/_3\, b_k$ en bij $T = 0$, $= b_k : 2\gamma$, waarin γ de gereduceerde richtingscoëfficient van de z.g. rechte middellijn

[1]) Men weet dat deze verhouding hoofdzakelijk van de grootte van den kritischen druk afhangt. Zie p. 191—193 van mijn boek over de Toestandsvergelijking.

tusschen d_k en $^1/_2\, d_o$ voorstelt. Bij „gewone" stoffen, waar $\gamma = 0{,}9$ is, wordt derhalve $b_o = b_k : 1{,}8$. (alles wederom op den vloeistoftak; zie p. 165 van mijn boek, waar $b_s : b_k = 1{,}29 : 1{,}8 = 0{,}72$ en $v_s : b_k = 1{,}42 : 1{,}8 = 0{,}79$ gevonden wordt.)

Vergelijken wij nu eens CH_4 met b.v. $CHCl_3$, dan is — aangezien bij CH_4 $T_k : T_s = 1{,}75$ is, en bij $CHCl_3$ slechts $= 1{,}60$ — het kookpunt bij CH_4 relatief veel lager gelegen dan bij $CHCl_3$, zoodat de waarde van $\sqrt{a}$ voor **H**, uit bepalingen bij het kookpunt van CH_4 berekend, relatief iets *te hoog* zal uitvallen t.o. der waarde bij het kookpunt van $CHCl_3$. En hetzelfde geldt, in mindere mate, t. o. v. CH_2Cl_2 en CH_3Cl, waar $T_k : T_s$ resp. $= 1{,}65$ en $1{,}66$ zijn. Daarentegen zal de waarde van **Cl**, uit bepalingen bij het kookpunt van CCl_4 berekend, iets *te laag* uitvallen t.o. der waarden bij de stoffen in de tabellen III—V bij de heeren Van Arkel en De Boer, daar bij CCl_4 $T_k : T_s = 1{,}59$ is tegen 1,66 bij CH_3Cl, 1,65 bij CH_2Cl_2 en 1,60 bij $CHCl_3$. De uit CCl_4 berekende waarde van $\sqrt{a}$ voor Cl zou dus eigenlijk alleen bij $CHCl_3$ gebruikt mogen worden. Maar zij is t. o. v. het kookpunt van CH_2Cl_2 en CH_3Cl iets te laag.

3.) Dit is *één* oorzaak van fouten. Maar er is nog een *tweede* foutenbron. Het is m. i. al een bijzonder ongelukkige keuze geweest, om voor de berekening der *grondwaarden* van $\sqrt{a}$ juist CH_4 en CCl_4 te kiezen, en niet b.v. CH_3Cl of $CHCl_3$.

Wat CH_4 betreft, hier zou de waarde van $\sqrt{a}$ — bepaald uit de kritische gegevens met $p_k = 56$ atm. (de waarschijnlijkste waarde) [1]) — $= 6{,}1$ zijn, terwijl uit *bijna alle* andere verbindingen (b.v. de hoogere koolwaterstoffen) de waarde $4 \times 1{,}6 = 6{,}4$ gevonden wordt. Dezelfde afwijkende verhoudingen zullen dus ook wel bij het kookpunt blijven bestaan, zoodat de heeren Van Arkel en De Boer een *te lage* waarde voor H (n.l 16,2) zullen hebben berekend. En wat CCl_4 betreft, ook hier treffen wij toevalligerwijze wederom hetzelfde aan. De overeenstemming tusschen de berekende en de gevonden waarde van $\sqrt{a}$ bij de kritische temperatuur is *uitstekend* bij $CHCl_3$ (17,8 tegen 17,6; zie p. 205 van mijn boek), maar juist *minder goed* bij CCl_4, nl. 21,6 tegen 20 (alles $\times 10^{-2}$). De bij CCl_4 gevonden waarde is dus te laag t.o.v. de algemeene middelwaarden 5,4, zoodat ook de heeren Van

[1]) Zooals ik nl. heb aangetoond, is de waarde 45,6 atm. van *Cardoso* (zie ook Z.Gl. p. 182) waarschijnlijk veel te laag.

Arkel en De Boer uit T_s en V_s bij het kookpunt een *te lage* waarde voor Cl (nl. 47,5) zullen hebben berekend. De afwijkingen, die de heeren Van Arkel en De Boer bij CH_3Cl, CH_2Cl_2 en $CHCl_3$ meenen gevonden te hebben, terwijl zij CCl_4 als „normaal" aannamen, zullen dus wel juist omgekeerd bij CCl_4 moeten worden gezocht, en *niet* bij de eerstgenoemde stoffen, waarvan o.a. $CHCl_3$ zich volkomen normaal gedraagt bij T_k.

Summa Summarum (bij gemis aan behoorlijke kritische gegevens, vooral *drukken*, kan ik natuurlijk alleen over H en Cl oordeelen): de tot *grondslag* hunner berekeningen *aangenomen* waarde van $\sqrt{a}$ zal bij de heeren Van Arkel en De Boer waarschijnlijk *iets te laag* zijn voor H, maar *zeker te laag* voor Cl. En hieraan zullen dus wel ten deele de *konstante* verschillen van 16, 18 en 10 (bij CBr_4 en CI_4 gelden analoge overwegingen) moeten worden toegeschreven.

Ik zeg nog eens, de heeren Van Arkel en De Boer *kunnen* gelijk hebben, hoewel ik dit bij de enkelvoudige bindingen van C minder waarschijnlijk acht, maar zij hebben het vooralsnog niet aannemelijk gemaakt, omdat *kookpunten* nu eenmaal *geen* korrespondeerende temperaturen zijn; en ook omdat de keuze der stoffen, waaruit zij hunne grondwaarden berekenden (Tabel II), geen gelukkige was. Om zulke betrekkelijk geringe verschillen als waar het hier om gaat, onomstootelijk te doen vaststaan moet men *uitgaan* van *vergelijkbare* en zoo *zeker* mogelijke gegevens.

De door mij gevonden additiviteitsregels komen bij de *kritische temperatuur* over het algemeen te goed uit, zelfs bij de meest samengestelde stoffen (en zijn door latere onderzoekingen, o.a. van Berthoud te Neuchâtel bij twijfelachtige stoffen, zooals b.v. de aminen, meermalen bevestigd; zie ook de uitvoerige tabellen op de geciteerde bladzijden van mijn boek, vooral ook wat betreft de *dubbele* en *driedubbele* bindingen [1]), dan dat dit feit zou kunnen worden omvergeworpen (of gevolgtrekkingen over partiëele beschaduwing zouden mogen worden getrokken) door de berekeningen van de heeren Van Arkel en De Boer bij *kookpunten*, d.w.z. bij *niet*-overeenstemmende temperaturen waarbij dan nog de grondwaarden uit (om welke redenen dan ook) afwijkende stoffen werden berekend.

---

1) Dit komt altijd uit. Telkens wanneer — zelfs in vrij samengestelde verbindingen — ergens een C= voorkomt, is $\sqrt{a_k} = 1{,}55$, en bij een C≡ wordt de volle waarde $3{,}10^{-2}$ gevonden — tegen 0 bij enkelvoudige bindingen met de atomen of atoomgroepen om het centrale C-atoom heen.

Het ware te wenschen dat men in de Natuurkundige Laboratoria eindelijk weer eens een aanvang zal maken met de bepaling vooral der *kritische drukken* van tal van doodgewone, maar voor de theorie uiterst belangrijke stoffen waaruit men dan met zekerheid a en b bij T_k zal kunnen berekenen. Men zie de vele oningevulde streepjes in de groote tabel op p 181—188 van mijn boek. Noch van AsH_3, $AsCl_3$, SbH_3, $SbCl_3$, S_2Cl_2 enz., $TeCl_2$ en $TeCl_4$, PCl_3 enz.; nòch van SiF_4, $SiCl_4$ enz., $TiCl_4$, $AlCl_3$ enz., Hg_2Cl_2 enz., $NOCl$ of $COCl_2$ is de kritische druk bekend!

Maar in afwachting daarvan zullen de heeren Van Arkel en De Boer wèl doen alleen die stoffen bij het kookpunt in hunne berekeningen te betrekken, waarbij $T_k : T_s$ eenigermate konstant is, b.v. in de buurt van 1,60 valt — en ook uit *die* stoffen hunne grondwaarden bepalen; dus niet uit één enkele, ongelukkigerwijze toevallig afwijkende stof! En de fluoriden zooveel mogelijk uitschakelen, omdat vele ervan *geassocieerd* zijn, in het bijzonder (zie p. 46—50 van mijn boek), behalve H_2F_2, ook CH_3F. Maar beter en logischer blijft altijd, bij de kritische temp. met de bepaling van a_k en b_k te beginnen, en *daarna* de regelmatigheden of afwijkingen bij het *kookpunt* als *gevolgtrekkingen* dáaruit afleiden.

Tavel Sur Clarens, Suisse, Januari 1925.

ADDITIVITEIT VAN KOOKPUNTEN. II [1])

door A. E. VAN ARKEL en J. H. DE BOER.

In het vorig artikel over additiviteit van kookpunten hebben we afgeleid, dat de voorwaarde voor strenge additiviteit van de kookpunten van halogeenmethaanverbindingen luidt:

$$\frac{\sqrt{a_{Cl}}}{b_C + 4\,b_{Cl}} = \frac{\sqrt{a_{Br}}}{b_C + 4\,b_{Br}},$$

m. a. w. dat de cohesiedruk, zooals die optreedt in de vergelijking van Van der Waals, bij het kookpunt dezelfde is.

Daar de b-waarden ongeveer evenredig zijn met de moleculair-

[1]) Additiviteit van Kookpunten I, Physica 4, 392 (1924).

volumina bij het kookpunt, gaat de formule voor het kookpunt dan over in

$$T_S = K_4 \Sigma V , \qquad (1)$$

welke betrekking, zooals we toen hebben aangetoond voor de phenylhalogeniden goed opgaat, [1]) echter niet voor de halogeenmethaanverbindingen. In een noot hebben we er toen al op gewezen, dat practisch de additiviteit ook nog blijft bestaan wanneer niet de moleculaire cohesiedruk, maar de cohesiedruk per halogeenatoom dezelfde is, dus

$$\frac{\sqrt{a_{Cl}}}{b_{Cl}} = \frac{\sqrt{a_{Br}}}{b_{Br}} .$$

De kookpuntsformule gaat dan over in

$$T_S = K \times \frac{(\Sigma V - V_C)^2}{\Sigma V} , \qquad (2)$$

welke betrekking voor de halogeenmethaanverbindingen voortreffelijk opgaat (tabel I).

TABEL I.

Verb.	ΣV	$\Sigma V - V_C$	T_S	K_4
CCl_4	102.2	91.2	349°	4.28
CCl_3Br	108.5	97.5	377°	4.30
CCl_2Br_2	114.8	103.8	408°	4.35
$CClBr_3$	121.1	110.1	433°	4.33
CBr_4	127.4	116.4	462°	4.33
CCl_3J	119	108	415°	4.25
CCl_3F	90.4	79.4	298°	4.28
CCl_2F_2	78.6	67.6	248°	4.26
CF_4?	55	44	258°?	7.35 [2])

De hier gebruikte atoomvolumina, waaruit de moleculair-volumina additief zijn samengesteld, zijn die welke Kopp zelf opgeeft, te weten Cl = 22.8 ; Br = 29.1 ; J = 39.6 ; C = 11. Voor F hebben we de gebruikte waarde 11 berekend uit de dichtheden van een aantal organische verbindingen ; deze waarde is bovendien in goede

1) Ook voor de hooger gehalogeneerde benzolderivaten gaat deze betrekking goed op.
2) Zie vorig artikel l.c.

overeenstemming met de atoomradius, zooals die b.v. door Grimm is bepaald.

Dezelfde betrekking vinden we ook weer bij de hexahalogeenaethaanderivaten, waar eveneens de omhulling van de koolstof volledig is (tabel II).

TABEL II.

Verb.	ΣV	$\Sigma V - 2V_C$	T_S	K_4
C_2Cl_6	158.8	136.8	458.5	3.90
$C_2F_2Cl_4$	135.2	113.2	364	3.84
$C_2F_2Br_4$	160.4	138.4	459.5	3.85
$C_2F_3Br_3$	142.3	120.3	390	3.84

Het valt hier op, dat de K-waarden bij de aethaanverbindingen kleiner zijn dan bij de methaanverbindingen; van de propaanverbindingen is alleen het kookpunt van C_3Cl_8 bekend; nemen we echter aan, dat ook hier de betrekking opgaat, dan wordt $K = 3.54$.

Om in te zien, dat hoewel betrekking (2) blijft opgaan, de constante K bij de aethaanverbindingen kleiner is geworden, moeten we aannemen, dat in deze verbindingen de $\sqrt{a}$-waarde per halogeenatoom evenredig kleiner is geworden, daar de waarden voor V onveranderd blijven.

Zonder een nieuwe hypothese in te voeren kunnen we als volgt redeneeren. Boven zagen we reeds, dat de werking van het centraalatoom in deze verbindingen geheel door de omhullende halogeenatomen is afgedekt. Als dit juist is moeten we wel aannemen dat ook de halogeenatomen onderling elkaar afdekken, d.w.z. dat men voor $\sqrt{a_{Cl}}$ een kleinere waarde zou vinden, wanneer men het berekent uit het kookpunt van CCl_4 dan wanneer men hetzelfde zou doen uit het hypothetische Cl. In het hexachlooraethaan is de opeenhooping van chloor nog grooter dan in tetrachloorkoolstof, waardoor elk chlooratoom dus meer wordt afgedekt en dus de $\sqrt{a_{Cl}}$-waarde weer kleiner is.

Om de afdekking in de berekening te kunnen opnemen, moeten we zoowel voor CCl_4 als voor C_2Cl_6 bepaalde modellen aannemen. Voor CCl_4 ligt de tetraëder natuurlijk voor de hand, met de chlooratomen in de hoeken en het koolstofatoom in het

zwaartepunt. Voor hexachlooraethaan gebruiken we het bekende model van Van 't Hoff dat we echter om de berekening gemakkelijker te maken in één richting iets samendrukken zoodat de zes chlooratomen samen de hoekpunten van een octaëder vormen.

De gevonden $\sqrt{a}$-waarden in de verbindingen komen nu tot stand, doordat de werkelijke $\sqrt{a}$-waarden verminderd worden met een aantal afdekkings-waarden $D_{Cl/Cl}$. In tetrachloorkoolstof staan tegenover ieder chlooratoom drie andere. De $\sqrt{a}$-waarde van ieder chlooratoom wordt dus verminderd met $3\,D_{Cl/Cl}$, zoodat de $\Sigma\sqrt{a}$ van tetrachloorkoolstof kan worden voorgesteld door

$$4\sqrt{a_{Cl}} - 12\,D_{Cl/Cl}.$$

De experimenteel gevonden $\Sigma\sqrt{a}$ berekenen we uit het kookpunt met behulp van de formule

$$T_S = K_2 \frac{\Sigma\sqrt{a}}{V}^2.$$

Aangezien we K_2 niet voldoende nauwkeurig kennen, nemen we deze constante in de $\Sigma\sqrt{a}$ op en berekenen we dus in 't vervolg steeds $\sqrt{a^1} = \sqrt{a}\,K_2$.

Voor tetrachloorkoolstof krijgen we dan:

$$\Sigma\sqrt{a^1}_{C\,Cl_4} = 190 = 4\sqrt{a^1}_{Cl} - 12\,D_{Cl/Cl}.$$

In hexachlooraethaan wordt bij het octaëdermodel ieder chlooratoom door vier andere afgedekt, dus:

$$\Sigma\sqrt{a^1}_{C_2\,Cl_6} = 270 = 6\sqrt{a^1}_{Cl} - 24\,D_{Cl/Cl}.$$

Uit beide vergelijkingen volgt: $\sqrt{a^1}_{Cl} = 55$, $D_{Cl/Cl} = 2.5$.

De overeenkomstige waarden voor de andere halogenen kunnen we direct berekenen, doordat de $\sqrt{a}$-waarden, en dus ook de $\sqrt{a^1}$-waarden, evenredig zijn met de atoomvolumina.

Daar verder betrekking (2) opgaat zoowel voor de tetrahalogeenmethaanderivaten als voor de hexahalogeenaethaanverbindingen moeten ook de D-waarden evenredig met de atoomvolumina zijn.

We vinden dan de volgende waarden:

$$\begin{aligned}
\sqrt{a^1}_F &= 26.6\,; & D_{F/F} &= 1.2\\
\sqrt{a^1}_{Cl} &= 55\;\; ; & D_{Cl/Cl} &= 2\,5\\
\sqrt{a^1}_{Br} &= 70.2\,; & D_{Br/Br} &= 3.2\\
\sqrt{a^1}_J &= 95.6\,; & D_{J/J} &= 4.35
\end{aligned}$$

Wanneer we nu aannemen, dat de halogeenatomen in de halogenen zelf eenigszins vergelijkbaar zijn met die in de tetrahalogeenverbindingen, dan zouden ook de kookpunten van de halogenen zelf [1]) bij benadering kunnen vinden. Voor de moleculair-volumina nemen wij de direct (bij het kookpunt) gemeten waarden. $\Sigma \sqrt{a^1}$ voor Cl_2 is dan dus $2\sqrt{a^1}_{Cl} - 2D_{Cl/Cl} = 105$ (zie verder tabel III)

TABEL III.

Halogeen	$\Sigma \sqrt{a^1}$	ΣV (bij T_S bep.)	T_S ber.	T_S gev.
F_2	50.8	34.2	75°	86°
Cl_2	105	45.6	241°	239°
Br_2	134	53.5	336°	336°
J_2	182.5	68.5	486°	455°

Verder dienen we nog te kennen de wederzijdsche afdekkingen van verschillende halogenen. Daar de D-waarden evenredig zijn met de atoomvolumina en altijd wanneer b.v. een chlooratoom door een broomatoom, dit omgekeerd zelf door het chlooratoom wordt afgedekt, kunnen we zeggen, dat

$$2D_{Cl/Br} = D_{Cl/Cl} + D_{Br/Br}.$$

Zoo zijn dan:

$$D_{F/Cl} = 1.85 \qquad D_{Cl/Br} = 2.85$$
$$D_{F/Br} = 2.2 \qquad D_{Cl/J} = 3.4$$
$$D_{F/J} = 2.8 \qquad D_{Br/J} = 3.8$$

Met behulp van deze waarden kunnen we nu de kookpunten der gemengde halogeenverbindingen als J Cl en J Br berekenen. Voor J Cl is het volumen bij het kookpunt bekend, n.l. 56. Van J Br is het volumen niet bekend, we nemen het gemiddelde tusschen Br_2 en J_2, n.l. 61, immers ook het moleculairvolumen van J Cl is nagenoeg het gemiddelde van dat van jood en chloor. Verder moeten we opmerken, dat J Br bij zijn kookpunt reeds dissocieert, waardoor het kookpunt niet geheel zeker is.

[1]) Zelfs de edelgassen blijken nog aan dezelfde betrekking te voldoen. Dat ook hier nog de cohesiedruk per atoom dezelfde is, wordt begrijpelijk als men met K o s s e l aanneemt, dat de electronenconfiguratie dezelfde is als die van de overeenkomstige halogenen in hun verbindingen.

TABEL IV.

Verb.	$\Sigma \sqrt{a^1}$	ΣV	T_S ber.	T_S gev.
J Cl	143.8	56	369°	368°
J Br	158.2	61	410°	389°

Aannemende dat hier het tetraëdermodel juist is kunnen we alle tetrahalogeenmethaanderivaten berekenen. Hoewel misschien overbodig geven we nog in tabel V de waarden van $\Sigma \sqrt{a^1}$ uit het kookpunt berekend, vergeleken met die, welke uit de $\sqrt{a^1}$- en D-waarden zijn samengesteld.

TABEL V.

Verb.	T_S	V volgens Kopp berekend	$\Sigma \sqrt{a^1}$ gev.	$\Sigma \sqrt{a^1}$ ber.
$C Cl_4$	349°	102.2	189	190
$C Cl_3 Br$	377°	108.5	202	203
$C Cl_2 Br_2$	408°	114.8	216.5	216
$C Cl Br_3$	433°	121.1	229	229
$C Br_4$	462°	127.4	242.5	242.5
$C Cl_3 J$	415°	119	222.5	225
$C Cl_3 F$	298°	90.4	164.5	165.5
$C Cl_2 F_2$	248°	78.6	140	141
$C F_4$?	258°	55	118	92

Evenzoo geven we in tabel VI dezelfde grootheden voor de hexachlooraethaanderivaten. Bij de berekening is van het octaëdermodel gebruik gemaakt.

TABEL VI.

Verb.	T_S	V	$\Sigma \sqrt{a^1}$ gev.	$\Sigma \sqrt{a^1}$ ber.
$C_2 Cl_6$	458.5	158.8	270	270
$C_2 Cl_4 F_2$	364	135.2	222	223.6
$C_2 Br_4 F_2$	459.5	160.4	272	273.2
$C_2 Br_3 F_3$	390	142.3	236	237 6

Ook al vat men de waterstof in de halogeenmethaanverbindingen als halogeen op, dan is het nog niet noodig, dat dezelfde betrekkingen blijven opgaan. Daar immers de configuratie der periphere electronen hier anders is en bovendien de electronenconfiguratie in zijn geheel aanmerkelijk ijler dan bij de overige halogenen, zal allicht de cohesiedruk een andere zijn.

Verder is er door A. D. Fokker [1]) op gewezen, dat het in methaan minder waarschijnlijk is aan waterstof en aan koolstof beide de heliumconfiguratie te geven. Hoewel we met zijn conclusie volkomen kunnen instemmen, meenen we toch te moeten opmerken, dat de argumenten hiervoor niet klemmend zijn. Fokker merkt op, dat de electronenaffiniteit van de waterstof te klein is om de electronen aan de koolstof te onttrekken. Hierbij is echter over het hoofd gezien, dat deze grootheden heel anders kunnen zijn, wanneer de waterstof- en koolstofkernen in het molecule op zeer korte afstand van elkaar liggen. Bovendien zouden dezelfde bezwaren eveneens bestaan tegen het H Cl-molecule met positieve H en negatieve Cl, omdat de electronenaffiniteit van het chloor hier eveneens kleiner is dan de ionisatiespanning van de waterstof. Denkt men zich een H-atoom en een Cl-atoom op groote afstand van elkaar, dan is inderdaad arbeid noodig om een electron van waterstof op chloor over te brengen. Deze arbeid echter wordt ruimschoots teruggewonnen, bij de nadering van de ionen tot op de afstand waarin ze in het molecule voorkomen. Ditzelfde zou bij methaan een rol kunnen spelen.

Zoodra men de idée van de zuivere ionogene binding bij de koolwaterstoffen zelve laat varen bestaat nog de mogelijkheid dat in verschillende andere waterstofverbindingen het karakter van de waterstof varieert. Dit wordt door chemische ervaringen gesteund; het gedrag van de waterstof in onverzadigde verbindingen, in benzol en derivaten en in verbindingen met z.g. negatieve groepen (waaronder ook de overige halogenen moeten worden gerekend) wisselt sterk. Daardoor wordt de quantitatieve behandeling uiterst gecompliceerd, temeer omdat men om de verschillende onderlinge dekkingen in rekening te kunnen brengen altijd aan min of meer willekeurige modellen is gebonden. Ook kan men in meer gecompliceerde verbindingen niet meer gebruik maken van de boven aangegeven primitieve voorstelling, dat de afdekkingen zonder

[1]) Physica 5, 26 (1925).

meer evenredig zijn met het volumen der afdekkende ionen, maar zal ook de onderlinge afstand een rol spelen.

Qualitatief echter geven de eenvoudige voorstellingen nog goede resultaten. Zoo kan men b.v. uitgaande van de normale koolwaterstoffen de kookpunten der isomeren nog vrij goed berekenen.

Op deze meer chemische quaesties hopen we in een ander tijdschrift nader terug te komen.

Summary.

It is shown, that in organic halogen-compounds of the same type the value of $\frac{\sqrt{a}}{V}$ (cohesion-pressure) is the same for all halogens.

This value is not the same in different types of compounds, because the value of $\sqrt{a}$ of a halogen atom, surrounded by other atoms is diminished in the same way, as e.g. in the case of a carbon atom, surrounded by a number of halogen-atoms.

Assuming this, it is possible to obtain very simple relations between the boiling-point of a compound and the volumina of its atoms.

Eindhoven. NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN.

SAMENVATTENDE OVERZICHTEN.

OVER HET DRAAGVERMOGEN VAN AEROPLANEN EN DEN WEERSTAND TEGEN HUNNE BEWEGING

door V. BJERKNES.

(Vervolg van blz. 108.)

Wij hebben door deze experimenten een heele wereld leeren kennen van verschijnselen welke samengevat worden onder de benaming *hydrodynamische afstandskrachten*. Deze geven een eigenaardig spiegelbeeld, kan men zeggen, van de afstandskrachten in de natuur, in het bijzonder van het electromagnetisme. Het was in die wereld, dat mijn vader leefde. Zijn gedachten zweefden gedurig rondom deze vraag of men door middel van deze om zoo te zeggen nagemaakte afstandskrachten de verklaring zou kunnen vinden van het raadsel van de afstandskrachten in de natuur, of niet. Ook nu nog heeft noch hij zelf, noch iemand na hem, het afdoende antwoord kunnen vinden, hetzij voor of tegen.

Maar terwijl hij onverdroten aan zijn probleem werkte, kon het zoo af en toe gebeuren, dat hem gevraagd werd, of hij niet dacht dat er practische toepassingen konden zijn van de krachtwerkingen die hij ontdekt had, deze vraag lag zelfs bijzonder voor de hand bij die enkele gelegenheden, dat hij zijn proeven hier in de Polytechnische Vereeniging liet zien. Zijn antwoord was dan altijd, dat het niet z ij n zaak was om het probleem in die richting na te gaan. Indien dan echter de vrager als z'n eigen beschouwing er aan toevoegde, half om zijn ongepaste vraag te verontschuldigen: „Ja, de krachten zullen ook wel te zwak zijn om practisch te kunnen worden toegepast", dan was zijn antwoord: „Neen, wat dat betreft, staat er niets in den weg. Er zijn geen grenzen voor de sterkte, die deze krachten kunnen bereiken". Een dergelijke discussie, toen de proeven voor de eerste maal hier gedemonstreerd werden in November 1879, besloot de Voorzitter, de directeur van wegen Krag met de woorden: „Oerstedt heeft immers evenmin geweten wat er voort zou komen uit zijn proeven met de kikkerpootjes". Ik was daarbij tegenwoordig als een schooljongen en deze uiting heeft zich in mijn herinnering vastgebeten wegens de verwisseling, door den directeur van wegen, van Oerstedt met Galvani.

Indien wij thans de zaken bezien dan is het heelemaal niet moeilijk om een toepassing aan te geven van de proef met den roteerenden cylinder. Gelijk gezegd lukt die even goed in lucht als in water. Den roteerenden cylinder kan men dus toepassen om in de lucht op te stijgen. Laat ons b.v. aan den cylinder een omtrek geven van een meter en een omtreksnelheid van 10 m per secunde. In het c. g. s. stelsel hebben wij dan met 100 cm omtrek en 1000 cm. per secunde omtreksnelheid een circulatie

$$\Gamma = 100000 .$$

Vermenigvuldigen wij nu met een dichtheid van de lucht van om en bij 0,001 en met een windsnelheid $V = 10$ m per sec. of 1000 cm per sec. dan krijgen wij voor de stijgkracht per cm lengte van den cylinder

$$F = \varrho \Gamma V , \tag{1}$$

$$F = \frac{100000 \cdot 1000}{1000} = 100000 \text{ dyne.} \tag{2}$$

Een dyne kunnen wij met een rond getal gelijk stellen aan een

milligram gewicht. 100000 dynes worden zoo 100 gram en 100 gram stijgkracht per cm geeft 10 kg stijgkracht per meter van den cylinder. Een cylinder van 10 meter zal dus 100 kg oplichten. Indien wij den cylinder dikker maken, dan krijgen wij dezelfde stijgkracht met een daaraan beantwoordende verminderde omtreksnelheid. Wij hebben vier mogelijkheden om de stijgkracht te verhoogen. Die zal zich verdubbelen:

1°. indien wij de omtreksnelheid van den cylinder verdubbelen met behoud van zijn diameter,

2°. indien wij den omtrek d. w. z. den straal van den cylinder verdubbelen met behoud van de omtreksnelheid,

3°. indien wij den wind verdubbelen,

4°. indien wij de lengte van den cylinder verdubbelen.

Een bruikbare aeroplaan zouden wij aldus hebben met een 10 of 20 Meter langen cylinder van 1 à 2 m diameter, die door een motor rond gedreven werd, zoodat hij een paar omwentelingen per secunde maakt en tegelijkertijd door een propeller voortgetrokken wordt met een snelheid van 10 of 20 Meter per secunde (zie fig. 5).

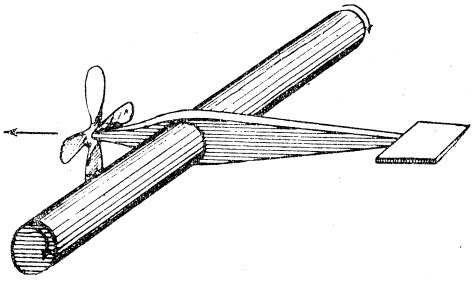


Fig. 5. Aeroplaan met een roteerende cylinder als draagvlak.

Maar dan kan men vragen: „Zal de rekening ook kloppen? Kunnen wij wel eenig practisch bruikbaar resultaat verwachten van een theorie, die met zoo iets ongerijmds begint als dat een cylinder, die niet roteert, zich weerstandsloos door de lucht kan bewegen?"

Ja, het zal hier blijken, dat de formule uitkomt en dit niet alleen in het klein, zooals bij onze proeven, maar bij willekeurig groote dimensies — niet alleen voor onze eigenaardige aeroplaan met den roteerenden cylinder, maar voor elke aeroplaan. [1]) Wat ik leerde op de bijeenkomst van de hydrodynamici in Innsbrück

---

1) Een voorbehoud moet hier gemaakt worden, waarop ik vroeger opmerkzaam had moeten maken. De formule (1) is exact indien men onder Γ de werkelijke circulatie in de vrije lucht verstaat. Daarentegen is het voorbarig, onder alle omstandigheden deze te identificeeren met de circulatie van het vaste cylindervlak; daartoe is de wrijving een al te onvolmaakt middel om beweging over te brengen. Volgens een mededeeling op het Congres voor Toegepaste Mechanica te Delft

en wat ik lang te voren had behooren te weten, indien ik de nieuwe aerodynamische literatuur gevolgd had, was dit:

Deze formule, die ik ontleend heb aan de papieren van mijn vader uit het begin van de tachtiger jaren en die ik bijv. in mijn colleges ontwikkeld heb aan Stockholms Högskola in 1897 en later in colleges in Christiania, is in de aerodynamische literatuur bekend als de formule van Kutta-Joukowski en ze wordt toegepast om de werkelijke stijgkracht van aeroplanen te berekenen. Ik moet hieraan toevoegen, dat Kutta in München en Joukowski in Moskou die ieder voor zich, onafhankelijk van elkander, tot deze formule gekomen zijn in het eerste decennium van deze eeuw, stellig volkomen onbeïnvloed zijn geweest door eenige kennis, die zij konden dragen van mijn vaders twintig jaar oudere werk. Zijn ongeluk was, dat hij wegens zijn grenzelooze nauwgezetheid nooit zijn resultaten gereed kon krijgen voor publicatie en in den tijd, dat deze twee theoritici met hunne verhandelingen te voorschijn traden, waren er slechts uiterst onvolledige publicaties over het werk van mijn vader.

Maar wat is dan de verklaring van die paradox, waarmede wij begonnen, de weerstandslooze beweging? En welke is de samenhang tusschen onze aeroplanen met den roteerenden cylinder en de gewone aeroplaan met vaste draagvlakken, vermits wij het draagvermogen van beide kunnen berekenen met dezelfde formule?

Wij zullen in de eerste plaats letten op de *weerstandskwestie*, die zal ons in werkelijkheid de oplossing van beide raadsels verschaffen.

De lucht- en de vloeistof-weerstand is in de latere jaren juist ten behoeve van de constructies van de aeroplanen, zeer grondig onderzocht geworden in de met dit doel gestichte aerodynamische laboratoria. De resultaten van de grootste beteekenis zijn te danken aan het laboratorium, dat door prof. Prandtl gesticht werd, en door hem aan de Universiteit in Göttingen geleid wordt.

Het eerste probleem was het onderzoek naar hoe de weerstand

---

in 1924 heeft men metingen gedaan over de stijgkracht van den roteerenden cylinder in het aerodynamisch Laboratorium te Göttingen, en daarbij zeer sterke stijgkrachtwerkingen gevonden, vergeleken met die men ontmoet bij de gewone draagvlakken, maar toch slechts ongeveer $1/3$ deel van hetgeen men gekregen zou hebben, indien de cylinder aan de voorbij stroomende lucht zijn volledige circulatie zou hebben medegedeeld.

afhing van den vorm van het lichaam, teneinde *het lichaam te vinden, dat den geringsten weerstand ondervond.* Zoo is men b.v. begonnen met den schijfvorm, omdat de mannen van de praktijk altijd op goede gronden aan de doorsnede een afdoende beteekenis hadden toegekend voor den weerstand.

Vervolgens heeft men de schijf aan beide kanten uitgebouwd zonder de totale dwarsdoorsnede te veranderen. De uitbouwsels hebben den weerstand zeer sterk gewijzigd, totdat men vond dat voor een vischvormig lichaam, aan den voorkant afgerond en geleidelijk versmallend naar achteren, de weerstand vermindert tot $^1/_{25}$ of $^1/_{30}$ van den aanvankelijken weerstand van de schijf. De figuur laat de aanvankelijke schijf zien, het vischvormig lichaam, en een kleine schijf, die denzelfden weerstand ondervindt als dit groote lichaam (fig. 6).

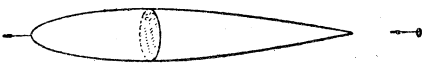


Fig. 6. Lichaam met geringsten weerstand.

Het blijkt dus, dat het praten der theoretici over een weerstandslooze beweging niet geheel en al ongegrond was. Alles duidt er op, dat indien wij de wrijving van de vloeistof of van de lucht tegen het oppervlak van het lichaam konden vermijden — zooals verondersteld wordt in de beschouwing met de theoretische oplossing — dat men dan de weerstandslooze beweging zou hebben.

Maar wat is dan de reden voor den verrassend grooten weerstand tegen lichamen zooals de schijf, den bol of den cylinder? Hiervan hebben enkele waarnemingen een sommaire verklaring gegeven. De theoretische weerstandsloosheid hangt samen hiermede, dat de vloeistofbeweging, volgens de wiskundige oplossing, symmetrisch zal zijn voor en achter het symmetrische lichaam. De stroomlijnen zullen achter het lichaam juist zoo convergeeren als ze aan den voorkant divergeeren. Echter komt dit in den regel niet uit. Aan den voorkant krijgt men heel juist de verwachte vloeistofbeweging, maar aan den achterkant wordt deze gecompliceerd door een kielzog met wervelingen. De theoretische beweging is een mogelijke beweging, die zou kunnen bestaan, indien geen storingen optraden, maar achter den cylinder is die *instabiel* en bij de geringste afwijking van de vooronderstellingen der theorie zal de beweging overgaan van wervelvrij in een wervelende.

Op welke manier deze overgang verloopt, heeft men ook kunnen nagaan en gedeeltelijk verklaren zelfs al kan men niet mathematisch deze vloeistofbewegingen beheerschen. De wervels worden

in het inwendige van het medium in het geheel niet gevormd, zoolang dit het karakter van eenigermate volkomen wrijvingslooze vloeistof heeft. Eenmaal gevormde wervelingen daarentegen zullen verder leven en zelfs ten eeuwige dage, indien de vloeistof geheel wrijvingloos is, maar anders langzaam wegsterven als gevolg van de wrijving. Aan de oppervlakte van een vast lichaam komt evenwel een dunne laag, zelfs van de meest volmaakte vloeistof, onder een intense wrijvingswerking en deze vloeistofgedeelten kunnen dan naar buiten in de vrije vloeistof treden als wervelingen.

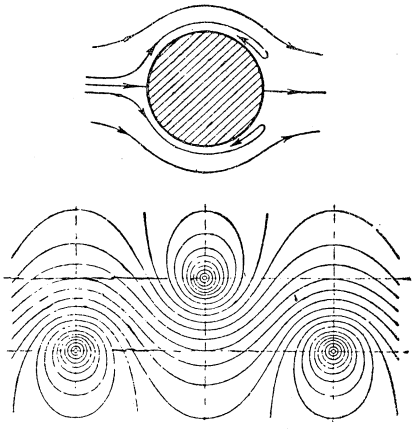


Fig. 7. Wervelvorming achter cylinder.

De vloeistoflaag, die langs de oppervlakte van den cylinder glijdt, wordt door de wrijving opgehouden en blijft achter vergeleken bij de massa's vlak daarbuiten (zie figuur 7). Aan den achterkant van den cylinder worden daardoor twee tegengesteld roteerende wervels gevormd, die gedurig aangroeien onder de voortdurende toevloeiïng van de langzaam stroomende massa's binnen en de snellere buiten. Indien deze wervels groot genoeg geworden zijn zullen zij ten slotte door den stroom worden meegevoerd. Eigenlijk zou dit voor beide wervels gelijktijdig moeten geschieden, uit redenen van symmetrie. Aangezien echter een volledige symmetrie nooit optreedt zal de eene eerst loslaten en daarna de andere, en zoo herhaalt zich het geheel regelmatig met een beurtelings loslaten van even sterke en tegengestelde roteerende wervels, die voortaan als zelfstandige individuen in het kielwater achter den cylinder blijven bestaan (Karman's experiment, fig. 7). De bekende tendens, die een ronde stok heeft om dwars op de bewegingsrichting van het water heen en weer te slingeren, wanneer hij in een snellen stroom gestoken wordt, is een rechtstreeks gevolg van de afwisselende loslating der tegengestelde wervels aan den achterkant van de stok.

Deze wervelvorming verklaart volledig den vloeistofweerstand tegen de beweging van een lichaam. De arbeid, dien het kost

om het lichaam door de vloeistof heen te trekken gaat er mee heen om deze wervelingen hunne kinetische energie te geven. De wrijving zelf werkt slechts als aanleiding tot de wervelvorming, maar is niet zelf de directe oorzaak voor den weerstand. Vervangt men dus den cylinder door een lichaam van een ander profiel waarachter geen merkbare wervelvorming plaats grijpt dan verdwijnt de hoofdzakelijke weerstand, de wervelweerstand en er blijft slechts een restweerstand over, die onmiddelijk aan de wrijving te wijten is. Deze omstandigheden ontmoet men bij het vischvormig profiel.

De circulaire cylinder blijft altijd symmetrisch ten opzichte van den stroom hoe men hem ook draait. Heeft de cylinder echter elliptische doorsnede en wordt hij scheef gezet dan vindt de wervelvorming plaats onder wezenlijk andere omstandigheden dan achter den cirkelvormigen cylinder: de wervel die gevormd wordt aan de loefzijde (onderkant van de figuur, zie fig. 8) is het meest blootgesteld aan den stroom en wordt door deze spoedig meegenomen, terwijl de wervel aan den lijkant een tendens heeft om aan den cylinder te blijven hangen, en een circulatie om deze heen te vormen, tegengesteld aan de circulatie van den wervel, die weggespoeld is. Te zamen met den doorgaanden stroom geeft deze circulatie om den cylinder een verhoogde snelheid en smalle stroombuizen aan den lijkant, en verlaagde snelheid en breede stroombuizen aan den loefkant. Hoe meer de elliptische cylinder nadert tot een plaat, des te grooter wordt het verschil in de voorwaarden voor de wervelvorming tusschen loef en lij en des te sterker wordt zoowel de wervel die wegspoelt als die verankerd blijft; en *het is aan dezen wervel om het draagvlak te danken, dat de kracht ontstaat, die het draagvlak omhoog tilt alsof het een roteerende cylinder was.* De kracht hangt alleen af van de circulatie, die de sterkte van den wervel meet, maar niet van den vorm van het vaste lichaam, waaraan deze circuleerende beweging verankerd is.

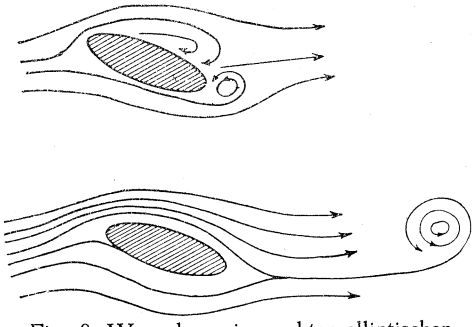


Fig. 8. Wervelvorming achter elliptischen scheefgezetten cylinder.

Het verschil tusschen onze aeroplaan met een roteerenden cylinder en de gewone aeroplaan ligt alleen maar hierin, dat *de circulatie om de scheve of asymmetrische draagvlakken automatisch optreedt, terwijl de luchtmassa's er langs heen strijken.* De sterkte van de voortgebrachte circulatie verandert met den hellingshoek, maar kan, gelijk van zelf spreekt, niet tusschen zoo wijde grenzen worden gereguleerd als bij den cylinder. Indien niet de aeroplaan met den roteerenden cylinder de fout had van volkomen hulpeloos te zijn in geval van een motorhapering dan zou hij stellig practische beteekenis krijgen. Nu moet hij een zuiver theoretische machine blijven, die het beginsel van de aeroplaan toelicht, geheel zooals Carnot's thermodynamische machine het beginsel toelicht voor de stoommachine.

Het beste draagvlak zal, na hetgeen gezegd is, dit zijn, hetwelk de krachtigste circulatie om den vleugel geeft en tegelijk de minst mogelijke weerstand, doordat het geen aanleiding geeft tot de vorming van andere wervels dan de twee even groote tegengestelde, waarvan de een bestemd is om weg te spoelen en de ander om verankerd te blijven aan het draagvlak. Een heel eind is men gekomen met het vogelvleugelprofiel, zooals het nu gewoonlijk toegepast wordt en dat lijkt op het hierboven beschouwde symmetrische profiel voor den geringsten weerstand, slechts met dit verschil, dat het zwak gekromd is, zoodat de onderkant hol wordt. Deze „Joukowski"-profielen zijn van groot theoretisch belang, ook om deze reden, dat ze een draagwerking hebben, zelfs zonder dat ze scheef tegen den wind worden gezet, ja zelfs nog onder hellingen omlaag tot 5% toe. Dit bewijst met volledige klaarblijkelijkheid, dat het niet — gelijk men van te voren geneigd zou zijn om te gelooven — de scheve stand is die in en op zich zelf dragend werkt. *Het komt alles aan op de circulatie, die om het vlak heen teweeggebracht wordt, en het scheef zetten is niet meer dan een van de middelen, die men heeft om de asymmetrie teweeg te brengen, die de circulatie met zich mede brengt.*

De profielen van Joukowski kunnen volledig berekend worden. Dit geschiedt doordat men met de z.g. „conforme afbeelding" den circulairen cylinder overbrengt in den gewenschten vorm en met dezelde conforme afbeelding de gemodificeerde vloeistofbeweging vindt, die daaraan beantwoordt. De drie figuren 9 laten zien

een Joukowski-profiel met de bijbehoorende vloeistofbewegingen, zooals men die bij deze constructie vindt n.l.:

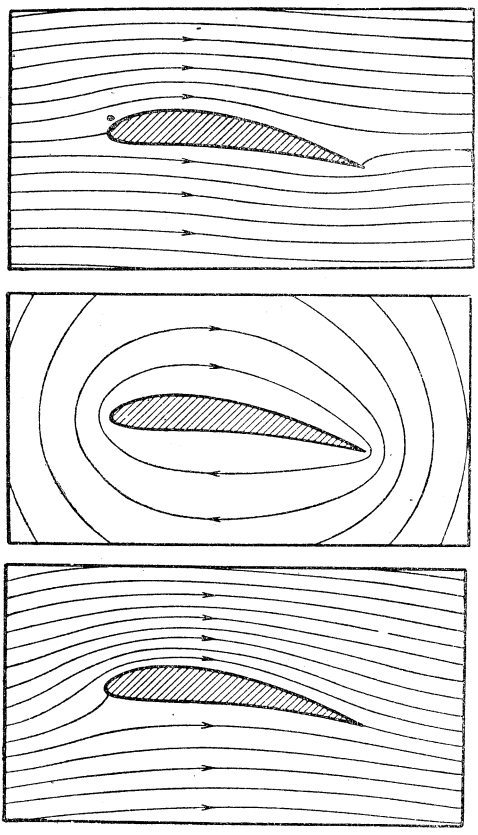


Fig. 9. Stroomveld bij Joukowski-profiel.

1°. de oorspronkelijke potentiaal beweging om het profiel voordat de twee tegengestelde wervelbewegingen zich gevormd en gescheiden hebben,

2°. de zuivere circulatie om het Joukowski-profiel,

3°. de resulteerende beweging, wanneer deze circulatiebeweging wordt gesuperponeerd op de potentiaalbeweging van 1°.

Tot dusver hebben wij de draagvlakken van de aeroplaan beschouwd zijdelings onbegrensd te zijn, maar in werkelijkheid loopen die vrij in de lucht uit. Dit heeft gewichtige gevolgen voor de geheele theorie van de aeroplaan. Men kan dit gemakkelijk nagaan op den grondslag van de algemeene meetkundige eigenschappen van wervels, te samen met hun dynamische eigenschap van hydrodynamische afstandskrachten in het leven te roepen.

Een wervelas kan om dwingende meetkundige redenen nooit een eind hebben. Zoo'n as moet voortloopen — net zooals een electrische stroom — totdat zij in zichzelf terugloopt of totdat zij zich aan onze controle onttrekt in de oneindigheid. De wervel om een draagvlak heen kan daarom niet eindigen, daar waar het draagvlak *b eindigt* (fig. 10), hij moet van deze uiteinden zich in de lucht voortzetten. Hier moet hij met den wind naar achteren geleid worden als twee armen *a* en *a'*, die den aan het draagvlak

verankerden wervel b verbinden met den wervel b', welke in het begin der beweging van het draagvlak heeft losgelaten. In alle doorsneden is deze wervel wat betreft zijn intensiteit bepaald door de circulatie Γ, en het beantwoordende electrische stroomsysteem door de stroomsterkte Γ.

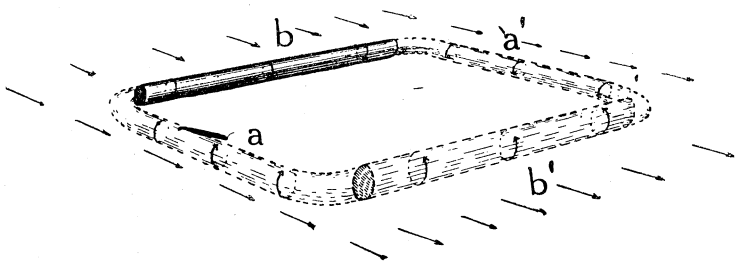


Fig. 10. Wervelsysteem bij de beweging van den aeroplaan.

In dit electrische stroomsysteem zouden de stroomen a, a' en b' samen een afstooting uitoefenen op b, terwijl in het aerodynamische systeem de overeenkomstige wervels een even groote en tegengestelde aantrekking zullen uitoefenen. Deze aantrekking geeft een kracht, die gericht is tegen de beweging van de aeroplaan en men heeft deze den *geïnduceerden weerstand* genoemd. Dit is een weerstand, die men niet kan doen verdwijnen, tenzij men de wervels zelve opheft, die ook de aeroplaan dragen, maar het is een gewichtige taak om met het grootst mogelijk draagvermogen den kleinst mogelijken geïnduceerden weerstand te verkrijgen. Het is daarom van belang om den geïnduceerden weerstand, zoowel experimenteel als mathematisch te bestudeeren. Dit laatste kan geschieden met behulp van bekende formules van de electro-dynamica. Ik kan bijv. enkele daarvan opschrijven.

Laat eenvoudigheidshalve den rechthoekigen electrischen geleider die beantwoordt aan het wervelsysteem $b\,a\,a'\,b'$ een cylindrische doorsnede hebben met een straal c. De zelfinductiecoëfficiënt van het geleiderssysteem wordt dan:

$$L = \frac{1}{\pi}\left[2\left(\sqrt{a^2+b^2} - a - b\right) + a\,\text{lognat}\,\frac{2\,a\,b}{c\left(\sqrt{a^2+b^2}+b\right)} + \right.$$

$$\left. + b\,\text{lognat}\,\frac{2\,a\,b}{c\left(\sqrt{a^2+b^2}+b\right)}\right] + \frac{1}{4\,\pi}(a+b) \qquad (3)$$

en zijn electromagnetische energie

$$E = \tfrac{1}{2}\,\varrho\, L\, \Gamma^2 . \tag{4}$$

De hydrodynamische kracht F_i tegengesteld gelijk aan de electrodynamische die op het geleiderstuk b werkt wordt dan

$$F_i = \frac{\partial E}{\partial a} = \tfrac{1}{2}\,\varrho\,\Gamma^2 \frac{\partial L}{\partial a} \tag{5}$$

of, uitgewerkt

$$F_i = \frac{\Gamma^2}{2\pi}\,\varrho\left[\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}+b} - \frac{a-b}{a} + \text{lognat}\,\frac{2ab}{c\sqrt{a^2+b^2}+a}\right] + \frac{\Gamma^2}{8\pi}, \tag{6}$$

die ook onder deze omstandigheden voorstelt den geinduceerden weerstand. Deze is het grootst wanneer de beweging begint, zoolang nog de afstand a tusschen den aan het draagvlak verankerden wervel b en den vrijen wervel b' klein is. Daarna neemt hij af met toenemende waarden van a tot de grenswaarde:

$$F_i = \frac{\Gamma^2}{2\pi}\,\varrho\,\left[\text{lognat}\,\frac{b}{c} + \tfrac{1}{4}\right] \tag{7}$$

die bij de onderstelde voorwaarden aangaande den vorm van het wervelsysteem voor zal stellen den geïnduceerde weerstand, wanneer de vlucht geheel op gang gekomen is.

De terugwerking van de wervel b op de wervels a, a', b' in de vrije lucht en het wederkeerig werken van deze op elkander hebben louter theoretisch belang. Deze wervels in de vrije lucht stellen zich zoo in, dat de resultante van alle hydrodynamische afstandskrachten, welke er op worden uitgeoefend, nul wordt d. w. z. zoo dat de wervelas evenwijdig wordt aan de resulteerende snelheid ter plaatse van de wervelas. Dit geeft aan de vrije wervels een zwak scheef omlaag hellende stand, in de richting der resultante van den doorblazenden wind en den door de wervels teweeggebrachten neergaanden luchtstroom.

Tot nu toe hebben wij de vlucht beschouwd in een onbegrensd medium, maar de lucht is altijd aan den onderkant door de aarde begrensd, die haar invloed doet gelden op de luchtbeweging en middellijk daardoor op de vlucht. Van welken aard deze invloed zal zijn, kunnen wij ook gemakkelijk overzien, indien wij hydrodynamische afstandskrachten kennen.

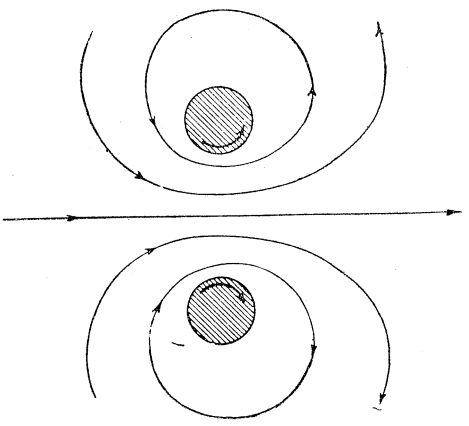


Fig. 11. Aantrekking tusschen den aeroplaan en zijn spiegelbeeld.

Laat ons de aarde denken als een horizontaal onbewegelijk vlak. De beweging boven dit vlak zal dan altijd dezelfde zijn alsof de lucht naar beneden ook onbegrensd was en er in de ruimte onder het vlak zich een aeroplaan bewoog, die het nauwkeurige spiegelbeeld was van die zich boven de aarde bevindt (fig. 11). Maar de draagvlakken van deze twee aeroplanen zullen elkander aantrekken precies zooals de twee tegengestelde roteerende cylinders elkander in ons experiment aantrokken. Hoe dichter de aeroplaan bij de aarde is, des te sterker wordt deze aantrekkingskracht. Zelfs al is deze kracht altijd klein vergeleken bij het gewicht van de aeroplaan, toch zal zij altijd aanwezig zijn, en noodzakelijk overwonnen of gecompenseerd moeten worden, zoowel bij den start als bij het landen. Overigens is deze aantrekking op grond van de circulatie om de draagvlakken niet de eenige. Wij krijgen tegelijkertijd een aantrekking als in een van onze experimenten met de oscilleerende bollen. Deze aantrekkingswerking kan overigens het beste toegelicht worden met een eigen experiment: Wanneer ik een bol laat vallen dicht langs een vertikale muur dan zullen we zien, dat hij aangetrokken wordt door zijn spiegelbeeld in den muur. Men hoort hem duidelijk aanslaan tegen den muur (demonstratie).

Wat ik hier uiteengezet heb heeft een beteekenis, veel verder dan het speciale thema van vanavond, de theorie der draagvlakken van de aeroplanen. Een propellerschroefblad is niet veel anders dan een draagvlak van een specialen vorm, dat door de lucht of het water gedreven wordt, alleen niet rechtuit maar in een kring, maar dit maakt geen wezenlijk verschil. De kracht tegen het schroefblad en de weerstand tegen zijn beweging kunnen in beginsel berekend worden volgens dezelfde formules alsof het gold het draagvermogen van een aeroplaan, slechts met de noodzakelijke aanpassingen aan de veranderde omstandigheden. Van

een propellerschroefblad naar een turbineschoep is geen lange weg. Ook hier wordt de kracht in beginsel dezelfde, onverschillig of het drijvende medium onsamendrukbaar water is of expandeerende stoom. Hoe meer de omstandigheden gecompliceerd worden des te volledíger wordt het gebruik, dat men maken moet van de theorie voor de hydrodynamische afstandskrachten.

Niet het minst interessant is de beschouwing, uit dit gezichtspunt, van de krachtoverbrenging, waar watervalenergie wordt omgezet in electrische energie. Reeds bij de turbineschoepen treden de *hydrodynamische afstandskrachten* op om in de aan de turbine-as gekoppelde dynamo voort te brengen *electrodynamische afstandskrachten*. Deze tweeërlei afstandskrachten hebben een hoogst opvallende overeenkomst en worden berekend volgens identiek dezelfde formules, slechts met een verschil van teeken, doordat de eene soort krachten optreedt als het spiegelbeeld van de andere. Staan wij hier niet tegenover een diepe harmonie in de natuur? En is dit niet een harmonie die in één enkelen knoop samenvlecht de diepste theoretische en de gewichtigste practische problemen?

BOEKBESPREKING.

F. M. Jaeger, **Inleiding tot de studie der Kristalkunde.** — J. B. Wolters, Groningen-Den Haag, 1924. Prijs geb. f 22,50.

Ieder, die zich in de beginselen der kristalkunde wil oriënteeren zal met genoegen dit werk ter hand nemen. De aangename indruk, die het boek maakt door de zorgvuldige, uiterlijke verzorging wordt bij nadere kennismaking nog versterkt. De kristalkunde is van modern standpunt behandeld. Allereerst wordt de lezer vertrouwd gemaakt met de eigenschappen der puntroosters en de beginselen der algemeene struktuurtheorie. Ongedwongen sluiten zich daarbij aan de hoofdstukken waarin de uitwendige begrenzingsvormen der kristallen ter sprake komen. Bij de afleiding der kristalklassen is gelukkig gebroken met de tot voor kort nog gebruikelijke methode, waarbij van de holoëdrische vormen werd uitgegaan, en door het weglaten van bepaalde vlakken de meroëdrische vormen werden afgeleid. Eerst komt ter sprake de asymmetrische klasse en door toevoeging van steeds nieuwe symmetrie-elementen leert men de hooger symmetrische vormen begrijpen, aan de hand van een groot aantal figuren, die in de tekst zijn ingevoegd.

Een apart hoofdstuk is gewijd aan de regelmatige vergroeiïngen en tweelingsvorming der kristallen. Hoofdstuk V handelt over mechanische, electrische en optische eigenschappen der kristallen, waarna in hoofdstuk VI de onderzoekingen van de moleculaire bouw met behulp van Röntgenstralen volgen. Het laatste hoofdstuk geeft een overzicht over de samenhang van chemische samenstelling en bouw. Een aantal tabellen vormen het slot.

Het zij mij vergund op enkele punten eenige critiek uit te oefenen.

Niet zeer geslaagd lijkt mij de wijze waarop naar de oorspronkelijke literatuur

verwezen wordt. Alle citaten zijn aan het eind van ieder hoofdstuk bijeengebracht, waarbij niet is aangegeven de plaats in den tekst, waarbij het citaat behoort.

Op blz. 24 komen samengestelde roosters ter sprake, met de opmerking, dat men deze door andere keuze van de afmetingen der elementaircel ook als enkelvoudige kan opvatten. Dit had misschien wel iets uitvoeriger mogen worden toegelicht.

Bij de beschrijving der kristallen wordt ook de chemische samenstelling genoemd. Voor zwavel luidt deze S_8. Dit nu lijkt mij minder juist. Deze schrijfwijze geeft den indruk, alsof in rhombische zwavel acht atomen bijeenkomen. Dit nu is geenszins uitgesloten, doch allerminst definitief vastgesteld. Dezelfde opmerking kan gemaakt worden naar aanleiding van blz. 107, waar de formules voor cuprochloride en cuprojodide geschreven worden als $Cu_2\,Cl_2$ en $Cu_2\,J_2$. Dit geeft weer den indruk alsof groepen $Cu_2\,Cl_2$ als structuurbestanddeel optreden, wat toch zeker niet het geval is.

Op blz. 158 worden Palladium en Iridium nog als trigonaal beschreven. Volgens het nieuwere onderzoek zijn deze stoffen regulair: in de lijst van de reeds bekende structuren (blz. 435) staan ze dan ook als regulair geboekt. Evenzoo is osmium niet trigonaal, doch hexagonaal.

Door toevoeging van gelatine aan een oplossing van $Ba\,Cl_2$ gelukt het bij indampen de kristallen van dit zout in tweelingsvorm te krijgen. De verhoogde viscositeit van het oplosmiddel zal hierbij toch wel niet de voornaamste oorzaak zijn? (blz. 172).

Bij de bespreking van het geval dat de kristallographisch gevonden symmetrie lager is dan die, welke beantwoordt aan het gevonden puntrooster (blz. 338) wordt als meest waarschijnlijke verklaring aangenomen dat de atomen niet exact op de „parameterlooze" plaatsen zouden liggen. Hiervan is echter niets waargenomen, en het is wel onwaarschijnlijk dat de plaats der atomen in de groote meerderheid der gevallen wel met zeer groote benadering, doch niet exact een door de symmetrie-elementen gedefinieerde zou zijn.

Meestal leiden kleine verschuivingen bovendien tot de noodzakelijkheid een grootere elementaircel aan te nemen. In het geval van het cupriet zouden bij kleine verschuivingen der Cu-atomen de zuurstofatomen niet meer gelijkwaardig blijven.

Veel waarschijnlijker lijkt dan ook de andere onderstelling, dat aan de eigensymmetrie der atomen de verschillende resultaten te wijten zijn.

Onjuist is de conclusie op blz. 362 en volgende, dat bij opnamen volgens Debije en Scherrer van een georiënteerd kristalaggregaat (bijv. een getrokken metaaldraad) van iedere interferentiekring slechts vier punten overblijven. Inderdaad vindt men in 't algemeen een veel grooter aantal punten, doordat niet alleen het vlak $x\,y\,z$, maar evenzeer $x\,y\,\bar{z}$ etc. reflecteert.

Op blz. 380 had vermeld dienen te worden, dat bij het aluminiumnitride uit de waargenomen intensiteiten der reflecties niets blijkt van een ionisatie van de opbouwende atomen.

β-IJzer is niet enkelvoudig cubisch (blz. 411), doch in zijvlakken bezet, en tin is niet tetragonaal, in de zijvlakken gecentreerd (bl. 436). Bijl en Kolkmeijer hebben oorspronkelijk voor tin aangegeven een structuur met basis $(0\,0\,0)$ $(0\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{2})$ $(\frac{1}{2}\,0\,\frac{1}{2})$, doch later ook hunne opnamen in overeenstemming bevonden met de structuur met basis $(0\,0\,0)$ $(\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{2})$ $(0\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{4})$ $(\frac{1}{2}\,0\,\frac{3}{4})$ wat niet anders

voorstelt dan een tetragonaal gedeformeerde diamantstructuur. Twijfel aan deze structuur is nooit geopperd.

De uitdrukking dat (blz. 411) NH_4Cl, NaCl etc. kristalliseeren in enkelvoudig cubische cellen geeft aanleiding tot verwarring. De hoekpunten van deze cellen zijn n.l. niet met identieke atomen bezet, maar afwisselend met NH_4 en Cl-groepen.

Zoo zouden misschien nog wel enkele opmerkingen gemaakt kunnen worden: voor het boek als geheel zijn zij van ondergeschikt belang. Niet alleen als leerboek voor aanvangers zij het werk aanbevolen. v. A.

Probleme der Astronomie. Festschrift für H. v. Seeliger, 475 blz, 58 fig. Julius Springer, Berlin, 1924. Prijs ingen. 45 goudmark.

Bovengenoemd album, ter gelegenheid van den 75sten verjaardag van den Münchener sterrekundige uitgegeven, zal niet alleen van belang zijn voor zijn vele astronomische vrienden als huldeblijk aan den geleerde (Seeliger zelf is kort na het verschijnen overleden), maar tevens voor hen die uitzien naar een boek waarin de nieuwere ontwikkelingen der astronomie bijeengegaard en gezuiverd zijn. Deze categorie van lezers zullen weliswaar hun verlangen slechts gedeeltelijk vervuld vinden, want van een volledig overzicht der verschillende moderne problemen is geen sprake: b.v. zijn de onderzoekingen over de spectra zoowel van zon als van sterren heel schaars vertegenwoordigd (spectroscopische parallaxen, magnetische verschuivingen op de zon, enz.), en ook over de bewegingen der sterren vindt men er weinig.

Het ligt in den aard van een werk als dit opgesloten dat het heterogeen wordt, en men moet bewondering hebben voor de wijze waarop artiekelen van alle richtingen bijeengebracht zijn en nu hier dan daar een greep gedaan is uit het rijke materiaal aan onderzoekingen dat aanwezig was. Men kan zeker zeggen dat, bij het niet bestaan van een goed boek over de nieuwste problemen der astronomie, dit album ook aan studeerenden goede diensten zal kunnen bewijzen. Physici zullen belang stellen in een aantal artiekelen over het stralingsevenwicht in sterren door Eddington, Emden, Schnauder en von Zeipel, en in een stuk van Kopff „Zur Weiterentwicklung der Weltgeometrie".

Het boek is samengesteld uit 36 artiekelen, alle van verschillende schrijvers, waaronder vele der bekendste astronomen. Een niet gering aandeel is geleverd door sterrekundigen die onder Seeliger gestudeerd of direct met hem samengewerkt hebben. Bijna twee derde is van Duitsche autoren. Ik zal volstaan met een kort overzicht van den inhoud, waarbij ik de artiekelen (die in het Festschrift op de meest onpartijdige wijze dooreengeroerd zijn) wil onderscheiden in samenvattende overzichten van reeds vroeger gepubliceerd werk en in origineele artiekelen, die slechts hier gepubliceerd zijn.

Tot de eerstc groep behooren de volgende:

Bernheimer, „Das Problem der Veränderlichkeit der Sonnenstrahlung", een discusie van de argumenten die het bestaan van snelle, onregelmatige veranderingen in de zonnestraling in twijfel brengen.

Eddington, „The interior of a star", een niet wiskundig overzicht.

Guthnick, „Zwölf Jahre lichtelektrischer Photometrie auf der Berliner Sternwarte", een interessant overzicht van de eigenaardige lichtveranderingen, die bij een groot aantal der helderste sterren gevonden zijn.

Jeans, „The origin of the solar system", een lezing voor de Royal Institution,

waarin uiteen gezet worden de groote voordeelen die de „getijdentheorie" van het ontstaan van het zonnestelsel (die als oorzaak een nabije ontmoeting met een andere ster onderstelt) biedt boven de andere theorieën.

Ludendorff, „Über die Beziehungen der verschiedenen Klassen der veränderlichen Sterne", hetgeen ook gedeeltelijk een nieuw onderzoek bevat.

J. S. Plaskett, „Problems of the O-type stars".

Sametinger, „Die Grenzen des typischen Sternsystems und die Verteilungsfunktion der absoluten Leuchtkräfte", een overzicht over Seeliger's eigen werk over den bouw van het melkwegstelsel, benevens een samenstelling van materiaal en practische resultaten uit zijn theorie.

Schlesinger, „Photographic determinations of stellar parallaxes", een discussie van de moderne methode van parallaxbepaling en een vergelijking van de resultaten voor verschillende observatoria.

Strömgren, „Zur Durchmusterung des Problème restreint".

Uit de tweede groep van artiekelen wil ik enkele apart noemen, zonder daarmee echter te impliceeren dat de andere stukken van minder waarde zouden zijn dan de genoemde. Het is een verrassing den naam van den reeds verscheidene jaren geleden gestorven astronoom Schwarzschild in dit boek te vinden, met een belangrijk onderzoek over de stationaire snelheidsverdeeling in een vereenvoudigd model sterrestelsel. Opmerkenswaard is een statistische studie van Wirtz over de oppervlaktehelderheid van nevels en sterrehoopen, en een zeer interessant artiekel van Van Rhyn, die, na een ingrijpende critiek op de theorie der „reuzen en dwergen" zooals deze in de laatste jaren voorgesteld is, den weg aangeeft volgens welken men kan bepalen of er bij de M-sterren al dan niet tusschenliggende helderheden voorkomen.

De nog niet ter sprake gekomen artiekelen zijn van de volgende schrijvers:

Bohlin, Brendel, Herglotz, Wilkens: Theoretische astromie,

Bergstrand*), Bottlinger, Eberhard*), Emden, Groszmann*), Kühl*), Schnauder, Shapley, Stebbins, von Zeipel, Zinner*): Practische astronomie*) en astrophysica,

Ten Bruggencate, Hess, Kienle, Kohlschütter, Oppenheim, Wolf: Statistische astronomie,

Popoff: Over boliden.

Lichtenstein: Vorm der planeten.

Bij den waardevollen inhoud van het boek is het slechts jammer dat het niet voor een redelijken prijs tot een ieder's beschikking is gesteld. J. O.

STRIKVRAGEN.

Vraag XXVI. **Een skilooper die den berg afsuist heeft een harde wind tegen. Waarom behoeft hij zich niet daartegenin voorover te zetten gelijk ieder ander zich tegen den wind inzet om niet omgeblazen te worden?**

Antwoorden en nieuwe strikvragen in te zenden aan het gewone adres der Redactie.

Antwoord op vraag XXIV, luidende: *Zal, indien men in het luchtledig een geopende flesch onderstboven laat vallen, de wijn in de flesch blijven of er uitkomen?*

Hoewel de wijn niet uit de flesch kan vloeien door zijn gewicht, zal hij in het luchtledig gaan koken en door zijn dampdruk uit de flesch spuiten.

Nadruk der artikelen en reproductie der illustraties voorkomende in dit tijdschrift wordt bij deze overeenkomstig Art. 15 der Auteurswet 1912, uitdrukkelijk verboden.

PHYSICA
NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

5e JAARGANG MEI 1925 NUMMER 5.

STABILISEERING DOOR KLEINE TRILLINGEN

door BALTH. VAN DER POL.

Eenigen tijd geleden publiceerde Armstrong [1]) een nieuwe draadlooze ontvang-methode, die hij „superregeneration" noemde. In hoofdzaak komt deze methode neer op het gebruik van een teruggekoppeld triodesysteem, dat afgestemd is op de te ontvangen hoog frequente signalen. Op het rooster van de triode werkt echter tevens nog een middel frequente trilling, die de roosterspanning periodiek op en neer doet gaan. De verklaring van de werking van dit systeem door Armstrong gegeven is moeilijk te volgen, wat aanleiding was tot het opzetten van een nader theoretisch onderzoek van de verschijnselen. Het bleek daarbij, dat in zijn eenvoudigsten vorm het systeem te beschrijven is als een keten bestaande uit een constante zelfinductie en constante capaciteit, doch met een weerstand die een voorgeschreven periodieke functie is van den tijd, en wel zoo, dat deze beurtelings positief en negatief wordt, maar gemiddeld negatief is. Op dit systeem werkt bovendien een signaal in den vorm van een gedwongen E.M.K., zoodat de differentiaalvergelijking, waaraan het systeem moet voldoen, den vorm heeft:

$$\ddot{y} - (\alpha + \beta \sin p\,t)\,\dot{y} + \omega^2\, y = E \sin \omega\, t \qquad (1)$$

waarin

$$\beta > \alpha$$
$$\alpha > 0$$
$$p \ll \omega\,.$$

De vrije trillingen van het systeem worden derhalve bepaald door

$$\ddot{y} - (\alpha + \beta \sin p\,t)\,\dot{y} + \omega^2\, y = 0 \qquad (2)$$

1) Proc. Inst. of Radio Engineers **10**, 244, 1922.

Een dergelijke differentiaalvergelijking van de tweede orde, waarin de weerstand een periodieke functie van den tijd is, kan steeds worden getransformeerd tot een differentiaalvergelijking zonder weerstandsterm (de term met $\dot{y}$) doch met een periodieke elasticiteitsterm (de term met y)

Laat n.l. gegeven zijn:

$$\ddot{y} + 2\varphi(t)\dot{y} + \omega^2 y = o \tag{3}$$

waarin $\varphi(t)$ een periodische functie is van den tijd.

Substitueer hierin:

$$y = e^{-\int \varphi(t)\, dt} x,$$

dan gaat (3) over in:

$$\ddot{x} + \left(\omega^2 - \varphi^2(t) - \frac{d\varphi(t)}{dt}\right) x = o, \tag{4}$$

een differentiaalvergelijking zonder weerstandsterm, doch met een periodieke elasticiteitsterm.

Bij het opslaan van de betrekkelijk spaarzame literatuur over vergelijkingen van het type (4), of meer in het bijzonder van het type:

$$\ddot{x} + (\omega^2 - a^2 \cos p t)\, x = o \tag{5}$$

vonden wij een verhandeling van A. Stephenson[1]) die een bijzonder elegant voorbeeld beschrijft van stabilisatie door kleine trillingen, dat naar het schijnt, zeer weinig bekend is. In een eenigzins vereenvoudigden vorm zullen wij het experiment en de theorie daarvan beschrijven.

Men stelle zich een slinger voor met een gewicht aan het ondereinde. De slinger kan vrij naar alle richtingen draaien om het ophangpunt. Zet men den slinger onderste boven, dus met het gewicht boven, dan is het systeem natuurlijk labiel. Beweegt men echter het ondersteuningspunt onder deze omstandigheden snel genoeg periodisch op en neer dan zal de omgekeerde slinger niet meer omvallen, doch stabiel rechtop blijven staan.

Het is vrij gecompliceerd om in te zien, hoe de stabiliseering tot stand komt, daar wij met een tweede-orde effect te doen

[1]) On a new type of dynamical stability, Memoirs and Proceedings of the Manchester Literary and Philosophical Society, 52. No. 8, 1908.

hebben, en wij volgen derhalve de zekere weg der analyse. Laat de kleine uitwijking van de (oorspronkelijke labiele) evenwichtsstand zijn Θ, en noem de verticale coördinaat van het ondersteuningspunt z, dan zal de omgekeerde slinger voldoen aan de vergelijking:

$$\ddot{\Theta} - \left(\frac{g}{l} + \frac{\ddot{z}}{l}\right) \Theta = 0, \tag{6}$$

waarin l de lengte van den slinger is.

Deze vergelijking toont aan dat de vertikale trillende beweging overeenkomt met een verandering van de zwaartekrachtsversnelling g in $g + \ddot{z}$. Laat verder de beweging van het ophangpunt zuiver sinusoïdaal gebeuren met een amplitude a en een frequentie p, waarbij dus

$$z = a \cos p t .$$

(6) gaat dan over in:

$$\ddot{\Theta} - \left(\frac{g}{l} - \frac{a p^2}{l} \cos p t\right) \Theta = 0, \tag{6a}$$

een vergelijking van het type (5).

Definieert men nu voorts

$$p t = x$$

$$\frac{g}{l p^2} = \omega^2$$

$$\frac{a}{l} = 2 \alpha$$

dan kan (6) geschreven worden als:

$$\frac{d^2 \Theta}{d x^2} - (\omega^2 - 2 \alpha \cos x) \Theta = 0 . \tag{7}$$

Ter oplossing van (7) volgen wij G. W. Hill's onderzoek over de beweging van het perigeum der maan [1]).

Volgens een theorema van Floquet [2]) moet Θ den vorm hebben:

$$\Theta = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} a_n \, e^{j(n+s)x} \tag{8}$$

waarin s een nog nader te bepalen constante is.

1) G. W. Hill. On the part of the motion of the lunar perigee. Acta Mathematica 8, 1, 1886.
2) Zie: Whittaker and Watson, Modern Analysis, het hoofdstuk over Mathieu functies.

Substitutie van (8) in (7), waarbij te bedenken valt dat:

$$2\cos x = e^{jx} + e^{-jx},$$

en het afzonderlijk gelijk nul stellen van de coëfficienten van gelijknamige machten van e^{jx}, leidt tot het volgende systeem van een oneindig aantal vergelijkingen met een oneindig aantal onbekenden:

$$\left\{ (n+s)^2 + \omega^2 \right\} a_n - \alpha (a_{n-1} + a_{n-1}) = 0 \,. \qquad (9)$$
$$n = -\infty \ldots + \infty$$

Zal nu (9) een oplossing toelaten verschillend van:

$$\ldots\ a_{-2} = a_{-1} = a_0 = a_{+1} = \ldots = 0$$

dan moet de determinant van (9) gelijk nul zijn, welke oneindige determinant ons juist de vergelijking voor de onbekende grootheid s levert.

Voeren wij verder de condities in:

$$\omega^2 \ll 1$$
$$\alpha^2 \ll 1$$

dan zal men een goede benadering van (8) en (9) verkrijgen, wanneer men daarin alle a's behalve a_{-1}, a_0 en a_{+1} verwaarloost, daar elke a van de orde α klein is ten opzichte van de daarnaast in de richting naar a_0 liggende a. (8) wordt aldus met verwaarloozing van ω^2 tegenover de eenheid, en evenzoo met verwaarloozing van s tegenover de eenheid (welke laatste verwaarloozing achteraf gerechtvaardigd zal blijken):

$$\Theta = e^{jsx} \left[a_{-1} e^{-jx} + a_0 + a_{+1} e^{+jx} \right] \qquad (10)$$

terwijl (9) overgaat in:

$$\left.\begin{aligned} -a_{-1} + \alpha a_0 &= 0 \\ \alpha a_{-1} - (s^2 + \omega^2) a_0 + \alpha a_1 &= 0 \\ \alpha a_0 - a_1 &= 0 \end{aligned}\right\}. \qquad (11)$$

Eliminatie van a_{-1}, a_0 en a_{+1} leidt tot:

$$\begin{vmatrix} -1 & \alpha & 0 \\ \alpha & -(s^2+\omega^2) & \alpha \\ 0 & \alpha & -1 \end{vmatrix} = 0$$

òf: $$s^2 = 2\,a^2 - \omega^2 . \qquad (12)$$

Men vindt dus volgens (10) voor Θ:

$$\Theta = \left(C_1 e^{j\,s\,x} + C_2 e^{-j\,s\,x} \right) \left(a\,e^{-j\,x} + 1 + a\,e^{+j\,x} \right) \qquad (13)$$

of in reëele schrijfwijze:

$$\Theta = C \cos (s\,x + \varphi)\,(1 + 2\,a \cos x) . \qquad (14)$$

Gaan wij thans weder over tot de oorspronkelijke variabelen dan kunnen wij Θ schrijven:

$$\Theta = C \cos \left\{ \sqrt{\frac{a^2\,p^2}{2\,l^2} - \frac{g}{l}}\; t + \varphi \right\} \left(1 + \frac{a}{l} \cos p\,t \right) . \qquad (15)$$

Uit (13) volgt dat slechts wanneer s reëel is, de beweging van den slinger stabiel is.

De conditie voor stabiliteit wordt derhalve:

$$a^2\,p^2 > 2\,g\,l$$

Heeft de omgekeerde slinger b.v. een lengte van $l = 20$ cm, en laten wij het ondersteuningspunt een eenvoudige verticale harmonische beweging doorloopen met een amplitude $a = 2{,}5$ cm. Ter stabiliseering van het systeem zal dan het ondersteuningspunt met een freqente $n = p / 2\,\pi$ moeten worden bewogen, welke frequentie gegeven is door:

$$n > \frac{1}{a\,\pi} \sqrt{\frac{g\,l}{2}} = \frac{1}{2{,}5\,\pi} \sqrt{\frac{981\;\;20}{2}} \doteqdot 13 \text{ omwentelingen per sec.}$$

Laat men het ondersteuningspunt van den slinger[1]) met een frequentie zich op en neer bewegen grooter dan 13 sec^{-1}, dan voert de slinger een langzame periodieke beweging uit, waarvan de frequentie volgens (15) gegeven is door:

$$2\,\pi \sqrt{\frac{a^2\,p^2}{2\,l^2} - \frac{g}{l}} .$$

De amplitude van deze langzame horizontale beweging is volgens

[1]) B.v. met behulp van een electromotor met kruk, krukstang, en vertikale drijfstang waaraan de slinger bevestigd is.

(15) echter niet constant, maar deze heeft zelf een snelle rimpel zoodat de beweging den vorm heeft van fig. 1.

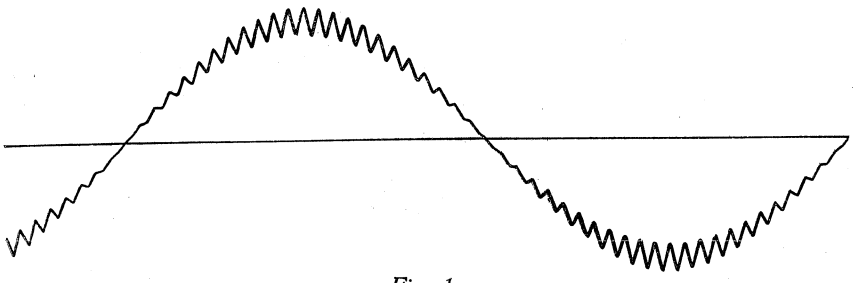


Fig. 1.

In de draadlooze telefonie zou men in dit geval spreken van een laag frequente trilling, die hoog frequent voor een klein percentage gemoduleerd is.

Summary.

The Armstrong superregenerator leads to a linear differential equation of the second order with a periodic coëfficient of te $\dot{y}$-term. This equation can be transformed into an equation without an $\dot{y}$-term but with a periodic coëfficient of the y-term. An apparently little known experiment due to Stephenson is described, where an inverted pendulum is made stable by a periodic vertical movement of the support. The theory of this experiment leads to the kind of equation considered and the solution is given with the aid of a method due to Hill in the theory of the motion of the lunar perigee. Thus the condition of stability of the inverted pendulum can easily be found.

Eindhoven, 15 Mei 1924. NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN.

KRISTALSTRUCTUUR VAN MAGNESIUM-FLUORIDE EN ANDERE VERBINDINGEN VAN HETZELFDE KRISTALTYPE

door A. E. VAN ARKEL.

In een vorig artikel in dit tijdschrift [1]) is er reeds op gewezen dat het magnesium-ion in magnesium-fluoride waarschijnlijk te klein zou zijn om nog acht fluoor-ionen om zich heen te groepeeren, zooals dat het geval is bij de fluoriden der overige aard-alkalimetalen.

Deze veronderstelling werd door het onderzoek volkomen bevestigd. Poeder van magnesiumfluoride werd op de gewone

[1]) Physica **4**, 292 (1924).

wijze met Cu K_α-straling doorlicht. De verkregen interferentiefiguur bleek afkomstig te zijn van een tetragonale kristalsoort. Een preparaat, gemaakt door een warme oplossing van magnesium-chloride met kalium-fluoride te precipiteeren bleek identiek met een handelspreparaat (K a h l b a u m).

De reflectiehoeken voldoen aan de betrekking

$$\sin^2\frac{\Theta}{2} = 0{,}0269\,(h_1^2 + h_2^2) + 0.062\,h_3^2 \qquad \text{(Tabel I)}$$

Nemen we aan, dat de elementaircel 2 moleculen bevat, dan vinden we voor de lengten van basisribbe (d) en hoogte (l) de waarden 4.69 en 3.08 en voor assenverhouding (l/d) en dichtheid (ϱ) nagenoeg dezelfde waarden, die worden opgegeven voor het natuurlijk voorkomende magnesiumfluoride, het sellaïet [1]).

Sellaïet: $l/d = 0.6596$ $\varrho = 2.857 - 3.153$

Mg.fluoride $l/d = 0.659$ $\varrho = 305$

Het komt er nu op aan de plaats der atomen in het rooster te bepalen. Nu wordt aangegeven, dat sellaïet kristalliseert in de ditetragonaal-bipyramidale klasse (holoëdrisch).

Van de mogelijkheden die deze symmetrieklasse geeft, vallen vele al dadelijk weg. Immers, aangezien de reflectie van het vlak (210) voorkomt, kan aan de structuur noch een basis (0 0 0) $(\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{2})$, noch ook een basis (0 0 0) $(\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\,0)$ een grondslag liggen. Daarmede vervallen reeds alle holoëdrisch tetragonale groepen [2]), behalve

$$D_{4h}^{14},\ D_{4h}^{10},\ D_{4h}^{9},\ D_{4h}^{5},\ D_{4h}^{2},\ D_{4h}^{1}.$$

De reflectie van het vlak (200) is niet waar te nemen; in ieder geval in ze dus zeer zwak. Aangezien deze reflectie in de groepen D_{4h}^{2} steeds zeer sterk moet optreden, valt ook deze mogelijkheid weg. Daarentegen komt (101) zeker wel voor; dit sluit uit de mogelijkheid der groepen D_{4h}^{10}, D_{4h}^{5}.

De aanwezigheid van (111) sluit de groep D_{4h}^{9} uit. Van de beide nog overgebleven groepen geeft D_{4h}^{1} nog aanleiding tot een groot aantal structuurmogelijkheden. Een aantal kan men door redeneeringen als boven uitsluiten. Tenslotte blijven vijf gevallen over. Hierbij liggen in één atoomvlak evenwijdig aan de basis alle fluooratomen, alle magnesiumatomen in een tweede vlak.

1) Zie o.a. P. G r o t h. Chem. Kristallographie blz. 205, Leipzig 1916.

2) Volgens R. W. G. W y c k o f f, The analytical expression of the results of the theory of space-groups. Washington 1922.

TABEL I.

Indices	$10^3 . \sin^2 \frac{\Theta}{2}$ (gev.)	$10^3 . \sin^2 \frac{\Theta}{2}$ (ber.)	I (geschat)	I (ber.)
(110)	54	54	ZS	27
(101)	89	89	ZZ	2
(200) (111)	117	108 116	— ZS	2.5 93
(210)	134	134	S	54
(211)	195	196	ZS	260
(220)	214	215	S	64
(002)	249	248	S	72
(310) (221)	270	269 277	ZZ	4 32
(112) (301)	303	302 304	ZS	54 130
(311)	330	331	ZZ	32
(320) (202)	350	350 356	ZZZ	4 5
(212)	382	382	M	108
(321) (400)	423	412 431	Z	108 16
(410) (222)	459	457 463	S	110 128
(330)	479	484	Z	64
(312) (411)	516	517 519	M	5 64
(420) (331)	544	538 546	ZZ	32 3
(103) (321) (421) (113)	≈ 600	585 598 600 612	Z	2 18 24 93
(510) (412) (231)	698	692 700 705	M	260 32 205
(332) (501) (432)	732	732 734	M	128 340, 24
(303)	807	800	Z	130
(521)	840	842	Z	340

Deze strukturen lijken zeer weinig waarschijnlijk, te meer daar het niet gelukte de waarde van den parameter zoo te kiezen dat de intensiteiten der verschillende reflecties behoorlijk met de waargenomene overeenstemden. Bij uitsluiting vinden we dus een structuur, uit de groep D_{4h}^{14}, die slechts aanleiding geeft tot één mogelijkheid. De magnesium-atomen vormen een gecentreerd rooster $(0\,0\,0)$ $(\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{2})$, de fluoor-atomen liggen op de plaatsen $(u\,u\,0)$ $(\bar{u}\,\bar{u}\,0)$ $(u+\frac{1}{2}, u-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ $(u-\frac{1}{2}, u+\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$. (Fig. 1.) Deze structuur is op de waarde van den parameter na identiek met die van rutiel (TiO_2). Merkwaardig is ook de overeenstemming in de assenverhouding bij beide stoffen. Bij rutiel is deze 0.6439 [1]). De berekende intensiteiten der reflectielijnen zijn nu alleen met de waargenomene in overeenstemming, wanneer u gelijk is aan ongeveer $^5/_{16}$, echter niet wanneer u $^4/_{16}$ of $^6/_{16}$ wordt. Beter is waarschijnlijk nog een waarde die iets kleiner is. De waarden der berekende intensiteiten zijn in tabel I aangegeven. [3]) Reflecties van vlakken $(x\,0\,y)$, waarin x en y oneven is, komen niet voor. Deze ontbreken in deze groep onafhankelijk van de waarde van u. Daar de opnamen onduidelijk zijn in het gebied van groote reflectiehoeken, zijn hier een aantal lijnen niet waarneembaar. Bij berekening blijkt echter, dat hun intensiteiten klein moeten zijn, vergeleken met die der naastliggende lijnen.

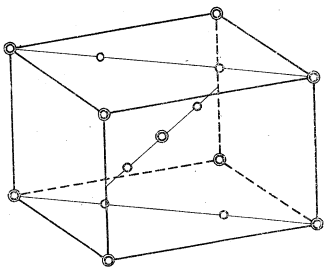


Fig. 1. [2])

De structuur van MgF_2 is dus dezelfde als die van het rutiel [4]). Zou de waarde van u $^5/_{16}$ zijn, dan zouden twee fluoor-atomen dichter bij een magnesium-atoom geplaatst zijn dan alle andere; daarmee zou dus het rooster als molecuul-rooster moeten worden opgevat. Born nu heeft er op gewezen, dat wanneer bij het TiO_2 u in werkelijkheid niet zou zijn 0.311, zooals Ewald opgeeft, doch 0.302, een zuurstofatoom op gelijken afstand van drie titaanatomen geplaatst is, en omgekeerd het titaan omgeven is door zes zuurstofatomen, waarmede dus het titaan weer zijn normale coördinatiegetal 6 bereikt heeft. Inderdaad zijn er nu bij het magnesiumfluoride aanwijzingen, dat de parameter iets kleiner is

1) Groth, l.c. blz. 90.

2) In de figuren stellen cirkels fluoor-, dubbele cirkels magnesium- en punten kalium-atomen voor.

3) Onder I is aangegeven het product van het aantal vlakken dat bij het indices-triplet behoort, en de structuurfactor.

4) P. P. Ewald. Kristallen und Röntgenstrahlen, blz. 302.

dan $^5/_{16}$, (= 0,3125). De waarde nadert dan zeer tot die waarbij fluoor-atomen op gelijke afstanden één magnesium-atoom omgeven, n.l. 0,304. Het verschil is echter te klein om het met zekerheid uit de intensiteiten der reflecties te berekenen. [1])

Dat in magnesium-fluoor-verbindingen inderdaad zes fluooratomen het magnesium kunnen omgeven werd door een toeval bevestigd. Bij een der opnamen werd een preparaat gebruikt, dat verkregen was door precipitatie van een koude magnesiumchloride oplossing met kaliumfluoride. Een Röntgenopname hiervan vertoonde een totaal ander beeld, en wel dat van een regulair kristal. Daarop kwamen alleen lijnen voor, afkomstig van vlakken met louter oneven indices, en verder reflecties van vlakken met even indicessom. Dit is geheel het beeld dat men van een stof als MgF_2 kan verwachten, wanneer de structuur is die van het cupriettype. De Mg-atomen zouden daarin een rooster met basis (000) $(\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2})$ vormen, de F-atomen een rooster met gecentreerde zijvlakken. Echter waren de intensiteiten niet in overeenstemming met de berekende. Nader onderzoek leerde nu, dat het praeparaat kalium bevatte. Nu zijn reeds dubbelzouten van kalium-fluoride en magnesium-fluoride beschreven [2]), waarvan als formules worden opgegeven $KMgF_3$ en K_2MgF_4. Zonder twijfel nu ontstaat de eerste dezer verbindingen onder de omstandigheden, die boven zijn aangegeven. De structuur van dit lichaam is de volgende: in het centrum der kubische cel zit een magnesium-atoom, een kalium-atoom in ieder der hoekpunten, terwijl in de midden der zijvlakken een fluoor-atoom geplaatst is (zie fig. 2). De cel bevat dus slechts één molecule. Voor de lengte van den elementair-cubus wordt gevonden 4.00 *Å E*, voor de dichtheid 3.18. De waarden van $\sin^2 \Theta/2$ en van de intensiteit vindt men in tabel II.

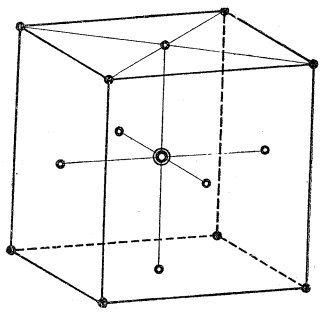


Fig. 2.

Bij de berekening der intensiteiten is het nog niet zeker of hierbij de intensiteit evenredig is aan het aantal electronen dat de atomen bevatten, dan wel aan het aantal dat in het ion voorhanden is. Onder I en II zijn achtereenvolgens opgenomen de

[1]) Tijdens het drukken van dit artikel verscheen een verhandeling van H. E. Buckley en W. S. Vernon (Phil. Mag. 49, 945 (1925)) over de kristalstructuur aan MgF_2. Hun resultaten zijn geheel met de boven beschrevene in overeenstemming.

[2]) Zie b.v. Abegg, Anorg. Chemie II, 2, blz. 45, 1905.

berekende waarden der intensiteiten voor het geval dat de verstrooiïng evenredig is aan het aantal electronen per ion (I), of aan het aantal electronen per atoom (II). Uit de tabel blijkt dat de volgorde der intensiteiten het best wordt weergegeven, wanneer men de verstrooiïng evenredig stelt aan het aantal electronen in het atoom. Echter wordt de volgorde der intensiteiten ook bij de andere onderstelling nog ongeveer juist weergegeven.

TABEL II.

Indices $(h_1\ h_2\ h_3)$	$10^3 \sin^2 \frac{\Theta}{2}$ (ber.)	$10^3 \sin^2 \frac{\Theta}{2}$ (gev.)	Intensiteit		
			(geschat)	I	II
(110)	74	78	*S*	520	780
(111)	111	114	*S*	1000	800
(200)	148	151	*ZS*	1350	1350
(211)	222	226	*S*	360	540
(220)	296	292	*ZS*	1350	1350
(310)	370	371	*M*	210	320
(311)	407	408	*S*	870	700
(222)	444	442	*S*	600	600
(321)	518	518	*S*	290	440
(400)	593	590	*M*	340	340
(330) (411)	667	666	*S*	360	540
(331)	704	709	*M*	490	390
(420)	740	740	*ZS*	1100	1100
(332)	815	813	*ZZ*	100	150
(422)	890	892	*ZS*	900	900
(431) (510)	962	964	*ZS*	100	870

In het kaliummagnesiumfluoride omgeven dus zes fluoor-atomen het magnesiumatoom; dit kan misschien nog als argument gelden ten gunste van de opvatting van de structuur van het magnesiumfluoride, en daarmede dus ook van de andere stoffen die volgens dit type gebouwd zijn, als een rooster, waarbij niet moleculen, doch ionen de structuurbestanddeelen zijn.

Tot nu toe was alleen bekend, dat behalve het rutiel zelf ook het tinoxyde, zooals dat als mineraal gevonden wordt (cassiteriet

rutielstructuur had. Voor dit onderzoek heb ik nog opnamen gemaakt van titaanoxyde, verkregen door gloeien van titaansulfide, en van tinoxyde, verkregen door verbranding van het metaal en ook voor deze producten de rutielstructuur bevestigd gevonden. De preparaten waren dus identiek met rutiel en cassiteriet. Het was nu interessant om na te gaan, of in de vierde groep van het periodiek systeem nog meerdere elementen in hun dioxyden dit type vertoonen. Bij thorium en zirkoon werd het type niet aangetroffen, wel echter bij het lood. De reflectiehoeken bij loodperoxyde voldoen aan de betrekking:

$$\sin^2 \frac{\Theta}{2} = 0.0240\,(h_1^2 + h_2^2) + 0.0512\,h_3^2$$

Met twee loodatomen per cel vinden we dan voor de lengten van basisribben en hoogte resp. 4.97 Å en 3.40 Å.

Daar de verstrooiïng door de zuurstofatomen zeer gering is, kunnen we dus alleen de plaats der lood-atomen met zekerheid bepalen. Deze vormen een gecentreerd tetragonaal rooster, wat hieruit blijkt dat alleen reflecties voorkomen van vlakken, waarvan de som der indices even is. Van deze reflecties ontbreekt er niet één.

Van de assenverhouding vinden we 0.685. Dit is weer ongeveer dezelfde, die ook bij de andere stoffen met rutielstructuur optreedt, en is in overeenstemming met de waarde 0,6764 die Ayres [1]) gevonden heeft.

De vier zuurstof-atomen kunnen nog allerlei plaatsen innemen. Wanneer de kristallen van $Pb\,O_2$ holoëdrisch zijn, (en wanneer we tevens aannemen dat de elementaircel niet grooter moet worden genomen) zijn de mogelijke groepen de volgende

$$D_{4h}^{17},\ D_{4h}^{15},\ D_{4h}^{14},\ D_{4h}^{12},\ D_{4h}^{6}\ \text{en}\ D_{4h}^{4},$$

waarbij in iedere groep weer een aantal gevallen mogelijk zijn.

Letten wij alleen op de plaats der atoommiddelpunten dan zijn echter een aantal van deze identiek en de plaats der zuurstofatomen kan dan zijn

I $(0\,\frac{1}{2}\,0)$ $(\frac{1}{2}\,0\,0)$ $(\frac{1}{2}\,0\,\frac{1}{2})$ $(0\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{2})$
II $(0\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{4})$ $(\frac{1}{2}\,0\,\frac{1}{4})$ $(0\,\frac{1}{2}\,\frac{3}{4})$ $(\frac{1}{2}\,0\,\frac{3}{4})$
III $(0\,0\,u)$ $(0\,0\,\bar{u})$ $(\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}-u)$ $(\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\,u+\frac{1}{2})$
IV $(0\,\frac{1}{2}\,u)$ $(\frac{1}{2}\,0\,\bar{u})$ $(\frac{1}{2}\,0\,\frac{1}{2}-u)$ $(0\,\frac{1}{2}\,u+\frac{2}{2})$
V $(u\,u\,0)$ $(\bar{u}\,\bar{u}\,0)$ $(\frac{1}{2}-u,\ u+\frac{1}{2},\ \frac{1}{2})$ $(u+\frac{1}{2}\ \frac{1}{2}-u,\ \frac{1}{2})$
VI $(\frac{1}{4}\,\frac{1}{4}\,\frac{1}{4})$ $(\frac{3}{4}\,\frac{3}{4}\,\frac{1}{4})$ $(\frac{3}{4}\,\frac{1}{4}\,\frac{3}{4})$ $(\frac{1}{4}\,\frac{3}{4}\,\frac{3}{4})$.

[1]) Volgens Groth, l.c. blz. 98.

TABEL III.

$\sin^2 \frac{\Theta}{2}$ (gev.)	$\sin^2 \frac{\Theta}{2}$ (ber.)	Indices
49	48	(110)
77	75	(101)
96	96	(200)
174	171	(211)
193	192	(220)
205	203	(002)
240	240	(310)
253	253	(112)
269	267	(301)
301	304	(202)
362	364	(321)
384	385	(400)
395	397	(222)
430	433	(330)
442	445	(312)
458	460	(411)
485	481	(420)
	485	(103)*)
580	590	(402)
	581	(213)*)
625	625	(510)
640	638	(332)
652	652	(431)
		(501)
680	686	(422)
	677	(303)
743	749	(521)
770	770	(440)
	774	(323)
821	818	(530)
	830	(512)
	820	(004)*)
870	865	(600)
	870	(413)
	868	(114)*)
915	916	(204)
938	941	(611)

*) De lijnen zijn door hun meerdere breedte duidelijk als dubbellijnen te herkennen.

We kunnen hier vier typen onderscheiden. Bij I, II en IV liggen de zuurstof-atomen in de zijvlakken. I en II zijn bijzondere gevallen van IV. De kleinste afstand der zuurstofatomen van elkaar is 2 u, en hoogstens gelijk aan $\frac{1}{2}l$, dat is 1,7 $Å$. De zuurstofatomen behooren dus eenigszins bijeen, zoo ongeveer als de zwavelatomen in pyriet. Echter zou men bij een dergelijke structuur eerder verwachten dat de hoogte der elementaircel grooter was dan de basisribbe, en niet kleiner, zooals inderdaad gevonden wordt. Bij III bevindt zich in de richting der tetragonale as aan elke kant van een loodatoom een zuurstofatoom. Hier treden in het rooster groepen PbO_2 op. Maar evenals bij de overige gevallen zou men hier eerder een structuur verwachten waarbij l grooter dan d is. De structuur door V voorgesteld is weer een typisch ionenrooster. Het kan beschreven worden als een tetragonaal gedeformeerde cupriet-structuur. Ieder loodatoom is door vier zuurstofatomen omgeven. Aangezien echter de zuurstofatomen klein zijn vergeleken bij de loodatomen is een coördinatiegetal vier weinig waarschijnlijk.

Als meest waarschijnlijk blijft dan VI over, dat niets anders voorstelt dan de rutielstructuur.

Echter kunnen we ook op grond van de intensiteiten der reflecties de rutielstructuur van het loodperoxyde wel waarschijnlijk maken. Zoolang de zuurstofatomen geheel verwaarloosd worden is de structuurfactor voor alle vlakken met even indicessen gelijk. Echter hebben de zuurstofatomen nog wel eenigen invloed. De lijn (0 0 2) is slechts weinig zwakker dan (2 2 0). Zouden de zuurstofatomen in 't geheel niet bijdragen dan zou de verhouding zijn als 1 : 2. Grooter nog wordt het verschil bij de structuren II, III, IV en VI. Voor I blijft de verhouding dezelfde, ze is alleen iets gunstiger in het geval V, dat de rutielstructuur weergeeft. Dit mag misschien nog als een aanwijzing ten gunste van de rutielstructuur worden aangevoerd. Overigens zijn de te verwachten verschillen te klein, om bij de onzekerheid aangaande de berekening de beslissing te kunnen treffen.

In de nevenserie van de vierde groep is nog niet onderzocht de structuur van het germanium-dioxyde. Het onderzoek wordt hier gecompliceerd doordat het GeO_2 polymorph schijnt te zijn. Opnamen van germanium-dioxyde, mij voor dit doel welwillend door Prof. Ernst J. Cohen ter beschikking gesteld, maken het wel zeer waarschijnlijk dat ook bij deze verbinding een vorm

bestaat die met rutiel isomorph is. Echter zal een nader onderzoek deze conclusie nog moeten bevestigen.

Summary.

It is shown that the crystal-structure of MgF_2 is the same as that of TiO_2 (rutile). The value of the parameter u is about 5/16, perhaps a little smaller. The most probable value seems to be 0.304, as in this case six fluor-atoms are placed on equal distances from one magnesium-atom.

The same structure was found for PbO_2, and it is very probable that GeO_2 also has the same lattice.

Eindhoven. NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN.

EEN VOORBEELD VOOR HET CORRESPONDENTIE-PRINCIPE

door JOH. BOUMAN.

Het correspondentie-principe speelt in de tegenwoordige atoomtheorie een belangrijke rol. Om het toe te passen, dient men de beweging van het electron volgens de klassieke mechanica te berekenen, en het bij deze beweging uitgestraalde licht te vergelijken met de uitstraling, die volgens de quantumtheorie werkelijk plaats vindt. Bewijzen kan men, dat bij den sprong tusschen twee banen met hooge quantumgetallen de twee bedoelde uitstralingen tot dezelfde limiet naderen.

Bij dit bewijs spelen de meest abstracte eigenschappen uit het meest abstracte deel der mechanica een groote rol. Aan den anderen kant zijn de voorbeelden, die hiervan worden gegeven, zooals bij Sommerfeld [1]), meestal te eenvoudig om de trekken der theorie te laten uitkomen. Ze beperken zich tot den harmonischen oscillator, den rotator, en de Kepler-beweging. Het ingewikkeldste geval is dat, waar een punt in drie, loodrecht op elkaar staande, richtingen trillingen met verschillende frequenties uitvoert.

Naar het mij voorkomt, geeft de volgende weg, door Bohr [2]) aangegeven, een beter inzicht in de beteekenis van het correspondentie-principe. Men beschouwe eerst een electron, dat zich langs een lijn beweegt, en door een kracht, die alleen van den

1) A. Sommerfeld, Atombau und Spectrallinien, 3te Aufl. pag. 699 vlg.
2) N. Bohr, Annalen der Physik 71, pag. 228.

afstand tot den oorsprong afhangt, wordt aangetrokken. De beweging is dan periodiek, en wordt door één quantumgetal bepaald.

Vervolgens beschouwt men de beweging in een centraal krachtveld. De beweging gebeurt in een plat vlak, en kan worden beschreven als een gesloten kromme baan, die een praecessie uitvoert. Hier treden dus twee frequenties op, de beweging is door twee quantumgetallen bepaald.

Als derde stap zou men een axiaal-symmetrisch krachtveld kunnen nemen. Men moet hier dan verwachten (in eerste benadering) een beweging als hierboven beschreven, waarbij het baanvlak een tweede praecessie om de symmetrie-as uitvoert. Aldus zou men drie frequenties ontmoeten, en drie quantumgetallen. Hierbij doen zich echter de volgende vragen voor:

1°. Is er een axiaal symmetrisch veld zoodanig te construeeren, dat de bewegingsvergelijkingen te integreeren zijn?

2°. Het baanvlak zal in het algemeen naast een praecessie ook een nutatie vertoonen. Zal dit geen vierde frequentie aan de reeds bestaande toevoegen?

Om vraag 1 op te lossen, voeren wij poolcoördinaten r, ϑ, φ in als meest geschikte coördinaten. Hierbij rekenen we ϑ als het complement van den poolsafstand. De transformatievergelijkingen zijn dan:

$$x = r \cos\vartheta \cos\varphi .$$
$$y = r \cos\vartheta \sin\varphi ,$$
$$z = r \sin\vartheta .$$

De kinetische energie is

$$E_{\text{kin.}} = {}^1/_2\, m\,(\dot{r}^2 + r^2\,\dot{\vartheta}^2 + r^2 \cos^2\vartheta\,\dot{\varphi}^2) .$$

Een eenvoudige berekening leert ons de momenten van hoeveelheid van beweging kennen:

$$H_x = m\,(v_z\,y - v_y\,z) = m\,r^2\,(\sin\varphi\,.\,\dot{\vartheta} - \sin\vartheta\cos\vartheta\cos\varphi\,.\,\dot{\varphi})$$
$$H_y = m\,(v_x\,z - v_z\,x) = -\,m\,r^2\,(\cos\varphi\,.\,\dot{\vartheta} + \sin\vartheta\cos\vartheta\sin\varphi\,.\,\dot{\varphi}),$$
$$H_z = m\,r^2\cos^2\vartheta\,.\,\dot{\varphi} ,$$
$$H^2 = H_x^{\,2} + H_y^{\,2} + H_z^{\,2} = m^2\,r^4\,(\dot{\vartheta}^2 + \cos^2\vartheta\,.\,\dot{\varphi}^2) .$$

Het blijkt nu, dat de beweging in een krachtveld, waarvan

de potentieele energie wordt voorgesteld door

$$-f(r)-\frac{a}{2r^2}g(\vartheta),$$

$$E_{\text{pot.}}=-f(r)-\frac{a}{2r^2}g(\vartheta),$$

geheel te integreeren is. a is een constante, de minteekens en de factor $^1/_2$ maken de latere formules wat eenvoudiger te overzien. Om de gedachten te bepalen, kunnen we $g(\vartheta)=\sin\vartheta$ nemen. Stelt men $a=0$, dan vindt men de beweging in een centraal krachtveld. Voert men daarna voor $f(r)$ in μ/r, dan heeft men als eenvoudigste geval de Kepler-beweging.

Twee integralen kan men onmiddellijk opschrijven, namelijk de energie-integraal, en de voorwaarde, dat het moment om de Z-as constant is. Stel dit C, dan is dus

$$m r^2\cos^2\vartheta\,\dot{\varphi}=C. \tag{1}$$

Om een derde integraal te verkrijgen, maken we gebruik van de vergelijkingen van Lagrange voor de coordinaat ϑ.

Zij luidt:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_{\text{kin.}}}{\partial\dot{\vartheta}}\right)-\frac{\partial E_{\text{kin.}}}{\partial\vartheta}=-\frac{\partial E_{\text{pot.}}}{\partial\vartheta},$$

of

$$\frac{d}{dt}(m r^2\dot{\vartheta})+m r^2\cos\vartheta\sin\vartheta\,\dot{\varphi}^2=\frac{a}{2r^2}\cos\vartheta.$$

Vervangt men hierin $\dot{\varphi}$ door $C/m r^2\cos^2\vartheta$, en vermenigvuldigt men beide leden met $2 m r^2\dot{\vartheta}$, dan wordt de vergelijking

$$2 m r^2\dot{\vartheta}\cdot\frac{d}{dt}(m r^2\dot{\vartheta})+2\frac{C^2\sin\vartheta}{\cos^3\vartheta}\dot{\vartheta}=m a\cos\vartheta\cdot\dot{\vartheta}.$$

Integreert men, en stelt men de integratieconstante B^2:

$$m^2 r^4\dot{\vartheta}^2+\frac{C^2}{\cos^2\vartheta}=B^2+m a\sin\vartheta. \tag{2}$$

De energievergelijking blijkt ook een eenvoudige vorm aan te nemen. Stellen we de energie voor door $-A$ (bij het grensgeval, de Kepler-ellips, is de energie negatief), dan is de vergelijking

$$^1/_2 m(\dot{r}^2+r^2\dot{\vartheta}^2+r^2\cos^2\vartheta\,\dot{\varphi}^2)-f(r)-\frac{a}{2r^2}\sin\vartheta=-A.$$

Elimineeren wij $\dot{\vartheta}$ en $\dot{\varphi}$ uit de drie vergelijkingen, dan vallen ook ϑ en φ weg, en het resultaat is:

$$^1/_2\, m\, \dot{r}^2 + {}^1/_2\, \frac{B^2}{m\, r^2} - f(r) = -A\,. \tag{3}$$

De drie eerste integralen zijn dus te schrijven in de eenvoudige en bekende vormen:

$$p_r = m\,\dot{r} = \sqrt{2\,m\,f(r) - 2\,m\,A - \frac{B^2}{r^2}}\,,$$

$$p_\vartheta = m\,r^2\,\dot{\vartheta} = \sqrt{B^2 - \frac{C^2}{\cos^2\vartheta} + m\,\alpha\sin\vartheta}\,,$$

$$p_\varphi = m\,r^2\cos^2\vartheta\,\dot{\varphi} = C\,.$$

Hieruit is zonder meer te zien, dat voor een geschikte keuze van $f(r)$, A en B, r zich slechts tusschen twee waarden kan bewegen, namelijk tusschen de twee positieve wortels van de vergelijking:

$$2\,m\,f(r) - 2\,m\,A - \frac{B^2}{r^2} = 0$$

en dat r een periodieke functie van den tijd is.

De differentiaalvergelijking voor r is

$$d\,t = \frac{m\,dr}{\sqrt{2\,m\,f(r) - 2\,m\,A - \frac{B^2}{r^2}}}\,,$$

voor de discussie waarvan ik naar Sommerfeld, pag. 679, kan verwijzen. Het tijdsverloop, waarin r eenmaal alle waarden heeft doorloopen, is

$$T = \int_0 \frac{m\,dr}{\sqrt{2\,m\,f(r) - 2\,m\,A - \frac{B^2}{r^2}}}\,.$$

Opmerking verdient nog het volgende. In de quantumtheorie let men vooral op de faseïntegralen. Die voor de coördinaat r is

$$J_r = \int_0 p_r\,dr = \int_0 \sqrt{2\,m\,f(r) - 2\,m\,A - \frac{B^2}{r^2}}\,dr\,.$$

Hieruit is af te lezen:

$$T = \frac{\partial}{\partial (-A)} J_r .$$

Voor de overige coördinaten gelden overeenkomstige, zij het ook wat meer ingewikkelde beschouwingen. De integratie van ϑ schijnt niet zoo gemakkelijk te gaan, daar in de vergelijking voor p_ϑ ook de r voorkomt. In elk geval moet ϑ tusschen twee waarden schommelen, die bepaald worden door

$$B^2 - \frac{C}{\cos^2 \vartheta} + m\,a \sin \vartheta = 0 .$$

We schrijven de differentiaalvergelijking voor ϑ nu aldus:

$$\frac{B\,d\vartheta}{\sqrt{B^2 - \frac{C^2}{\cos^2 \vartheta} + m\,a \sin \vartheta}} = \frac{B\,dt}{m\,r^2} = \frac{B\,dr}{r^2 \sqrt{2\,m\,f(r) - 2\,m\,A - \frac{B^2}{r^2}}} .$$

$$= d\,\psi .$$

De nieuwe coördinaat ψ is een functie van t; heeft r eenmaal alle waarden doorloopen, dan is ψ toegenomen met

$$\int_0 \frac{B\,dr}{r^2 \sqrt{2\,m f(r) - 2\,m\,A - \frac{B^2}{r^2}}} = -\frac{\partial}{\partial B} \int_0 \sqrt{2\,m f(r) - 2\,m\,A - \frac{B^2}{r^2}}\, dr$$

$$= -\frac{\partial J_r}{\partial B} .$$

Wij zullen

$$\frac{\partial J_r}{\partial A} = J_{r,A} \qquad \text{en} \qquad \frac{\partial J_r}{\partial B} = J_{r,B}$$

schrijven.

In het tijdsverloop T is ψ met $-J_{r,B}$ toegenomen, ψ kan dus worden voorgesteld door

$$\psi = \frac{J_{r,B}}{J_{r,A}}\, t + \sum_1^\infty P_n \cos\left(\frac{2\,\pi\,n\,t}{T} - a_n\right) .$$

Maken we gebruik van de hieronder bewezen eigenschap, dat voor $a = 0$, B het totale moment voorstelt, dan krijgt ψ een meer concrete beteekenis. Bij wegvallen van de axiaalsymmetrische

storing is ψ de ware anomalie in het baanvlak. $-J_{r,B}$ verschilt in het algemeen van 2π; wanneer r weer zijn oorspronkelijke waarde heeft aangenomen, is ψ niet met 2π toegenomen, deze hoek vertoont dus een gelijkmatige praecessie ten bedrage van $-J_{r,B}-2\pi$.

De differentiaalvergelijking staat ons nu toe, sin ϑ als een periodieke functie van ψ op te vatten. De periode vindt men als

$$\int_0 \frac{B\,d\vartheta}{\sqrt{B^2-\frac{C^2}{\cos^2\vartheta}+m\alpha\sin\vartheta}} = \frac{\partial}{\partial B}\int_0 d\vartheta \sqrt{B^2-\frac{C^2}{\cos^2\vartheta}+m\alpha\sin\vartheta}$$

$$= J_{\vartheta,B},$$

waarbij $J_\vartheta = \int p_\vartheta\, d\vartheta$ weer een faseïntegraal is. Het gedrag van ϑ is meetkundig gemakkelijk voor te stellen, als we ψ vervangen door

$$\frac{2\pi}{J_{\vartheta,B}}\psi = \frac{2\pi J_{r,B}}{J_{r,A}J_{\vartheta,B}}t + \frac{2\pi}{J_{\vartheta,B}}\sum_1^\infty P_n \cos\left(\frac{2\pi n t}{T}-\alpha_n\right)$$

Deze hoek maakt schommelingen met de periode T, en draait daarbij gelijkmatig rond met de frequentie

$$\frac{J_{r,B}}{J_{r,A}J_{\vartheta,B}} = \omega_\vartheta .$$

De beweging van ϑ bestaat uit de superpositie van een trilling met frequentie

$$\frac{1}{T} = -\frac{1}{J_{r,A}} = \omega_r$$

op een trilling met frequentie ω_ϑ.

Op haar beurt is de coördinaat φ een functie van ϑ, want volgens de differentiaalvergelijking voor p_φ is

$$d\varphi = \frac{C\,dt}{m r^2\cos^2\vartheta} = \frac{C\,d\vartheta}{\cos^2\vartheta\sqrt{B^2-\frac{C^2}{\cos^2\vartheta}+m\alpha\sin\vartheta}} .$$

Is dus ϑ eenmaal rond geweest, dan is φ toegenomen met $-J_{\vartheta,C}$, of $\frac{2\pi\varphi}{-J_{\vartheta,C}}$ met 2π, terwijl ook $2\pi\psi/J_{\vartheta,B}$ met 2π is toegenomen. Het verband is te schrijven :

$$\frac{2\pi\varphi}{-J_{\vartheta,C}} - \frac{2\pi\psi}{J_{\vartheta,B}} + \sum_{1}^{\infty} Q_n \cos\left(\frac{2\pi n\psi}{J_{\vartheta,B}} - {}^{!}\beta_n\right)$$

$$\text{of} \quad \varphi = -\frac{J_{r,B}\times J_{\vartheta,C}}{J_{r,A}\times J_{\vartheta,B}}t + \frac{-J_{\vartheta,C}}{J_{\vartheta,B}}\sum_{1}^{\infty} P_n \cos\left(\frac{2\pi n t}{T} - \alpha_n\right) + R(t),$$

waarbij $R(t)$ een functie is, die hetzelfde gedrag vertoont als ϑ.

Naast schommelingen met de perioden ω_r en ω_ϑ heeft φ een gelijkmatige beweging met frequentie

$$\omega_\varphi = -\frac{1}{2\pi}\frac{J_{r,B}J_{\vartheta,C}}{J_{r,A}J_{\vartheta,B}} .$$

De beweging is, voor zoover het haar frequenties betreft, bepaald door A, B en C, die wij kunnen vervangen door

$$J_r,\ J_\vartheta \text{ en } J_\varphi = \int d\varphi \,.\, p_\varphi = 2\pi C .$$

Dan is ook A als functie van de 3 faseïntegralen te schrijven. Een eenvoudige substitutie geeft als resultaat:

$$dA = \frac{1}{J_{r,A}}dJ_r - \frac{J_{r,B}}{J_{r,A}J_{\vartheta,B}}dJ_\vartheta + \frac{1}{2\pi}\cdot\frac{J_{r,B}J_{\vartheta,C}}{J_{r,A}J_{\vartheta,B}}dJ_\varphi ,$$

of $-dA = \omega_r dJ_r + \omega_\vartheta dJ_\vartheta + \omega_\varphi dJ_\varphi$.

Dit is juist de vergelijking, die bij het correspondentieprincipe wordt gebruikt, terwijl J_r, J_ϑ en J_φ geheele veelvouden van h zijn. Voeren wij in $\alpha = 0$, dan

$$\omega_\vartheta = \omega_\varphi .$$

Er treedt dus ontaarding op, in dien zin, dat de praecessie van het baanvlak verdwijnt, zooals een uitwerking van de formule leert. Dan worden slechts gequantiseerd J_r en $J_\vartheta + J_\varphi = 2\pi B$, waarbij het totale moment alle richtingen in de ruimte kan aannemen. Een verdere ontaarding bereikt men door

$$f(r) = \frac{\mu}{r}$$

te stellen. Alle drie frequenties worden dan gelijk, volgens Bohr moet nu alleen gequantiseerd worden

$$J = J_r + J_\vartheta + J_\varphi = nh .$$

Een andere eigenaardigheid van de beweging, en daarmede een antwoord op de tweede vraag, verkrijgen wij door de volgende beschouwing. Vervangen wij in de integraal

$$m^2 r^4 \dot{\vartheta}^2 + \frac{C^2}{\cos^2 \vartheta} = B^2 + m \alpha \sin \vartheta$$

weer C door $m r^2 \cos^2 \vartheta \dot{\varphi}$, dan verkrijgen wij

$$m^2 r^4 \dot{\vartheta}^2 + m^2 r^4 \cos^2 \vartheta . \dot{\varphi}^2 = B^2 + m \alpha \sin \vartheta \qquad \text{of}$$

$$H^2 = B^2 + m \alpha \sin \vartheta . \qquad (2A)$$

Daar de projectie van H op de Z-as constant is, moet dus H zelf kleine schommelingen maken met dezelfde perioden als ϑ. H staat loodrecht op het baanvlak. Dit baanvlak volvoert dus, behalve de gelijkmatige praecessie, die H onveranderd laat, een nutatie, die geen nieuwe frequentie aan de reeds bestaande toevoegt.

Over het gebruikte krachtveld is nog de volgende opmerking te maken. De term $\alpha / 2 r^2 \sin \vartheta$ is de potentiaal van een dipool, langs de Z-as gericht, zoodat het veld met potentiaal $- \mu / r - \alpha / 2 r^2 \sin \vartheta$ door een kern en een dipool wordt veroorzaakt. Een dergelijke beweging is dus te integreeren en te quantiseeren.

Summary.

The motion of a particle in certain axial-symmetrical fields of force can be fully integrated, and exhibits the principal features of the quasi-periodic systems. In particular it is shewn, that the nutation of the moment of momentum has the same periodicity as the angle between the radius vector and the axis of symmetry, so that no new frequency is added to the three frequencies of a three-dimensional motion.

OVER DE DETAILSTRUCTUUR DER CYAANBANDEN [1])

door G. H. DIEKE.

Bij gegeven quantumgetallen der electronenbeweging [2]) en der kernoscillaties is de energie van een tweeatomig molecuul alleen nog een functie van het rotatiequantumgetal m. Wij kunnen dus schrijven :

$$E = h F(m). \qquad (1a)$$

1) Voordracht in de Nederlandsche Natuurkundige Vereeniging, 28 Maart 1925.
2) Voor de notatie enz. zie b.v. het samenvattend overzicht in Physica 4, p. 193, 1924.

Bij een andere electronenconfiguratie of andere intensiteit der kernoscillaties behoort een andere functie b.v.

$$E = h f(m). \tag{1b}$$

De lijnen met de trillingsgetallen

$$\nu = F(m_1) - f(m_2)$$

behooren bij één band. Omdat de beperkingsregel voor m alleen de overgangen

$$m - 1 \to m \qquad m \to m \qquad m + 1 \to m \tag{2}$$

toelaat, krijgen wij de drie takken

$$\left.\begin{aligned} P(m) &= F(m-1) - f(m) \\ Q(m) &= F(m) \quad\; - f(m) \\ R(m) &= F(m+1) - f(m) \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

In vele gevallen ontbreekt de Q-tak. Uit dit schema volgen de voor de ontwarring van de structuur van een band uiterst belangrijke combinatiebetrekkingen, die het eerst door Hulthén onderzocht zijn:

(I) $R(m) - P(m) = F(m+1) - F(m-1)$
(II) $R(m) - P(m+2) = f(m+2) - f(m)$
(III) $R(m) - Q(m) = Q(m+1) - P(m+1) = F(m+1) - F(m)$
(IV) $R(m) - Q(m+1) = Q(m) - P(m+1) = f(m+1) - f(m)$

De verschillen (I) en (III) zijn identiek voor alle banden met dezelfde begin-, II en IV voor diegene met dezelfde eindbeweging der moleculen. Deze betrekkingen zijn volkomen onafhankelijk van elke veronderstelling over den bouw van het molecuul, en zij stellen ons in staat ook in ingewikkelde gevallen de structuur van een band volkomen te ontleden.

Om verder te kunnen gaan, moeten wij den vorm van $F(m)$ en $f(m)$ weten. Kramers en Pauli[1]) vonden, dat de energie van een molecuul, waarbij de electronenbeweging een impulsmoment bezit dat vast met de kernen meedraait, met de componenten $\sigma h/2\pi$ in de richting der kernverbindingslijn en $\varrho h/2\pi$ loodrecht er op, in eerste benadering is

$$E = E_0 + B h [\sqrt{m^2 - \sigma^2} - \varrho]^2. \tag{4}$$

[1]) H. A. Kramers en W. Pauli jr. ZS. f. Phys. 13, p. 391, 1923.

E_0 is het gedeelte van de energie dat onafhankelijk is van de kernrotatie, m een geheel getal, en $B = h/8\pi^2 I$ (I traagheidsmoment van het molecuul). Uit de ervaring is gebleken dat in zeer vele gevallen $\sigma = 0$. Dan is dus

$$E = E_0 + B\,h\,(m - \varrho)^2 = h\,F(m)\,.$$

(I) en (II) worden dan

$$\left.\begin{aligned} R(m) - P(m) &= 4\,B\,(m + 1 - \varrho_1)\,, \\ R(m) - P(m+2) &= 4b\,(m + 1 - \varrho_2)\,. \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

Deze betrekkingen gelden alleen voor kleine m en veroorlooven B resp b en $m - \varrho$ te berekenen. Men vindt bij de *cyaan*banden dat voor begin- en eindtoestand $m - \varrho$ de waarden 0.5, 1.5, 2,5... enz. doorloopt. Dit werd het eerst door Kratzer [1]) op grond van eenigszins andere overwegingen gevonden.

Uit de aanwezigheid van meer dan drie takken in één band en uit het niet vervuld zijn der betrekkingen (III) en (IV) in de meeste banden, blijkt dat het schema (3) niet altijd toereikend is, om de structuur der banden te verklaren. Er zijn meestal meer dan één $F(m)$ en $f(m)$. Dit moet ook het geval zijn in de cyaanbanden aangezien elk der beide takken dubbel is.

Kratzer [2]) heeft voor het geval $\sigma = 0$ rekening gehouden met den invloed van de rotatie op de electronenbeweging en vond, dat de energie voor kleine m is

$$E = E_0 + B\,h\,(m \mp \varrho)^2 \pm 2\,\delta\,h\,(m \mp \varrho)\,. \qquad (6)$$

Het bovenste teeken geldt, als de impulsmomenten der electronenbeweging en der kernrotatie dezelfde richting hebben, het onderste, als zij tegengesteld zijn. Wij zullen een bepaalde bewegingswijze door $m - \varrho$ resp. $m + \varrho$ karakteriseeren.

Wegens de drie veranderingsmogelijkheden van m (volgens den beperkingsregel (2)) gecombineerd met vier veranderingsmogelijkheden van $\pm\varrho$ in $\pm\varrho$, zouden nu 12 takken mogelijk zijn b.v., als $\triangle m = 1$:

$$m + 1 - {}^1/_2 \to m - {}^1/_2\,;\quad m + 1 - {}^1/_2 \to m + {}^1/_2\,;$$
$$m + 1 + {}^1/_2 \to m - {}^1/_2\,;\quad m + 1 + {}^1/_2 \to m + {}^1/_2\,.$$

1) A. Kratzer, Münchener Berichte 1922, p. 107.
2) A. Kratzer, Ann. d. Phys. 71, p. 72, 1923.

Aangezien niet 12 maar slechts 4 takken zijn waargenomen, moeten nog beperkingsregels bestaan, die wij echter wegens de onbekendheid met den bouw van het molecuul niet kunnen aangeven. Er is echter wel een empirsche bepaling der overgangen mogelijk.

In de eerste plaats moeten wij alle overgangen uitschakelen, waarbij het *effectieve* quantumgetal $(m \pm \varrho)$ niet met ± 1 verandert, omdat zij niet waargenomen zijn. (B.v. zijn van de hierboven opgeschreven overgangen te schrappen de tweede en de derde). Dan hebben wij, bij het ontbreken van den Q-tak, alleen nog de keuze uit

R-tak:		P-tak:	
†	$m + {}^1/_2 \rightarrow m - {}^1/_2$	†	$m - {}^1/_2 \rightarrow m + {}^1/_2$
*	$m + 1 - {}^1/_2 \rightarrow m - {}^1/_2$	*	$m - 1 + {}^1/_2 \rightarrow m + {}^1/_2$
†*	$m + 1 + {}^1/_2 \rightarrow m + {}^1/_2$	†*	$m - 1 - {}^1/_2 \rightarrow m - {}^1/_2$

De meest voor de hand liggende van de drie mogelijkheden is met een * aangeduid, en deze heeft Kratzer dan ook gekozen. Zij schijnt echter in strijd met de ervaring te komen. Uit (6) volgt, dat de doubletafstand in de R-tak is:

$$\triangle \nu = 4\,\delta_1 + 4\,(\delta_1 - \delta_2)\,(m - {}^1/_2)$$

Als men het + teeken door − vervangt, stelt dit de doubletafstand in de P-tak voor. Wij zouden dus de volgende grafische voorstelling van $\triangle \nu$ hebben (fig. 1):

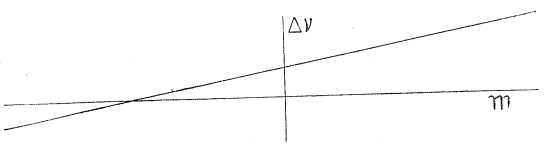


Fig 1.

Een dergelijke sterke asymmetrie t.o.v. de nullijn is echter niet waargenomen, ook niet bij de banden met een analogen bouw. Daarom kan deze interpretatie waarschijnlijk niet de juiste zijn.

Eveneens is direct te zien, dat de met een † gekenmerkte samenvatting moet verworpen worden. Hierbij zou n.l. de doubletafstand alleen afhankelijk zijn van den eindtoestand in tegenstelling met de waarnemingen (storingen!)

Dan blijft alleen nog de mogelijkheid

$R\ (m)$	$P\ (m+1)$
$m + {}^1/_2 \rightarrow m - {}^1/_2$	$m - 1 + {}^1/_2 \rightarrow m + {}^1/_2$
$m + 1 - {}^1/_2 \rightarrow m - {}^1/_2$	$m - {}^1/_2 \rightarrow m + {}^1/_2$

(7)

De *doubletafstand*, die dezelfde is voor $R(m)$ en $P(m+2)$ nl.

$$\triangle \nu = 4\,\delta_1\,(m + {}^1/_2) \qquad (8)$$

is in fig. 2 als functie van m voorgesteld (negatieve m, P-tak). Wij hebben hier ook de empirisch gevonden symmetrie t.o.v. de

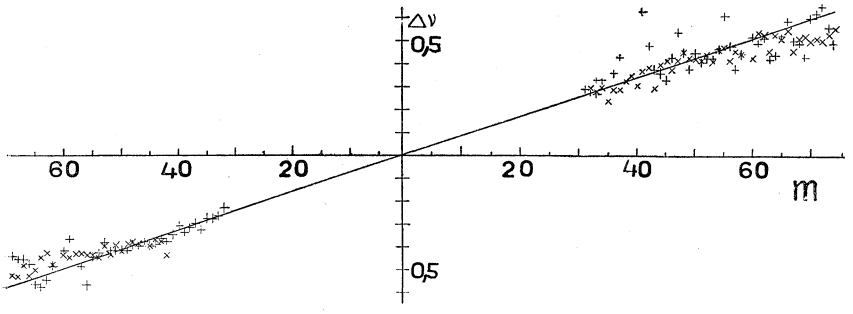


Fig 2.

nullijn. De teekens × geven de waargenomen waarden in den band λ 3883, + in λ 4216. Bij het beoordeelen der overeenstemming moet men ermee rekening houden, dat de formule (6) en dus ook (8) alleen geldig is voor kleine m, verder dat door het veelvuldige over elkaarvallen der lijnen de nauwkeurigheid der meting sterk beïnvloed is. Sterk gestoorde doublets b.v. R (59) en P (61), moeten wij daarbij geheel buiten beschouwing laten. Men vindt $\delta_1 = 0.0021$.

Er zij nog op een paar gevolgtrekkingen gewezen.

1. De doubletafstand moet in de banden λ 3883, 4216, 4606 die denzelfden begintoestand hebben exact dezelfde zijn, evenzoo in de banden λ 3590, 3871, 4197, 4577 enz. Dit wordt door de waarnemingen bevestigd [1]).

2. *Storingen*. Is de begintoestand gestoord dan uit zich dat, precies zooals bij de opvatting van Kratzer, in een abnormalen doubletafstand. Er zijn meerdere voorbeelden van dergelijke storingen bekend (ook in andere banden). Daarentegen is in geen enkele der tot nu toe onderzochte banden een storing van den *eind*-toestand opgemerkt. Als de hier gegeven opvatting juist is, moet een dergelijke storing een doublet in zijn geheel iets verplaatsen, zonder dat de doubletafstand veranderd wordt, en dat is veel

[1]) Dit feit zegt echter nog niets tegen de opvatting van Kratzer, aangezien de nauwkeurigheid der metingen bij de tot nu toe onderzochte banden niet voldoende is, om een verschil in de doubletafstanden der banden met verschillende begintoestand aan te toonen.

minder in het oog loopend, dan een anomaal wijd of nauw doublet. Het vinden van dergelijke storingen zou een zeker kriterium voor de juistheid van het schema (7) zijn, want b.v. bij de opvatting van Kratzer heeft ook een storing van den eindtoestand een anomaal doublet tengevolge. Bij de cyaanbanden laten de bestaande waarnemingen wegens het veelvuldige over elkaar vallen der lijnen een zekere identificatie der storingen van den eindtoestand nog niet toe. Dat dergelijke storingen aanwezig zijn, is echter zeer waarschijnlijk.

3. *Omgeving der nullijn.* Aangezien één als de kleinst mogelijke waarde van m beschouwd wordt, moet alleen bij de eerste lijn van den P-tak één der doubletcomponenten wegvallen. (Bij Kratzer ook nog bij $R(1)$). De intensiteit van deze lijn moet echter normaal zijn. Het is nl. te verwachten dat de somregel van Burger en Dorgelo [1]) ook bij bandenspectra zal opgaan [2]) (natuurlijk in iets gewijzigden vorm met het oog op de sterk veranderlijke gewichten a posteriori). Van elk niveau gaan twee lijnen uit behalve van $1 - {}^1/_2$. Deze laatste lijn, de lijn $P(2)$ moet dus de dubbele intensiteit hebben, d.w.z. ofschoon zij enkelvoudig is, zich continu aan de naburige ononderscheiden doublets aansluiten.

Wij hebben gezien, dat als men uitgaat van de uit de combinatiebetrekkingen volgende empirische data en Kratzer's veronderstelling, dat de doublets door een verschillende draaiingsrichting veroorzaakt worden (die leidt tot de termformule (6)), men noodzakelijk tot de zooeven beschreven interpretatie der detailstructuur der cyaanbanden geleid wordt. Uit de combinatiebetrekkingen volgt alleen, dat $m - \varrho$ de waarden 0.5, 1.5, 2,5 enz. doorloopt. Men overtuigt zich gemakkelijk, dat men met een andere waarde van ϱ dan $\pm$ 0.5 niet tot een doel komt. Mocht het dus blijken dat bij een nader experimenteel onderzoek ook deze opvatting tot tegenspraak met de ervaring zou leiden, dan zou daaruit volgen, dat de detailstructuur aan een andere oorzaak (verschillende electronentoestand) moet worden toegeschreven.

---

1) H. C. Burger en H. B. Dorgelo, ZS. f. Phys. 23, p. 258, 1924, zie ook Physica 4, 281, 327, 1924.
2) Vgl. G. H. Dieke, Nature, Mei 1925 en een weldra te verschijnen artikel in ZS. f. Phys.

Leiden. INSTITUUT VOOR THEORETISCHE NATUURKUNDE.

EEN 75-JARIGE FOUT

door M. J. DE BOER.

In alle schoolboeken over Natuurkunde en als ik mij niet vergis heb ik het indertijd op de collegebanken ook zoo hooren vertellen, wordt beweerd, dat de bepaling van de voortplantingssnelheid van het licht in lucht (v_l) en die in water (v_w) door Foucault de beslissing heeft gebracht tusschen de undulatietheorie van Huygens en de emissietheorie van Newton.

De theorie van Newton zegt dat het projectiel bij het oppervlak van water een ruk naar beneden krijgt, waardoor $v_w > v_l$ moet worden.

De theorie van Huygens zegt, dat $v_w < v_l$ moet zijn.

Foucault vindt dat $v_w < v_l$ is, zoodat de theorie van Newton heeft afgedaan.

Dit laatste is niet het geval.

Het bewijs van Huygens dat $v_l > v_w$ is, wordt veelal geïllustreerd door het voorbeeld van een bataillon soldaten, dat bij zijn marsch van een gemakkelijk op een moeielijker begaanbaar terrein overgaat. Neemt men nu in plaats van de marscheerende soldaten, de zich met lichtsnelheid voortbewegende projectielen uit de theorie van Newton, dan vinden we ook dat $v_l > v_w$ moet zijn.

De bepaling van de voortplantingssnelheid van het licht in lucht en water is dus geen experimentum crucis tusschen de theorie van Huygens en die van Newton, maar leert ons alleen, dat de verklaring van de breking volgens Newton (de ruk-theorie) niet in orde is.

H. B. S., den Haag.

VERSLAGEN.

NEDERLANDSCHE ASTRONOMENCLUB.

Straalbreking aan den horizon.

Voordracht den 11en April 1925 gehouden door Drs. P. Feenstra Kuiper.

Het doel van deze voordracht was een vergelijkend overzicht te geven van oudere en nieuwere refractie-theorieën en nader na te gaan in hoeverre deze van elkaar afwijkende uitkomsten leveren.

Deze verschillen worden het meest sprekend gevonden bij groote zenithsafstanden. Uitgaande van de bekende integraal voor de refractie :

$$\triangle z = \int_1^{n_1} \frac{c}{\sqrt{n^2 r^2 - c^2}} \frac{dn}{n}$$

waarin r de radiusvector, n de brekingsindex, z de hoek van inval van de lichtstraal, alles voor een bepaald punt van de atmosfeer. Verder is $r\,n \sin z = c$. In deze integraal tracht men nu n als functie van r in te voeren. Gewezen wordt dan allereerst op de hypothese van Bradley:

$$\frac{a+x}{x} = \left(\frac{n}{n_1}\right)^q + 1$$

waarin a de aardstraal, $x = r - a$ en n_1 de bodemwaarde van n, terwijl q een nog te bepalen getal is. Deze hypothese voert echter tot waarden voor n, die van de werkelijkheid afwijken. In 't kort wordt dan de redeneering van Bessel gereleveerd, die berust op de onderstelling :

$$\frac{p}{p_1}\frac{\varrho_1}{\varrho} = e^{-\frac{r\,s}{h}},$$

waarin p en ϱ de druk en de dichtheid der lucht weergeven, p_1 en ϱ_1 de bodemwaarden zijn en $r_1 = a =$ aardstraal is. s wordt bepaald door :

$$\frac{r_1}{r_1 + x} = 1 - s.$$

h moet uit proeven bepaald worden.

Vervolgens wordt een overzicht gegeven van de theorie van Emden, berustend op diens beschouwingen in het bekende werk „Gaskugeln" gegeven. Emden beschouwt daarin polytrope toestandsveranderingen en verdeelt de atmosfeer in deelen, waarvoor telkens een bepaalde polytroopklasse moet gelden. Hij komt daarbij tot de gevolgtrekking, dat de breking aan de kim door grootere waarden moet worden weergegeven, dan Bessel aangegeven heeft en wel door waarden, die ongeveer 37′ à 38′ bedragen. Eenige tabellen lichten dit nader toe.

Tenslotte wordt nog gewezen op de vaak sterke vergrooting van refractie, door bijzondere atmosferische omstandigheden teweeggebracht, waarbij enkele waarnemingen van Bouris uit Athene en ook het Nova Zembla-verschijnsel worden genoemd, terwijl ook luchtspiegeling haar invloed kan doen gelden.

BOEKBESPREKING.

„La méthode générale des sciences pures et appliquées", par A. Lamouche, ingénieur principal de la marine — Gauthier-Villars, Paris, 1924; 295 pag.

Volgens de voorrede heeft dit geschrift zijn ontstaan te danken aan de overweging dat de tegenwoordige onderwijsmethoden der zuivere en toegepaste wetenschappen niet meer voldoen daar „elles négligent d'assurer la continuité et l'homogénéité dans l'amoncellement de connaissances sous lequel on écrase impitoyablement tant de jeunes cerveaux". De schrijver verlangt dat gegeven zal worden „un cours synthétique, assurant l'unification logique de l'enseignement", zooals ook Ampère en A. Comte hebben gewenscht, en zooals sedert 1922 in het programma der Ecole Navale wordt geëischt, b.v. in Art. 7. „Instruction scientifique. Mettre en évidence l'enchaînement qui lie les différentes branches de l'enseignement et, dans chacune d'elles, l'enchaînement des connaissances scientifiques à la technique, de manière à donner à l'enseignement toute l'homogénéité possible".

In het boek zelf wordt intusschen dit paedagogische doel niet op den voorgrond gesteld[1]). Het richt zich tot alle ontwikkelden en bespreekt de methoden der exacte wetenschappen (zuivere en toegepaste) met het oogmerk daarin meer eenheid te brengen. De drie belangrijke factoren zijn: intuïtie, logica en waarneming. De waarde der intuïtie in de zuivere wetenschap wordt o a. door citaten uit Poincaré bevestigd („Science et méthode"); de waarde der logica moet niet worden overschat; (pag. 85): „La logique apparaît bien comme le seul mécanisme schématique d'enchaînement et de coordination explicite, comme l'instrument de transformation à la fois souple jusqu'à l'universalité et rigide jusqu'à l'absolue précision; mais là se réduit son rôle. L'inspiration créatrice de (toute) science, le souffle de vie féconde qui l'anime, est fourni par la seule intuïtion". De waarneming is natuurlijk onmisbaar; (pag. 87) „L'expérience est la source unique de la vérité; elle seule peut nous apprendre quelque chose de nouveau" (Poincaré). De groote kunst is dus intuïtie (ook wel gezond verstand genaamd), logische redeneering en waarneming tot een geheel te verbinden, hetgeen zeer uitvoerig wordt betoogd. (Pag. 102): „La méthode caractéristique de la science apparaît donc comme une méthode d'accord ou de conciliation". Hoewel de hiertoe noodige geestesgesteldheid bij ieder volk afzonderlijk kan worden aangetroffen, houdt de schrijver het er toch voor dat bij de Franschen bestaat (pag. 104) „une indiscutable prédominance du bon sens ou de l'intuïtion", bij de Duitschers „une tendance prépondérante à la déduction logique", bij de Engelschen en Amerikanen „une orientation décisive vers l'expérience directe", zoodat de onderlinge „pénétration pacifique ou belliqueuse" tot gevolg moet hebben te „assurer progressivement la synthèse et l'harmonisation psychologiques". Niet overal is de schrijver zoo optimistisch; pag. 289 zegt hij b.v. dat wij ons thans op een „redoutable point mort" bevinden, en dat er een „effort désespéré de cohésion générale" noodig is om daarover heen te komen.

Over het algemeen maken de beschouwingen van den schrijver een verstandigen en aangenamen indruk, hoewel zij uit den aard der zaak hier en daar wat vaag zijn. Klassiek is zijn opvatting (pag. 74) „In medio stat virtus", zijn streven om

[1]) Pag. 108 zegt de schrijver: „Bien loin de refuser aux humanités leurs avantages manifestes pour l'ornement et l'assouplissement de l'esprit, on doit leur faire une large part dans la formation préliminaire de toute notre élite". De „culture scientifique" moet zijn „essentiellement expérimentale et méthodique".

doordrijven in één bepaalde richting te vermijden. Hij wijst er op (b.v. door pag. 204 e.v. de geschiedenis na te gaan der praestaties van practici en theoretici in zake de voortbeweging van schepen met behulp van schroeven) dat afwisselend de praktijk en de theorie de leiding moeten hebben. Ook elders wijst hij ter illustratie dikwijls op de navale wetenschap.

Na in het eerste deel van zijn werk over de methoden der wetenschap gesproken te hebben, en in het tweede over het verband tusschen theorie en praktijk, behandelt hij in het derde gedeelte de grenzen der wetenschap, waarbij ook de biologische, psychologische en sociologische wetenschappen ter sprake komen, het verband tusschen wetenschap en philosophie, de „sciences normatives", o a. aesthetica en moraal, en eindigt hij met de toekomstige „élite" te bespreken, zooals hij zich die voorstelt. Ook hier is zijn streven alles wat waarde heeft zooveel mogelijk te behouden en tot één geheel te vereenigen.

Wij merken nog op dat hij, wat de quaestie van het ontstaan van algemeene begrippen betreft, zich terecht op het Aristotelisch standpunt stelt. Met Delbet zegt hij (pag. 8): „(Les) souvenirs ne sont jamais absolument identiques: ils diffèrent par les détails. Mais étant du même ordre, ils ont un certain nombre de caractères communs. Dans la sommation, ces caractères communs prennent plus d'importance. Elimination par oubli des détails ou des faits exceptionnels, sommation par la mémoire des caractères constants, tel est le mode de formation des idées générales".

J. A. V.

W. H. Creutzfeldt. **Korrosionsforschung von Standpunkt der Metallkunde.** 38 blz. — Friedr. Vieweg & Sohn Akt. Gen., Braunschweig 1924. Prijs Mk. 2.—.

Zeer kort samengevat bespreekt de schrijver het onderzoek der corrosie van metalen en alliages. Hij splitst daarbij zijn beschouwing in tweëen, n.l. een wetenschappelijk en een technisch deel. Het 1e deel omvat 24 blz. en het tweede 14 blz. Wanneer men dit bedenkt is het duidelijk, dat het niet mogelijk is in zoo'n klein bestek diep op de corrosieverschijnselen en het onderzoek daarvan in te gaan, en dat het moet blijven bij een overzicht, een aanstippen van datgene waar het bij het bedoelde onderzoek op aankomt.

In het eerste deel passeeren de algemeene reactiewetten en de nevenverschijnselen, die de gelijkmatigheid van de aantasting beïnvloeden, de revue en vat de schrijver aan het eind in eenige punten te samen, waar de onderzoeker van corrosieverschijnselen in de techniek, zooveel mogelijk op moet letten, opdat zijn resultaten niet alleen van waarde voor hemzelf, doch ook voor andere zullen zijn.

In het tweede deel wordt er voor alles den nadruk op gelegd, dat in vele gevallen in de practijk aan den hierboven genoemden eisch van bruikbaarheid der resultaten voor allen, die met corrosie van metalen te maken hebben, niet wordt voldaan en het daarom wenschelijk is systematische samenwerking te verkrijgen van laboratoria in de industrie zoowel als van algemeene materiaalkeuringsinrichtingen, om eenheid in het onderzoek te bereiken.

De schrijver stipt dan vervolgens de methoden van onderzoek aan en wijst aan het slot op de noodzakelijkheid van het metallographisch-mikroskopisch volgen van het aantastingsverloop.

Het komt mij voor, dat dit beknopte werkje met de vele litteratuuropgaven, voor hen, die in de practijk met corrosie — of daarmede verwant onderzoek, als etsen, kleuren enz. van metalen, te maken krijgen, van belang is, om zich op dit gebied te oriënteeren.

H. G.

TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN.

S. B. Mc. Laren, Scientific Papers, 112 blz. — Cambridge University Press, Cambridge 1925. Prijs 8/6.

H. A. Lorentz, De theorie van Maxwell, bewerkt door H. Bremekamp, 200 blz., 26 fig. — E. J. Brill, Leiden 1925. Prijs f 6.—.

F. Auerbach, Physik in graphischen Darstellungen, 2de druk, 257 blz. figuren, 29 blz. text. — B. G. Teubner, Leipzig-Berlin. Prijs Mk 14.—.

R. Rothe, Höhere Mathematik, Teil 1, 185 blz., 155 fig. — B. G. Teubner, Leipzig-Berlin. Prijs Mk 5.—.

E. W. Hobson, The ideal aim of physical science, 34 blz. — The University Press, Cambridge. Prijs 2/— nett.

A. Brill, Vorlesungen über ebene algebraische Kurven und algebraische Funktionen, 340 blz., 91 fig. — Fr. Vieweg und Sohn, Braunschweig 1925. Prijs Mk 17,50, geb. Mk 20.—.

VERBETERING

In No. 2 van jaargang 5:

Op bldz. 63 in vergelijking (13), op blz. 67 in vergel. (13) en (16) en op bldz. 67 regel 13 v. b.:

$\varphi(T)$ te vervangen door $\varphi(p)$.

STRIKVRAGEN.

Vraag XXVII. **Gegeven zijn twee volkomen gelijke wolfraamdraden, waarvan de eerste recht wordt uitgespannen en de tweede tot een spiraal (schroeflijn) wordt gewonden. Wanneer nu beide draden in vacuo met hetzelfde vermogen worden gestookt, welke draad geeft dan het meeste licht?**

Antwoorden en nieuwe strikvragen in te zenden aan het gewone adres der Redactie.

Antwoord op vraag XXV, luidende: *Een fietser wil rechts af slaan. In welke richting begint hij zijn stuur te draaien?*

De opmerkzame lezer zal reeds aan de inkleeding der vraag hebben kunnen opmerken dat de bedoelde fietser beginnen zal met zijn stuur naar links te draaien, ook al zou hij het zelf niet weten en een tegenovergestelde meening koesteren. Inderdaad: door het stuur naar links te draaien, loopt het voorwiel wat naar links, het zwaartepunt komt rechts te liggen van de steunpunten der wielen, en nu kan, als de fietser het overhellen naar rechts met een tweede beweging van het stuur, ditmaal naar rechts, volgt, zijn massa door een component van het gewicht de bocht omgedreven worden. Deze opeenvolging van bewegingen wordt in de praktijk dermate onbewust uitgevoerd, dat een fietser, plaats nemende op een driewieler, als behekst juist den kant uitstuurt dien hij niet wil, precies zooals hij het deed in den aanvang van zijn tweewielerpractijk, toen hij meende dat hij om een boom links te ontwijken, het stuur naar rechts moest draaien.

Nadruk der artikelen en reproductie der illustraties voorkomende in dit tijdschrift wordt bij deze overeenkomstig Art. 15 der Auteurswet 1912, uitdrukkelijk verboden.

PHYSICA
NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

5e JAARGANG JUNI 1925 NUMMER 6.

HET SPECTRUM VAN NEON IN HET UITERSTE ULTRAVIOLET [1])

door G. HERTZ.

Dank zij de onderzoekingen van Lyman [2]) in het uiterste ultraviolet is het reeksenschema van helium nu volledig bekend. Van de overige edelgassen heeft men tot nu toe slechts voor neon het spectrum op bevredigende wijze door een reeksenschema kunnen voorstellen. Zooals bekend is heeft F. Paschen [3]) dit spectrum in een samengesteld systeem van reeksen ontwikkeld. In dit systeem ontbrak echter nog de term die met de normaaltoestand overeenkomt, doordat de bij dezen term behoorende lijnen die ver in het ultraviolet verwacht moeten worden, nog niet waren waargenomen. Als benaderde waarde voor den grondterm van het neonspectrum heb ik eenigen tijd geleden op grond van metingen der aanslag- en ionisatiespanningen de waarde 174000 $\pm$ 1000 opgegeven [4]). Voor een meer nauwkeurige bepaling van deze waarde, maar vooral ter beantwoording van de voor de atoomtheorie belangrijke vraag tot welk soort van niveau deze term behoort, waren metingen van de golflengten der in het uiterste ultraviolet liggende lijnen noodig. Op analoge wijze als Lyman dit voor helium heeft gedaan, heb ik dergelijke metingen voor neon verricht. In het volgende zullen de eerste resultaten van dit onderzoek besproken worden.

Bij de keuze van de opstelling speelden de volgende overwegingen een rol:

1e. moest met de sterke absorptie van de te onderzoeken straling door het niet aangeslagen neon rekening worden gehouden, daar

1) Voordracht gehouden op het Natuur- en Geneeskundig Congres te Groningen 16 April 1925.
2) Th. Lyman, Nature, **110**, 278, 1922; Astroph. J. **60**, 1, 1924.
3) F. Paschen, Ann. d. Phys. **69**, 405, 1919 en **63**, 201, 1920.
4) G. Hertz, ZS. f. Phys. **18**, 307, 1923.

alle hier in aanmerking komende lijnen absorptielijnen van het niet aangeslagen neon zijn. Er werd derhalve in navolging van Lyman met een zoo groot mogelijk drukverschil tusschen de ontladingsruimte en de eigenlijke spectrograafruimte gewerkt.

2e. moest, ook weer tengevolge van deze absorptie, de lichtbron zoo dicht mogelijk bij de spleet gebracht worden. Zeer geschikt leek mij hiervoor een laagspanningsboog. Een dergelijke boog emitteert met groote intensiteit bijna uitsluitend de lijnen der laagste aanslagspanning; in de eerste plaats de resonantielijnen, indien deze althans voorkomen. Tengevolge van de groote ionendichtheid is bovendien in den laagspanningsboog een zekere verbreeding der emissielijnen tegenover de zeer scherpe absorptielijnen te verwachten. Aan den anderen kant echter is het spectrum van den laagspanningsboog buitengewoon gevoelig voor sporen van verontreinigingen door andere gassen met lagere aanslagspanning. Er moest derhalve voor buitengewone zuiverheid van het gas zorg worden gedragen. Dit werd bereikt door een volkomen vacuumdichte opstelling van de spectrograaf en door een voortdurende circulatie van het gas door een met vloeibare stikstof gekoelde koolbuis.

De gebruikte tralie was een gewone concave tralie met een kromtestraal van 1,01 m en een verdeeld oppervlak van 2×3 cm, verdeeld in het National Physical Laboratory te Londen [1]).

Deze tralie bleek, tenminste in het tot nu toe gebruikte gebied der 1e orde, ook in het ultraviolet zeer goed te voldoen. Daar aan de spectrograaf nog eenige veranderingen moeten worden aangebracht zal op bijzonderheden der constructie hier nog niet worden ingegaan; zoodra de vorm definitief is vastgesteld zal een uitvoerige beschrijving in dit tijdschrift volgen. Om volkomen zeker te zijn van een vacuumdichte afsluiting werd de geheele spectrograaf in een loodrecht aan de muur bevestigde glazen buis ingesloten. De kathode van den als lichtbron gebruikten laagspanningsboog was een oxydkathode, die zich ongeveer 2 mm achter de spleet bevond. De spleet zelf was 0,02 mm breed en 8 mm lang. Door middel van 2 diffusiepompen en een kwikdampstraalpomp werd het gas voortdurend uit de spectrograafruimte gepompt en over met vloeibare stikstof gekoelde kool weer in de ontladingsruimte teruggevoerd. De druk in deze laatste ruimte werd zoo laag gekozen, dat het nog juist mogelijk was bij zwak

[1]) Geleverd door A. Hilger. Londen.

gloeiende kathode een laagspanningsboog iets beneden de ionisatiespanning te krijgen. De druk was in den regel bij neon 4,5 mm bij helium 5,0 mm; in de spectrograafruimte was zij ongeveer 30 maal kleiner.

Reeds de eerste opnamen in neon vertoonden twee sterke lijnen. Ter bepaling van haar golflengten werden opnamen gemaakt waarbij op dezelfde plaat na elkaar de neonlijnen en de heliumlijn van Lyman (golflengte 584,40 Å) werd opgenomen. Fig. 1 geeft een ongeveer 5-voudige vergrooting van een dergelijke opname. — De stroomsterkte in den boog was bij helium 0,5 amp, bij neon 0,2 amp. De spanning was in beide gevallen ongeveer gelijk aan de ionisatiespanning. Het juiste bedrag kan echter tengevolge van den spanningsafval langs de gloeidraad en van het contactpotentiaalverschil tusschen de oxydoppervlakte en de anode niet opgegeven worden. De belichtingstijd was bij beide opnamen 5 min. Voor de golflengte der beide neonlijnen, die zooals hierna aangetoond zal worden, als resonantielijnen beschouwd moeten worden, werd 735,7 Å resp. 743,5 Å gemeten.

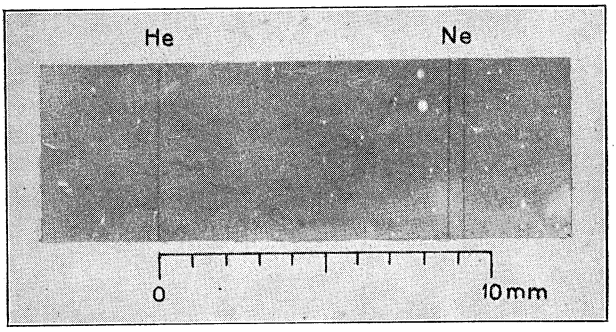


Fig. 1.

De nauwkeurigheid van deze voorloopige metingen is niet groot, er moet met een mogelijke fout van $\pm 0{,}5$ Å rekening worden gehouden. Het verschil der golflengten kon op ongeveer 0,2 % nauwkeurig gemeten morden, het bedroeg 7,81 Å waaruit als verschil in trillingsgetal 1428 ± 3 berekend kan worden.

Na het aanbrengen van eenige veranderingen aan de spectrograaf hoop ik een nauwkeuriger meting der golflengten te kunnen verrichten.

De thans bereikte nauwkeurigheid is echter reeds meer dan voldoende om de lijnen op ondubbelzinnige wijze in het reeksenschema onder te brengen en om het karakter van den grondterm te bepalen. Het gevonden frequentieverschil komt n.l. binnen de grenzen der

meetnauwkeurigheid overeen met het verschil der termen $1\,s_2$ en $1\,s_4$ volgens Paschen, doch met geen ander in aanmerking komend verschil van twee termen. De lijnen zijn derhalve op te vatten als combinaties van den grondterm met de termen $1\,s_2$ en en $1\,s_4$. Hieruit volgt dat de normaal toestand van neon een p-toestand is.

Ook het inwendige quanta-getal dat aan den grondterm toegewezen moet worden volgt door vergelijking met de inwendige quanta-getallen die A. Landé [1]) aan de termen van het neonspectrum heeft toegekend. De beide termen $1\,s_2$ en $1\,s_4$ hebben n.l. volgens Landé het inwendige quanta-getal $J=\frac{3}{2}$. Combinaties van den grondterm met de termen $1\,s_3$ en $1\,s_5$ werden ook bij lange belichtingstijd, waardoor de beide sterke lijnen sterk werden overbelicht, niet gevonden. Combinaties van den grondterm met termen met het inwendige quanta-getal $J=\frac{1}{2}$ en $J=\frac{5}{2}$ komen derhalve niet voor. Met het oog op het „Auswahl" principe voor de inwendige quanta-getallen volgt hieruit voor den grondterm van het neonspectrum het inwendige quanta-getal $J=\frac{1}{2}$, (volgens de notatie van Sommerfeld $j=0$).

Als voorloopige waarde voor de grootte van den grondterm kunnen wij 173970 ± 1000 aannemen welk getal echter door nauwkeurige meting der golflengten nog juister bepaald moet worden.

Zooals F. Paschen [2]) heeft gevonden kunnen de termen van het neonspectrum tot twee groepen worden vereenigd, waarvan de eene gemakkelijk door eene formule volgens Ritz voorgesteld kan worden, terwijl dit voor de andere groep slechts mogelijk is nadat alle termen met een constant bedrag van 782 zijn verhoogd. Dit moet, zooals Grotrian [3]) heeft aangetoond, zoo worden opgevat, dat er voor neon twee toestanden van het positieve ion bestaan, waarvan het energieverschil met het L-doublet van neon overeenstemt. De beide ionisatiespanningen bedragen nu, berekend uit de gevonden waarden van den grondterm, resp. 21,47 en 21,57 volt; hetgeen in goede overeenstemming is met de door mij door middel van de electronenbotsing gemeten waarde van 21,5 volt.

Volgens de metingen der aanslagspanningen schijnt het uitgesloten te zijn dat tusschen den grondterm en de $1\,s$-termen nog andere termen liggen. Van de met de termen $1\,s_2$ en $1\,s_4$ overeenkomende toestanden van het atoom is derhalve geen andere

[1]) A. Landé, Z.S. f. Phys. 17, 292, 1923.
[2]) F. Paschen l.c.
[3]) W. Grotrian, Z.S. f. Phys. 8, 116, 1921.

overgang naar de normaaltoestand mogelijk dan die welke gepaard gaat met de emissie der beide nieuwe lijnen. Deze lijnen zijn dus resonantielijnen van het niet opgewekte neonatoom; de termen $1\,s_3$ en $1\,s_5$ komen daarentegen overeen met metastabiele toestanden van het atoom. Inderdaad heeft K. W. Meissner [1]) bij onderzoekingen over absorptie in aangeslagen neon voor de bij deze termen behoorende lijnen sterkte absorptie gevonden en daaruit de conclusie getrokken dat deze termen met atoomtoestanden van langen levensduur overeenkomen.

Bovendien hebben reeds S. Goudsmit [2]) en P. Jordan [3]) op grond van theoretische overwegingen, onder gebruikmaking van de resultaten van Meissner het karakter van den grondterm en het daarbij behoorende inwendige quanta-getal juist voorspeld.

Dat de grondterm een p-term is, is experimenteel waarschijnlijk gemaakt door H. B. Dorgelo [4]) die op voorstel van G. Holst de intensiteitsverdeeling en het nuttig lichteffect in de neonzuil onderzocht heeft en tot de conclusie is gekomen dat overgangen van de p-toestand naar de normaaltoestand niet voorkomen.

Teneinde meerdere lijnen in het korte golflengtengebied van het neonspektrum op te sporen werden eenige opnamen gedaan met lageren gasdruk en met een paar volt hoogere spanning.

Er werd tot nu toe echter slechts één nieuwe lijn met zekerheid gevonden, die volgens haar golflengte (619,2 A) waarschijnlijk een combinatie van de grondterm met de term $3\,d_5$ is. Het bleek echter dat de plaat bij langere belichtingstijden zoo sterk sluierde dat het opsporen van zwakke lijnen onmogelijk werd. Dit is een gevolg van de sterke verstrooiïng van het licht der resonantielijnen. Om dit te vermijden zal in de spectrograaf aan de spleet een buis bevestigd worden, waarbinnen de stralen het eerste gedeelte van hun weg door het gas afleggen. Het valt op dat bij alle opnamen de lijn met de kortste golflengte iets verbreed lijkt tegenover de andere. Of hier werkelijk van een verbreeding sprake is, kan door opnamen der lijnen van hoogere orde vastgesteld worden. Bij de gebruikte opstelling waarbij een ontlading vlak achter de spleet als lichtbron dienst doet, moet met de mogelijkheid rekening worden gehouden, dat tengevolge van diffusie van electronen of aangeslagen atomen door de spleet,

1) K. W. Meissner, Ann. d. Phys. **76**, 124, 1925.
2) S. Goudsmit, Physica **5**, 70, 1925; Z.S. f. Phys. **32**, 111, 1925.
3) P. Jordan, Z.S. f. Phys. **31**, 877, 1925.
4) H. B. Dorgelo, Physica, **5**, 90, 1925.

de lichtuitzending niet streng beperkt blijft tot de ruimte achter de spleet. Hierdoor zou natuurlijk een schijnbare verbreeding der lijnen kunnen ontstaan, al is daarmede nog niet verklaard waarom slechts de eene lijn verbreed is.

Zusammenfassung.

Mit Hilfe eines Vakuumgitterspektrographen wurde das Spektrum des Neons im kurzwelligen Ultraviolet untersucht. Es wurden zwei starke Linien von der Wellenlaenge 735,7 ± 0,5 A.E. bezw. 743,5 ± 0,5 A.E. gefunden. Ihr Frequenzunterschied ist 1428 ± 3 cm^{-1} und stimmt mit der Differenz der Paschenschen Terme $1\,s_2$ und $1\,s_4$ ueberein. Die Linien sind daher als Kombinationen des Grundterms mit diesen beiden Termen aufzufassen. Die beiden neuen Linien sind die Resonanzlinien des Neons. Die Paschenschen Terme $1\,s_3$ und $1\,s_5$ entsprechen metastabilen Zustaenden des Neonatoms in Uebereinstimmung mit den Absorptionsversuchen von Meissner. Die beiden Ionisierungsspannungen des Neons sind 21,47 bezw. 21,57 Volt in guter Uebereinstimming mit dem nach der Elektronenstossmethode gefundenen Wert von 21,5 Volt.

Eindhoven. NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN.

DE STRUCTUREN VAN NIKKELIEN EN PYRRHOTIEN

door W. F. DE JONG.

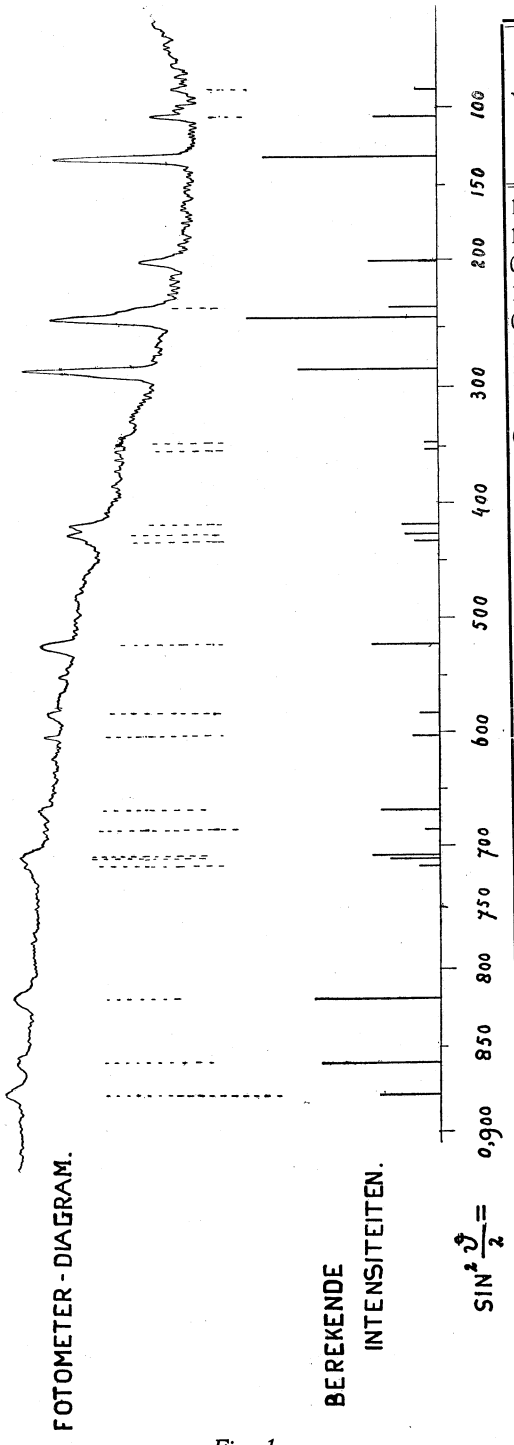
Uit opnamen met Röntgenstralen volgens de methode van Debije en Scherrer (*Fe*-antikathode) en volgens Laue ($\lambda_{min.} \sim 0{,}19\,Å$), heeft Aminoff [1]) eenige mogelijke structuren van het mineraal nikkelien, hexagonaal Ni As, aangegeven. Hij vindt, dat de lijnen aan de kwadratische formule voldoen:

$$(Fe_\alpha):\ \sin^2\frac{\vartheta}{2} = 0{,}09775\,(h^2 + i^2 + h\,i) + 0{,}03575\,l^2$$

$$(Fe_\beta):\ \sin^2\frac{\vartheta}{2} = 0{,}08016\,(h^2 + i^2 + h\,i) + 0{,}02939\,l^2,$$

waarin $h\,i\,l$ de indices zijn van resp. de eerste, tweede en vierde as volgens Bravais.

1) ZS. für Kr. 58, pag. 21?, 1923.



Vlak	$\sin^2\frac{\vartheta}{2}$ berekend	$\sin^2\frac{\vartheta}{2}$ waargenomen	Intensiteit berekend	Intensiteit waargen.
$10\bar{1}0$	0,097	0,095	87	2
$10\bar{1}1\,\beta$	108	109	206	3
$0002\,\beta$	118		1	
$10\bar{1}1$	133	132	711	7
0002	143		3	
$10\bar{1}2\,\beta$	198	198	280	3
$11\bar{2}0\,\beta$	238	235	206	2
$10\bar{1}2$	241	242	780	10
$0003\,\beta$	265		0	
$11\bar{2}1\,\beta$	270		0	
$11\bar{2}0$	292	286	571	9
$20\bar{2}0\,\beta$	321		3	
0003	322		0	
$11\bar{2}1$	328		0	
$10\bar{1}3\,\beta$	345	345	55	2
$20\bar{2}1\,\beta$	350	355	53	2
$11\bar{2}2\,\beta$	358		1	
$20\bar{2}0$	390		13	
$10\bar{1}3$	419	419	152	4
$20\bar{2}1$	426	429	146	4
$11\bar{2}2$	435		5	
$20\bar{2}2\,\beta$	439	438	102	1
$0004\,\beta$	470		32	
$11\bar{2}3\,\beta$	505		0	
$20\bar{2}2$	533	530	282	7
$10\bar{1}4\,\beta$	550		22	
$21\bar{3}0\,\beta$	561		22	
0004	572	578	84	2
$20\bar{2}3\,\beta$	585	592	37	4
$21\bar{3}1\,\beta$	590		74	
$11\bar{2}3$	614		0	
$10\bar{1}4$	669	670	61	4
$21\bar{3}2\,\beta$	679		186	
$21\bar{3}0$	682	685	61	1
$11\bar{2}4\,\beta$	712	707	178	8
$20\bar{2}3$	712		102	
$21\bar{3}1$	718	716	206	3
$30\bar{3}0\,\beta$	722	726	89	2
$0005\,\beta$	736		0	
$30\bar{3}1\,\beta$	751		0	
$21\bar{3}2$	825	819	518	15
$11\bar{2}4$	864	861	490	8
$30\bar{3}0$	877	877	247	20

Fig. 1.

De aslengtes zijn $a = 3{,}57\ \text{Å}$ en $c = 5{,}10\ \text{Å}$, terwijl het door deze assen gevormde parallelopipedum twee moleculen bevat. De Laue-opname geeft hexagonale symmetrie, zoodat voor de structuur de Schoenflies-klassen D_{6h}, C_{6v}, D_6 en D_{3h} in aanmerking komen.

Verdere discussie leidt er toe, dat de mogelijkheden zich zeer waarschijnlijk beperken tot de volgende rangschikkingen:

1.	Ni { 0 0 0 ; $^2/_3$ $^1/_3$ $^1/_2$	As { 0 0 ∼ $^1/_8$; $^2/_3$ $^1/_3$ ∼ $^3/_8$
2.	Ni { 0 0 0 ; $^2/_3$ $^1/_3$ $^1/_2$	As { $^1/_3$ $^2/_3$ ∼ $^3/_4$; $^1/_3$ $^2/_3$ ∼ $^1/_4$
3.	Ni { $^1/_3$ $^2/_3$ ∼ $^3/_4$; $^1/_3$ $^2/_3$ ∼ $^1/_4$	As { 0 0 0 ; $^2/_3$ $^1/_3$ $^1/_2$

In verband met plausibele ruimtevulling geeft Aminoff aan 2 of 3 de voorkeur.

Het scheen wenschelijk om te trachten, met behulp van een opname met klein brandpunt, de keus nader vast te leggen. In de tabel op pag. 195 is een overzicht gegeven van de berekende en de op een met Fe-stralen gemaakte opname opgemeten waarden, de intensiteiten zijn geschat.

Het blijkt, dat hier de lijnen van de vlakken $20\bar{2}1$ en $10\bar{1}3$ gescheiden voorkomen en nagenoeg even sterk zijn. Nu verschillen in de berekening van de verzwartingsintensiteiten voor deze lijnen alleen de waarden van den structuurfactor, alle andere factoren zijn practisch gelijk.

Mogelijkheid 1 (zinkietstructuur) geeft voor deze lijnen, $20\bar{2}1$ en $10\bar{1}3$, de verhouding van de structuurfactoren $\frac{9\,3\,6\,0}{1\,9\,4\,7}$ bij Ni = 25 As = 36 (ionen) en $\frac{9\,5\,6\,6}{1\,6\,1\,9}$ bij Ni = 28 en As = 33 (atomen). Bij 2. en 3. zijn de berekende verzwartingen gelijk. Vergelijken we echter de lijnen van $10\bar{1}0$ en $10\bar{1}1$, dan geeft de formule

$$\text{verzwarting} \sim (1 + \cos^2\vartheta)\,\frac{|S|^2}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}\,n \quad ^{1})$$

1) $1 + \cos^2\vartheta$ = polarisatiefactor.
$|S|^2$ = structuurfactor.
n = aantal vlakken.
$\frac{1}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}$ /// $\frac{1}{r^2\triangle^2 hik}$ (Lorentz-factor).

in geval 2: $\frac{3}{4}\frac{6}{1}\frac{5}{2}$ voor ionen en $\frac{2}{5}\frac{3}{1}\frac{9}{0}$ voor atomen; in geval 3: $\frac{3}{8}\frac{2}{4}\frac{}{8}$ en $\frac{8}{7}\frac{7}{1}\frac{}{1}$.

De laatste onderstelling stemt dus het best met de waarneming overeen, ook voor de overige lijnen.

In de tabel zijn de intensiteiten berekend [1]) (voor de afzonderlijke componenten van de straling is genomen $K_{\alpha_1} = 10$; $K_{\alpha_2} = 8$; $K_{\beta_1} = 4$; $K_{\beta_2} = 1$ [2])) en in fig. 1 afgezet ter vergelijking met het fotogram, opgenomen met behulp van een zelfregistreerende fotometrische inrichting volgens Moll [3]).

De overeenstemming is goed, we concludeeren dus dat in nikkelien de atomen gerangschikt zijn:

$$\text{Ni} \begin{cases} {}^1/_3\ {}^2/_3\ {}^3/_4 \\ {}^1/_3\ {}^2/_3\ {}^1/_4 \end{cases} \qquad \text{As} \begin{cases} 0\ 0\ 0 \\ {}^2/_3\ {}^1/_3\ {}^1/_2 \end{cases}$$

of

$$\text{Ni} \begin{cases} 0\ 0\ 0 \\ 0\ 0\ {}^1/_2 \end{cases} \qquad \text{As} \begin{cases} {}^1/_3\ {}^2/_3\ {}^3/_4 \\ {}^2/_3\ {}^1/_3\ {}^1/_4 \end{cases} . \quad \text{(Fig. 2.)}$$

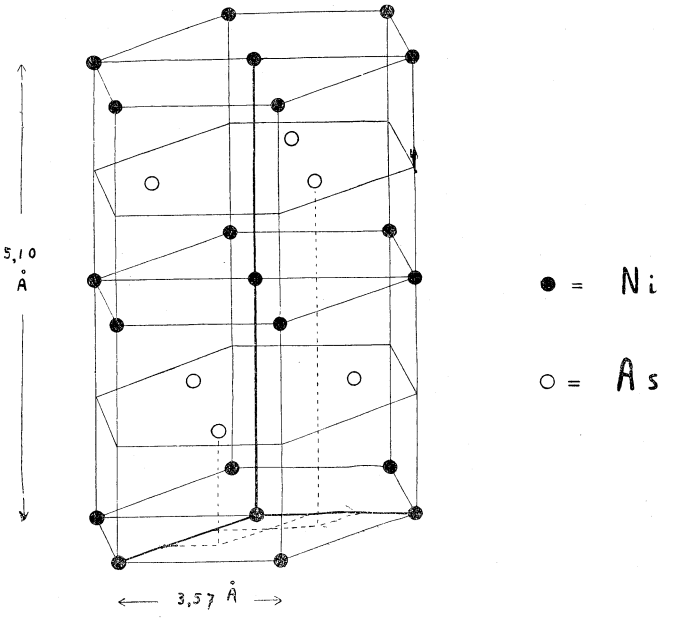


Fig. 2.

1) Er is afgezien van b.v. den factor $1 / \cos \vartheta$, door Bijvoet aangegeven in zijn dissertatie, Amsterdam '23.
2) Siegbahn, Jahrb. f. El. und Rad. **13**, p. 296.
De Broglie, Journ. d. Phys. 1914, Bd. 101.
Ledoux-Lebard en Dauvillier, C. R. 1916 II **163**, p. 754.
Invloed van de verandering van de polarisatiefactor is verwaarloosd.
3) Proc. of the Ph. Soc. London 1921, p. 207.

De symmetriegroep is D^4_{6h}, dihexagonaal-bipyramidaal. De atomen Ni en As vormen beurtelings lagen loodrecht op de c-as, op afstanden van $^1/_4 c = 1{,}27$ Å; de afstand van Ni tot het dichtstbijzijnde As (zes atomen) bedraagt 2,42 Å, wat vrij goed overeenstemt met de waarden voor de afzonderlijke atoommiddellijnen opgegeven door Bragg [1]):

$$\text{Ni} = 2 \times 1{,}35 \quad \text{en} \quad \text{As} = 2 \times 1{,}26 \text{ Å}.$$

De verbinding FeS, kunstmatig bereid of als pyrrhotien en troïliet, heeft zeer waarschijnlijk dezelfde structuur,

$$a \sim 3{,}43 \text{ Å}$$
$$c \sim 5{,}71 \text{ Å}.$$

Hierover zal nog nader worden bericht.

[1]) X-rays and Cristalstructure, 1924.

Delft. LABORATORIUM VOOR DELFSTOFKUNDE.

OVER DE WETTEN VAN BOYLE EN VAN GAY-LUSSAC

door J. E. VERSCHAFFELT.

In de Februari-aflevering 1925 (p. 93 D) van den Journal de Physique et Radium het eerste deel (Thermodynamique) van den Cours de Physique van Jean Becquerel (Paris, J. Hermann, 1924) besprekende, oppert G. Bruhat bezwaren tegen de volgende op bldz. 22 van dat boek voorkomende uitspraak: „Les lois de Mariotte [1]) et de Gay-Lussac caractérisent un état limite vers lequel tendent tous les gaz, à toute température, quand la pression décroît indéfiniment." Bruhat merkt daarbij op: „Cette définition n'est pas correcte, car un gaz réel à basse pression ne suit pas la loi de Mariotte, $\partial(pv)/\partial p$ n'étant pas nul, et la loi de Gay-Lussac n'est qu'une définition de la température centésimale."

[1]) Ik herinner er even aan, dat de wet van Boyle bij de Fransche schrijvers de wet van Mariotte wordt genoemd, hoewel het ontegenzeglijk Boyle is, die de wet ontdekte, in 1661, terwijl Mariotte eerst in 1676 nauwkeuriger onderzoekingen omtrent de samendrukbaarheid van lucht publiceerde, welke de wet bevestigden. Tegenwoordig spreekt men ook dikwijls van de wet van Boyle-Mariotte.

Al wie met Jean Becquerel sinds jaren onderwezen heeft, dat de wet van Boyle-Mariotte en die van Gay-Lussac grenswetten zijn, d.w.z. benaderde wetten waaraan gassen des te nauwkeuriger voldoen, naarmate ze minder dicht worden, zal zeker vreemd opkijken bij deze critiek van Bruhat, en zich afvragen: heb ik dan al die jaren iets verkeerds verkondigd? Ofwel, heeft Bruhat het mis, en zoo ja, waarin bestaat zijn vergissing?

Het komt me niet onwenschelijk voor deze vragen hier eens aandachtig te beschouwen, omdat, al heeft Bruhat m. i. in den grond ongelijk, zijne critiek toch in zoover gerechtvaardigd is, dat de wijze waarop de wetten van Boyle-Mariotte en Gay-Lussac in de leerboeken worden voorgedragen niet altijd juist is. De vraag is namelijk deze: hoe moeten die wetten precies worden geformuleerd?

De wet van Boyle, indien ze zonder eenig voorbehoud geldig was, zou luiden (ik citeer uit het Leerboek der Natuurkunde van Bosscha): „De ruimten, door zekere gasmassa bij onveranderde temperatuur ingenomen, zijn omgekeerd evenredig met de drukkingen die het gas ondergaat"; dit drukt men ook uit door te zeggen, dat bij onveranderde temperatuur het product van het volume en den druk van een bepaalde gasmassa een standvastige grootheid is. Wanneer de wet van Boyle volmaakt juist was, dan zouden de twee formuleeringen gelijkwaardig zijn; maar de wet is slechts bij benadering waar: de ruimten zijn *ongeveer* omgekeerd evenredig met de drukkingen. Is dan het product van volume en druk ook *ongeveer* standvastig? Mathematisch gesproken neen, en dat is het, wat Bruhat terecht doet opmerken.

Indien de wet van Boyle volmaakt nauwkeurig was, dan zouden de isothermen in het p, v diagram gelijkzijdige hyperbolen zijn; in werkelijkheid wijken ze daarvan af, des te meer naarmate het volume kleiner wordt: bij vergrooting van het volume naderen ze *asymptotisch* tot hyperbolen, wat dus zeggen wil, dat de wet van Boyle een grenswet is. Veel duidelijker is dat evenwel in een p, δ diagram, waarin de isothermen overeenkomstig de wet van Boyle rechte lijnen zouden moeten zijn, terwijl ze daar in werkelijkheid van afwijken; maar in elk geval vormen ze een bundel lijnen die vanuit den oorsprong waaiervormig uitstralen, en iedere isotherm nadert voor kleine dichtheden hoe langer hoe meer tot een rechte lijn: de raaklijn in den oorsprong. Dat is het

wat de wet van Boyle als grenswet uitdrukt: naarmate δ kleiner wordt, wordt de evenredigheid tusschen p en δ hoe langer hoe beter, d.w.z. de procentische afwijking tusschen de bij gegeven δ waargenomen p (ordinaat van de kromme) en de volgens de wet van Boyle berekende (ordinaat der raaklijn) wordt hoe langer hoe kleiner. Dat ligt ook opgesloten in de vergelijking

$$p = a\,\delta + b\,\delta^2 + \ldots\ldots, \qquad (1)$$

waardoor men het verloop van een isotherme goed kan voorstellen.

Hoe zou de vergelijking der isotherme wezen indien de wet van Boyle niet gold? Dan zou natuurlijk in de formule (1) de term $a\,\delta$ ontbreken, en de isothermen zouden in den oorsprong rakend loopen aan de δ-as; tenzij de ontwikkeling van p naar δ niet kon geschieden volgens een reeks van Mac-Laurin, in welk geval de isotherme in den oorsprong ook aan de p-as rakend zou kunnen loopen.

De wet van Boyle als grenswet drukt dus uit dat de isotherme in den oorsprong geen der coördinaatassen raakt: bij vermindering der dichtheid nadert de betrekking tusschen p en δ tot een zuivere evenredigheid, niet eventueel tot een evenredigheid van p met een macht van δ hooger of lager dan 1.

In het $p.v - p$ (of $p\,v - \delta$) diagram zouden de isothermen overeenkomstig een volmaakt juiste wet van Boyle horizontale (d. i. met de p- of δ-as evenwijdige) lijnen moeten zijn. Dat zijn ze niet. Zijn ze het bij benadering? Ook niet, behalve bij één temperatuur, bij het zoogenaamde Boyle-punt, waar de isotherme in den oorsprong een horizontale raaklijn heeft. Bij die temperatuur, en alleen bij die, nadert het product $p\,v$ tot een constante waarde, en zoo zou men met Bruhat kunnen beweren, dat enkel bij die temperatuur de wet van Boyle een grenswet is. Wij zeggen echter: daar geldt de wet van Boyle tot in tweede benadering. Bij andere temperaturen is het product $p\,v$ niet constant, zelfs niet bij benadering, tenzij men natuurlijk de grenzen, waartusschen men dat product opmaakt, zeer nauw neemt; doch dat zou geen beteekenis hebben, want tenslotte is iedere functie tusschen zeer nauwe grenzen bij benadering constant; en dat is toch zeker niet wat de wet van Boyle beweert.

Dat Boyle uit zijne proeven tot zijne wet heeft geconcludeerd is wel gedeeltelijk hieraan toe te schrijven, dat de grenzen waartusschen hij heeft geexperimenteerd niet zeer wijd waren (1 tot 3 atm.) en de nauwkeurigheid waarmede hij heeft gewerkt (enkele

tienden procent) niet groot genoeg was om een afwijking van de omgekeerde evenredigheid tusschen druk en volume of van het constant blijven van het product dier twee grootheden vast te stellen. Maar voornamelijk is dat aan deze gelukkige omstandigheid te danken — en hetzelfde geldt voor Mariotte — dat hij zijne proeven heeft genomen met lucht, waarvan het Boyle-punt niet ver boven de gewone temperatuur ligt, zoodat de gewone isotherme van lucht in het $pv - \delta$-diagram werkelijk nagenoeg horizontaal begint en zelfs over een vrij groote uitgestrektheid (tot 60 atm. toe vonden Œrsted en Suensson in 1824 nog geen afwijking) bij benadering horizontaal blijft. Had Boyle met koolzuur b.v. gewerkt, dan zou hij allicht reeds zelf de onvolmaaktheid van zijn wet hebben ingezien (en Mariotte zeker).

De tweede formuleering van de wet van Boyle is dus als benaderde wet onjuist, en kan niet als grenswet beschouwd worden. Uit verg. (1) volgt:

$$pv = a + b\delta + \ldots, \qquad (2)$$

en het is nu niet geoorloorloofd dat aldus te interpreteeren, dat, wanneer δ tot nul nadert, pv nadert tot een *constante* grootheid a; de juiste beteekenis is, dat voor $\delta = o$ pv nadert tot een *grenswaarde* a, en wel is die grenswaarde **een eindige grootheid,** want, gold de wet van Boyle (1e formuleering) als grenswet niet, dan had men voor $\delta = o$ en bij elke temperatuur

$$pv = o \quad \text{of} \quad pv = \infty.$$

En nu de wet van Gay-Lussac. Ten onrechte beweert Bruhat dat die slechts een definitie is van den Celsius-graad. Wel berust de zoogenaamde Avogadroschaal, de Celsius-schaal van een volmaakt gas, op de wet van Gay-Lussac, maar deze wet is zelf van iedere temperatuurschaal onafhankelijk. Intusschen, dit wordt in de boeken wel eens uit het oog verloren, en men maakt soms gebruik van een — nog niet vastgestelde — temperatuurschaal om de wet van Gay-Lussac te formuleeren. De wet van Gay-Lussac zegt (ik citeer weer uit het leerboek van Bosscha) „dat alle gassen een gelijk uitzettingsvermogen bezitten van 0,375 tusschen 0° en 100°". Dat uitzettingsvermogen is de toename van volume bij verhitting van 0° tot 100° gedeeld door het oorspronkelijke volume bij 0°; het is dus de relatieve uitzetting tusschen die twee vaste grenzen. Dat die grenzen 0° en 100° worden genoemd is niet essentieel; men kon evengoed zeggen: tusschen de temperaturen van smeltend ijs en kokend water (druk

1 atm.). Want, al heeft Gay-Lussac zijn proeven genomen tusschen die twee temperaturen, zijn wet heeft een ruimere beteekenis, en men kon ze meer algemeen aldus formuleeren: „tusschen twee bepaalde vaste punten hebben alle gassen hetzelfde uitzettingsvermogen." Natuurlijk is dat alweer slechts bij benadering waar, maar de wet geldt alweer des te beter, naarmate de gassen meer verdund zijn; met andere woorden: het is een grenswet.

De wet van Gay-Lussac heeft natuurlijk voor gevolg, dat alle gassen voor een bepaalde temperatuurschaal denzelfden uitzettingscoëfficient hebben [1]), nl. 0,00366 voor de Avogadroschaal, en men heeft dus voor ieder gas, zoolang het oneindig verdund blijft,

$$v = v_0 (1 + \alpha t) \quad \text{met } \alpha = 0{,}00366 .$$

Maar het is natuurlijk verkeerd, wanneer men die uitzettingsformule, of deze andere:

$$p = p_0 (1 + \alpha t) ,$$

die door tusschenkomst van de wet van Boyle uit de eerste volgt, als de uitdrukking van de wet van Gay-Lussac gaat beschouwen [2]); want die formule is — en dat is Bruhat's bedoeling — slechts een definitie van de temperatuur, en volstrekt niet de mathematische uitdrukking van een *uitzettingswet* van een volmaakt gas, die dan zou moeten luiden: de druk van een volmaakt gas verandert evenredig met de temperatuur. [3])

De meest algemeene beteekenis van de wet van Gay-Lussac is wel deze: In een willekeurig temperatuurstelsel is het volume van een ideaal gas gelijk aan het volume bij 0° (daarmede kan een willekeurig vast punt worden bedoeld) vermenigvuldigd met een temperatuurfunctie, welke voor alle gassen dezelfde is. In verband met de wet van Boyle kan men dat zoo uitdrukken, dat

$$p v = (p v)_0 f(t) ,$$

waarbij $(p v)_0$ de grenswaarde is van $p v$ bij de als nulpunt beschouwde temperatuur, en $f(t)$ een temperatuurfunctie is, welke alleen door de temperatuurschaal wordt bepaald. Dit zou men de wet van Boyle-Gay-Lussac (of Boyle-Charles) kunnen noemen.

1) Men kan dat ook wel als formuleering van de wet van Gay-Lussac gebruiken, mits goed te verstaan wordt gegeven, dat hier slechts van een *gemiddelden* uitzettingscoëfficient tusschen twee bepaalde grenzen sprake is.
2) Toch wordt zulks in het leerboek van Chwolson gedaan (I, blz. 410).
3) Het komt me daarom ook niet wenschelijk voor de formule $p v = R T$ als wet van Boyle-Gay-Lussac (of van Boyle-Charles) te bestempelen; dat sticht alleen de juist te vermijden verwarring.

DE TOTALE STRALING VAN PLATINA

door W. GEISS.

De eerste proefnemingen over het emissievermogen van platina zijn van F. Paschen [1]) afkomstig. Deze kon op grond van zijn resultaten de intensiteit van de straling E_λ als functie van de golflengte λ en van de absolute temperatuur T voorstellen door de empirische formule:

$$E_\lambda = c_1 \lambda^{-\alpha} . e^{-\frac{c_2}{\lambda T}} . \qquad (1)$$

Deze vergelijking komt — wat de vorm aangaat — met de kort daarna door W. Wien [2]) voor het zwarte lichaam afgeleide, overeen.

De gevolgtrekking uit (1), volgens welke de logarithmische isochromaten rechte lijnen moeten zijn, overeenkomstig met:

$$\log E_\lambda = a + b \frac{1}{T} \qquad \lambda = \text{const.} \qquad (2)$$

werden echter voor het zwarte lichaam niet algemeen bevestigd en evenzoo vond Paschen bij herziening van zijn resultaten afwijkingen van de lineariteit.

Terwijl later M. Planck [3]) een theoretische spectraalvergelijking kon opstellen

$$E_\lambda = c_1 \lambda^{-\alpha} \frac{1}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1} , \qquad (3)$$

welke nog kort geleden aan het zwarte lichaam getoetst en in overeenstemming met de ervaring gevonden werd [4]), is men er niet in geslaagd een soortgelijke formule voor de temperatuurstralers in 't algemeen op te stellen.

Voor de totale straling van het zwarte lichaam S geldt de

---

1) F. Paschen, Wiedem. Ann. **49**, 50. 1893.
Ann. d. Phys **4**, 277. 1901.
2) W. Wien, Wiedem. Ann. **58**, 662, 1893.
3) M. Planck, Ann. d. Phys. **4**, 553, 1901.
4) H. Rubens u. G. Michel, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin 1921, blz. 590.

theoretisch en experimenteel goed gestaafde wet van Stefan-Boltzmann:

$$S = \int_0^\infty E_\lambda \, . \, d_\lambda = s \, . \, T^4 \, . \tag{4}$$

Voor de constante van Stefan en Boltzmann wordt als beste waarde $s = 5.75 \, . \, 10^{-12}$ Watts.cm^{-2}graad^{-4} aangenomen.

Analoog aan deze formule pleegt men de totale straling van een willekeurige temperatuurstraler door de volgende vergelijking uit te drukken:

$$S = \varepsilon \, . \, s \, T^4 \, . \tag{5}$$

waar ε het totale emissievermogen beteekent. In het algemeen is ε een functie van de temperatuur en wel wordt zij voorgesteld door de empirische formule:

$$\varepsilon = \gamma \, T^{\varphi} \tag{6}$$

γ en φ zijn materiaalkonstanten

De eerste metingen van ε werden eveneens aan platina verricht. Lummer en Pringsheim [1]) vonden: $\varphi = 1$, d.w.z. het totale emissievermogen was direct evenredig met de absolute temperatuur. Deze uitkomst werd blijkbaar door de metaaltheorie van Aschkinass [2]) bevestigd, volgens welke de totale straling bij matige temperaturen evenredig moet zijn met de vijfde macht van de temperatuur. Intusschen kan deze wet geen aanspraak maken op kwantitatieve overeenstemming met de ervaring, daar ze b.v. steunt op de onderstellingen, dat de weerstand direct evenredig met de absolute temperatuur en de temperatuurscoëfficient van alle metalen gelijk aan den uitzettingseoëfficient der gassen is, welke onderstellingen echter eenigszins van de werkelijkheid afwijken. Inderdaad heeft b.v. I. Langmuir [3]) voor wolfram $\varphi = 0.74$ gevonden.

Latere metingen van Lummer [4]) leidden, ook voor platina, tot iets andere resultaten dan de bovengenoemde. Het scheen ons daarom gewenscht, deze metingen aan platina, welke we voor andere doeleinden noodig hadden, nog eens te herhalen, waarvan we de resultaten in het volgende mededeelen.

1) O. Lummer und E. Pringsheim, Verh. d. D. Phys. Ges. 1, 215, 1899.
2) E. Aschkinass; Ann. d. Phys. 17, 960, 1905.
3) I. Langmuir, Phys. Rev. 34, 417, 1912.
4) O. Lummer, Handb. d. Elektr. u. d. Magn. van L. Graetz, 2, 451, 1914.

Ons uitgangsmateriaal was een zeer zuivere platinadraad van de firma Johnson en Matthey te Londen. Dit blijkt uit metingen van den soortelijken weerstand ϱ en diens temperatuurscoëfficient. We vonden voor de uitgegloeide draad:

$$\varrho_0 = 0.102\ \Omega\ \text{mm}^2\ \text{m}^{-1} \qquad \alpha = 384 \times 10^{-5}$$

terwijl de beste tot nu toe gevondene die van Meissner [1]) zijn $\varrho_0 = 0.098$, $\alpha = 392 \times 10^{-5}$.

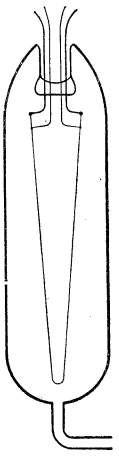


Fig. 1.

De draad werd in een langen glazen cylinder in beugelvorm zonder eenigen tusschensteun opgehangen (zie fig. 1). De stroom- en spanningsdraden bestonden eveneens uit platina; laatstgenoemde waren zeer dun gekozen teneinde de verliezen door warmtegeleiding zoo klein mogelijk te maken. Het vat was aangesloten aan een pompstel, dat gedurende de metingen in werking bleef, zoodat het bereikte vacuum zeer goed was. Stroom- en spanningsmetingen werden met behulp van een compensatietoestel verricht. De dimensies van den platinadraad waren:

$$l = 410\ \text{mm}, \qquad d = 100.7\ \mu;$$

voor afkoeling zijn 3 mm. in mindering gebracht.

De temperatuur van de draad werd uit de verandering van den weerstand bepaald. Volgens de formule van Callendar [2]) is:

$$\varrho_t = \varrho_0 (1 + a\,t + b\,t^2) \tag{7}$$

waarin

$$a = \alpha (1 + 0.01\ \delta)$$
$$b = -\,0.0001\ \delta \times \alpha$$

δ werd niet afzonderlijk bepaald, doch de voor zuivere platina gebruikelijke waarde $\delta = 1.5$ aangenomen.

Het resultaat van onze metingen is in tabel 1 samengesteld. In kolom 3 zijn de gecorrigeerde watts opgegeven, er rekening mee houdend, dat de platinadraad tegenover een omgeving $T = 292.8^\circ$ K straalt. Voor $T > 700^\circ$ K is de correctie te verwaarloozen. De gecorrigeerde watts zijn als functie van de absolute temperatuur in een dubbellogarithmisch coördinatensysteem uitgezet. (Fig. 2) De punten liggen op een rechte lijn, d.w.z. de exponent van de absolute temperatuur is constant en wel geldt:

$$\text{totale straling van platina} \sim T^{4.767}$$

1) W. Meissner; Ann. d. Phys. **47**, 1001, 1915.
2) H. L. Callendar, Phil. Trans. **178**, 161, 1887.

TABEL 1.

T	Watts/cm²	
	Gemeten	Gecorrigeerd
513	0 0279	0.02955
575	0.0487	0.0507
655	0.0991	0.1012
700	0.1253	0.1272
750	0.1718	0.1738
818	0.268	0.270
888	0.390	0.392
948	0.541	
1053	0.932	
1148	1.448	
1238	2.095	
1328	2.89	
1493	4.93	
1548	5.67	
1643	7.67	

De volgende tabel bevat de totale uitstraling in $^0/_0$ van die van het zwarte lichaam.

TABEL 2.

T	$100 \frac{S_{Pt}}{S_{ZL}}$
500	7.31
600	8.41
700	9.48
800	10.5
900	11.5
1000	12.75
1100	13.4
1200	14.3
1300	15.2
1400	16.1
1500	17.0
1600	17.8

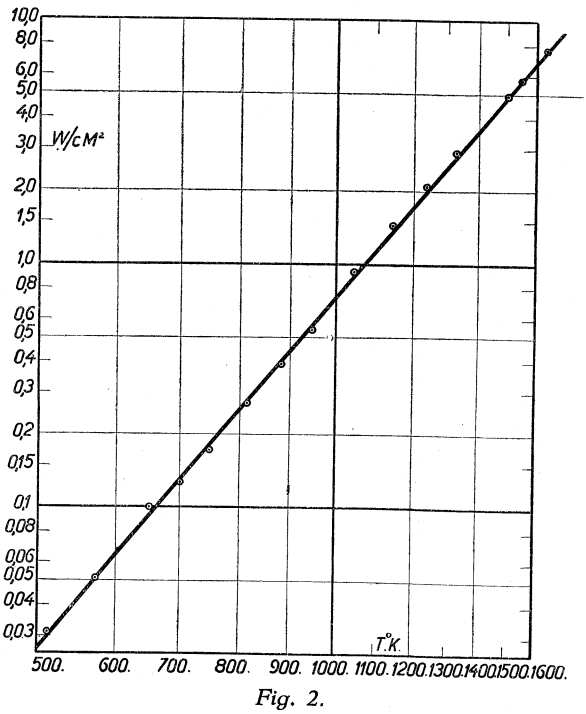


Fig. 2.

Het emissievermogen nadert dus met toenemende temperatuur tot dat van het zwarte lichaam; het zou dit echter eerst bij $T = 15500°$ K bereiken.

Zusammenfassung.

Die Gesamtstrahlung des Platins wird an reinem Draht auf elektrischem Wege gemessen. Im untersuchten Temperaturgebiet (200 — 1300° C) wird gefunden:

$$S = \varepsilon \, . \, sT^4 = \gamma \, T^{\varphi} \, . \, s \, . \, T^4 \text{ watt/cm}^2$$

$$\gamma = 6.22 \, . \, 10^{-4}$$

$$\varphi = 0.767$$

φ ergibt sich als unabhängig von der Temperatur.

Eindhoven, 9 Mei 1925. NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN.

EEN 75-JARIGE FOUT ?

door J. H. MEERBURG.

Is werkelijk de conclusie van den Hr. de Boer[1]) juist, dat het bewijs dat $v_l > v_w$, en niet omgekeerd, voor de theorieën van Huygens en Newton geen experimentum crucis oplevert?

Naar mijne meening bewijst de redeneering van den hr. de B. alleen, dat men geen mank gaande vergelijkingen in de plaats van strenge redeneeringen gebruiken mag. Ik heb nooit gehoord, dat de lichtdeeltjes van Newton, zooals soldaten, naar elkaar kijken om toch vooral op één rij in de richting loodrecht op de richting waarin zij voortmarcheeren te blijven, en dit is toch voor die soldaten de oorzaak van hun zwenking bij overgang op moeilijker terrein. Met een ruk heeft dit niets te maken.

Vergelijkingen zijn steeds gevaarlijk!

1) Physica 5, p. 184.

Hilversum.

OVER DE DEFORMATIE VAN HET KRISTALROOSTER VAN METALEN DOOR MECHANISCHE BEWERKING

door A. E. VAN ARKEL.

Door mechanische en thermische behandeling ondergaan bij de meeste metalen de eigenschappen zeer aanmerkelijke veranderingen. In enkele gevallen zijn deze het gevolg van het optreden van een andere allotrope modificatie, dus van een nieuwe kristalsoort met geheel ander atoomrooster. Een typisch voorbeeld is hier de overgang van het grauwe tin in de witte modificatie.

In het meerendeel der gevallen is echter deze verklaringsmogelijkheid uitgesloten. Wordt b.v. een éénkristaldraad van wolfraam gerekt, dan worden de elastische eigenschappen totaal veranderd. We weten echter met zekerheid dat in dit geval het kristalrooster hetzelfde gebleven is. Wel treden gedurende het bewerken veranderingen op in de grootte en orientatie der kristallen waaruit het metaal is opgebouwd. Het wolfraamkristal wordt door het uitrekken in steeds kleinere kristallen gesplitst. Deze kristalfragmenten nemen bovendien een bepaalde stand in ten opzichte van de richting der deformatie.

In het meerendeel der gevallen verandert ook de dichtheid. Meestal neemt deze door hameren, walsen enz. toe. Men zou nu kunnen meenen, dat hierbij het kristalrooster wordt samengedrukt. Zoo hebben Debije en Scherrer [1]) eenige onregelmatigheden in een opname van graphiet aan een roosterdeformatie toegeschreven. Deze afwijkingen zijn later verklaard als gevolg van een orientatie der kristallen in het preparaat. Nu heeft men daarna een dergelijke roosterdeformatie nooit kunnen aantoonen. De verandering in de dichtheid moet dan daaraan worden toegeschreven, dat door de bewerking holten tusschen de kristallieten worden dichtgedrukt. In het volgende zal blijken, dat desalniettemin in sommige gevallen het tralie blijvend gedeformeerd kan worden. Tot de proeven die tot ontdekking van dit verschijnsel voerden leidde de volgende overweging.

Een geïsoleerd kristalrooster kan door een uitwendige kracht nooit blijvend veranderd worden. Wel kan het kristalstuk in

1) Physik. Zeitschr. **18**, 299, 1917.

meerdere stukken worden gesplitst; na opheffing van de uitwendige kracht, hebben deze alle echter weer het onveranderde rooster. Wel is echter een roosterdeformatie mogelijk, wanneer in het metaal de kristallieten op elkaar krachten uitoefenen, wanneer dus in het metaal spanningen bestaan. Dergelijke spanningen bestaan nu in bewerkte metalen wel degelijk en dat zij zeer belangrijk kunnen zijn, blijkt b.v. daaruit, dat getrokken messingstaven van ongeveer 1 cm dikte door oppervlakkig amalgameeren in de lengterichting in eenige stukken uiteenspringen [1]). Deze spanningen nu zullen in het metaal op sommige punten het tralie samendrukken, op andere plaatsen rekken. De atoomafstand is dus niet meer constant, maar kan binnen een bepaald gebied alle waarden aannemen. Een Debije-Scherrer opname zal dan een beeld geven met diffuus-verbreede interferentielijnen.

Nu kan men gemakkelijk een schatting maken hoe groot deze verbreeding maximaal kan zijn.

Als maat voor de maximale vergrooting van den atoomafstand kan dienen het quotient van de elasticiteitsgrens en elasticiteitsmodulus en hetzelfde quotient zal waarschijnlijk ook de maximale verkleining bepalen.

Stellen we de elasticiteitsgrens van het niet gedeformeerde metaal [2]) voor door L en de elasticiteitsmodulus door E, dan vinden we voor de totale lijnverbreeding:

$$\frac{4 R \lambda L}{d^2 E \cos \frac{\Theta}{2}}$$

waarin $\Theta/2$ is de reflectiehoek, R de straal van de camera, λ de golflengte en d de atoomafstand.

TABEL I.

	E in $\frac{\text{Kg}}{\text{mm}^2}$	L in $\frac{\text{Kg}}{\text{mm}^2}$	$\frac{L}{E} \times 10^3$
Pb	1700	0.25	0.15
Cu	10500	2.03	0.19
Fe	20800	23.	1.1
W	38000	70.	1.8

1) Heijn und Bauer. Int. Z. f. Metallographie, 1. 16, 1911.
2) In de volgende tabel zijn opgenomen de waarden van E en L voor het „weeke" metaal, daar dit waarschijnlijk het metaal met minimaal gedeformeerd rooster voorstelt.

De waarde van L/E is voor enkele metalen in tabel 1 aangegeven; de waarden voor wolfraam zijn ontleend aan het werk van W. Geiss, voor de overige metalen is gebruik gemaakt van een tabel [1]) van G. Masing en M. Polanyi.

De spanningen in het metaal kunnen dus bij lood slechts veranderingen van 0.15 $^0/_{00}$ in tralieconstante teweeg brengen, bij wolfraam daarentegen veranderingen van 1.8 $^0/_{00}$. De verbreeding der reflectielijnen waartoe deze deformaties aanleiding geven is dus zeer gering en in gewone omstandigheden moeilijk met zekerheid te constateeren, omdat bij Debije-Scherrer opnamen de lijnen in 't algemeen toch reeds eenigszins diffuus zijn. We moeten dus allereerst trachten een camera te construeeren waarmee men bij niet gedeformeerde roosters scherpe reflectielijnen krijgt. Door enkele verbeteringen aan het gewone cameratype aan te brengen, gelukte het zoo scherpe interferentiebeelden te verkrijgen, dat de afstand tusschen de twee lijnen van het $Cu_{K\alpha}$-doublet (golflengteverschil 2 $^0/_{00}$) eenige malen de breedte der lijnen zelf bedroeg. Met deze apparatuur moeten veranderingen van 0,5 $^0/_{00}$ in de roosterafstanden nog juist bemerkbaar zijn. Een verandering in de tralieconstante, zooals die volgens tabel 1 bij wolfraam te verwechten is, moet aanleiding geven tot een zoodanige lijnverbreeding, dat het $Cu_{K\alpha}$-doublet tot één vage lijn samenvloeit; dit nu werd inderdaad waargenomen.

Bij lood nu zou de lijnverbreeding ongeveer tien maal kleiner zijn; ze kan hier dus geen aanleiding geven tot het samenvloeien der doubletlijnen. Inderdaad werd bij lood nooit een lijnverbreeding opgemerkt, wel echter bij ijzer, nikkel en heel duidelijk bij platina, zoodat het wel waarschijnlijk is, dat inderdaad het verschijnsel aan een roosterdeformatie moet worden toegeschreven.

Echter zou men de lijnverbreeding ook nog anders kunnen verklaren. Scherrer heeft [2]) aangetoond, dat wanneer de kristallen van het reflecteerend poeder zeer klein worden, de interferentielijnen een verbreeding ondergaan. Het is nu zeer wel denkbaar, dat bij de bewerking van het metaal de kristallieten tot dergelijke kleine kristalfragmentjes zouden worden afgebroken. Om twee redenen is echter de eerste verklaring der lijnverbreeding de meest waarschijnlijke.

In de eerste plaats is het onbegrijpelijk, waarom de versplintering der kristallieten wel bij wolfraam en niet bij lood zou

[1]) Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften, Band II, blz. 183, Berlijn 1923.
[2]) In: Zsigmondy, Kolloïdchem. blz. 387 III Aufl. 1920, Berlijn.

optreden. Een tweede argument kan men ontleenen aan den invloed die voorafgaande verhitting van het metaal op de verbreeding heeft. Voor het geval n.l., dat deze tot stand is gekomen door verkleining der kristallen, zal eerst, wanneer door de temperatuursverhooging een rekristallisatie intreedt, uit de kleine kristallen een aantal grootere ontstaan. Nu begint bij wolfraam een merkbare kristallisatie pas bij verhitting op een temperatuur van 1800 °. Werd echter de getrokken wolfraamdraad gedurende slechts 10 min. verhit op 900 ° C., dan vertoonde het interferentiebeeld volkomen scherpe lijnen. Een rekristallisatie is hier hoogst onwaarschijnlijk.

Nemen we echter aan, dat spanningen in het metaal de verbreeding veroorzaken, dan moeten we bedenken dat bij verhooging der temperatuur de elasticiteitsgrens daalt. Bij de hoogere temperaturen zullen dus de aanwezige spanningen in de kristallen afschuivingen veroorzaken, waardoor de roosterdeformatie en daarmee de lijnverbreeding in het beeld verdwijnt.

Hoe de lijnverbreeding afhangt van de graad en den duur van de verhitting zal nog nader worden onderzocht. Daarbij zal ook aandacht worden geschonken aan een physische grootheid die eveneens met de bewerking verandert, n.l. de electrische weerstand. Deze is bij koud getrokken draden aanmerkelijk grooter dan bij het uitgegloeide, spanningsvrije metaal.

Reeds veel vroeger hebben G. Holst en E. Oosterhuis gevonden, dat de weerstand nagenoeg normaal wordt door verhitting gedurende zeer korten tijd op betrekkelijk lage temperatuur. Ook hier lijkt het dus alsof niet door een rekristallisatieproces maar door het ontstaan van een spanningsvrijen toestand de normale waarde van den weerstand terugkeert.

In hun verhandeling „Zur Deutung der Kaltbearbeitung etc." [1]) komen W. Geiss en J. A. M. van Liempt tot de conclusie dat de vergrooting van den electrischen weerstand niet aan een roosterdeformatie kan worden toegeschreven. Zij berekenen n.l. uit gegevens van Bridgman [2]) en Beckman [3]) hoeveel de roosterdeformatie zou moeten bedragen om de gemeten weerstandsverhoogingen te kunnen verklaren en komen dan tot de waarde 6,8 %, wat ongeveer 40 maal grooter is dan de hier

1) Z. f. Anorg. und Allg. Chemie **143**, 259, 1925.
2) P. W. Bridgman, Proc. Amer. Acad. **52**, 573—646, 1917.
3) B. Beckman, Phys. Zeitschr. **18**, 507, 1917.

waargenomen deformaties. Dit schijnt wel sterk te pleiten voor de opvatting dat de weerstandsverandering inderdaad niet door een roosterdeformatie wordt veroorzaakt. Alleen is het niet zeker, dat de drukcoëfficient bij hoogere drukken constant blijft. De drukcoëfficient is door Beckman gemeten tot bij 1700 atm. druk, daarentegen is de hoogste druk, die plaatselijk in het metaal kan voorkomen, n.l. die der elasticiteitsgrens, volgens W. Geiss ongeveer 7000 atm. Het is dus de vraag, of men uit de metingen van Beckman de weerstanden onder dergelijke hooge drukken nog mag extrapoleeren.

Verder zijn door Ellen Lax[1]) metingen verricht aan getrokken wolfraamdraden, waarin het rooster dus waarschijnlijk al gedeformeerd was. Ook deze proeven zijn dus nog niet absoluut overtuigend.

[1]) Ellen Lax, Dissert. Berlijn 1919.

Summary.

Debije-Scherrer spectograms of *worked* metals show broadened diffuse lines, which become sharp on annealing, specially when metals like tungsten and platinum are used. Very soft metals like lead and tin do not show this phenomenon. The broadening of the lines shows that the crystal lattice is distorted by internal stresses.

Eindhoven, NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN

BOEKBESPREKING.

Kant und *Einstein,* **Untersuchungen über das Verhältnis der modernen Erkenntnistheorie zur Relativitätstheorie,** von Dr. A. C. Elsbach. — W. de Gruyter und Co., Berlin und Leipzig, 1924; 374 pag.

Het doel van den schrijver is het standpunt der Marburger, Neo-Kantiaansche, school ten opzichte van de relativiteitstheorie uiteen te zetten; daarbij voornamelijk rekening houdende met de werken van E. Cassirer, Substanzbegriff und Funktionsbegriff (1910), en: Zur Einstein'schen Relativitätstheorie, erkenntnistheoretische Betrachtungen (1921).

In de laatste 10 pag. van zijn werk betoogt hij terecht dat de philosoof ook wel onafhankelijk van de physica kan en mag oordeelen: „Vom Standpunkt der allgemeinen Erkenntnistheorie aus ist die physikalische Wirklichkeit nicht mit der Wirklichkeit in ihrer Fülle zu identifizieren" (p. 361). Behalve in deze 10 pag. heeft hij het echter voortdurend over een Erkenntnistheorie die zich niet boven de physica verheft, maar integendeel zich tot het begrijpen en interpreteeren van de physische grondbegrippen beperkt. Pag. 14: „Das Objekt der Erkenntnis ist

ein System von Urteilen (Erfahrungen)". Pag. 31: „Wir verdichten die Erkenntnis empirischer Zusammenhänge zu Urteilen, denen wir gegenständliche Geltung zusprechen". Pag. 56: „Die Wissenschaft kann der Masstab sein, an welchem die Wahrheit der Erkenntnistheorie abgemessen wird, weil Erkenntnistheorie gleichsam eine Wissenschaft zweiter Ordnung ist."

De zelfbeperking waarmede de Erkenntnistheorie zich tot „ancilla physicae" maakt wordt als echt Kantiaansch geprezen. Het is duidelijk dat als men deze als de groote verdienste van Kant beschouwt men zich Kantiaan mag blijven noemen welke veranderingen de physica ook mag doormaken; steeds toch blijft het mogelijk haar te volgen.

Een eigenaardigheid der nieuwere physica blijkt te zijn, dat men niet meer, als oudtijds, op bepaalde objectief bestaande *substanties* (massa, energie enz.) zijn aandacht richt; men moet begrijpen (pag. 49) dat „der traditionelle substanzielle Begriff der Wirklichkeit dem kritischen, funktionellen Wirklichkeitsbegriff Platz zu machen hat". Pag. 47: „Die Verbundenheit der Tatsachen und ihre wechselseitige Beziehung ist das Erste und Ursprüngliche, während ihre Isoliering lediglich das Ergebnis einer künstlichen Abstraktion darstellt". Men mag dus zeggen (pag. 84): „dass die Wissenschaft, die Erkenntnis, die Wahrheit primär ist, sekundär das Objekt, die Realität, die Wirklichkeit". Zelfs mag men (pag. 78) kortaf spreken van „die Koinzidenz von Denken und Sein, von Wahrheit und Wirklichkeit".

Dat de primaire beteekenis, hier aan het denken toegekend, te kras is, blijkt m.i. uit het derde hoofdstuk (Begriffsbildung). Hierin wordt betoogd dat de Aristotelische leer van het ontstaan van algemeene begrippen (Pag. 86: „So entsteht z.B. der Inhalt des Begriffs Baum, indem men aus der Totalität der Eigenschaften der Eichen, Buchen, Birken usw, die gemeinschaftlichen Eigenschaften heraushebt und festhält, während man die besonderen und individuellen Eigenschaften jedes der einzelner Elemente fortlässt") onjuist is. Immers, zegt Elsbach (pag. 88): „Der Begriff mit grösserem Umfang hat zugleich einen reicheren Inhalt. Der Begriff des allgemeinen Kegelschnitts hat einen grösseren Umfang als der Begriff der Ellipse. Der allgemeine Begriff erweist zich hier zugleich als der inhaltsreichere; wer ihn besitzt, der vermag aus ihm alle mathematischen Verhältnisse die an dem besonderen Problem auftreten, abzuleiten". Nu is het natuurlijk wel waar, dat de algemeene vergelijking van een kegelsnede, met hare vijf onbepaalde parameters, alle bijzondere gevallen omvat, zoodat in *dit* geval het algemeene begrip ook den meesten inhoud heeft Maar hieruit volgt in het minst niet dat dit altijd zoo is. Niemand kan beweren dat uit het algemeene begrip „boom" de eigenschappen van eiken, beuken en berken kunnen worden gededuceerd. — Dat de Erkenntnistheorie der Neo-Kantianen zich richt naar de mathematische physica, mag prijzenswaardig zijn; daaruit volgt echter niet dat men de Erkenntnistheorie moet veroordeelen van hen wier geest anders geörienteerd is.

In de mathematische physica is eigenlijk de wiskunde het ware. Pag. 109: „Die Relationsstruktur als solche, nicht die absolute Beschaffenheit der Elemente, macht den eigentlichen Gegenstand der mathematischen Betrachtungs- und Untersuchungsweise aus". Dit is waar, maar overdreven en daardoor bepaald onjuist lijkt mij weder de uitspraak (pag. 112): „Was das Atom der Physik bedeutet und ist, geht aus den Naturgesetzen hervor, genau so wie die wirkliche Bedeutung des Punktes der Geometrie aus den Axiomen folgt". Beter gezegd is het pag. 115: „Hier kommt den Relationen die erste Stelle zu, während der Substanzbegriff nur untergeordnet ist".

Het spreekt vanzelf dat de Neo-Kantianen de relativiteitstheorie aanvaarden. Immers (pag. 184): „Die kritische Betrachtungsweise geht nicht sowohl auf die Form der Wirklichkeit selbst als auf die Form unserer Begriffe vom Wirklichen. Nicht die Systematik der Welt, sondern die Systematik dieser Begriffe bildet für sie den Ansatzpunkt". Pag. 185: „Fortwährend kann man in seinem Werke verfolgen wie Cassirer stets von der Wissenschaft als dem festliegenden Anfangspunkt ausgeht". Hij gelooft aan den „stetigen Gang der Wissenschaft" — een geloof dat m.i. alleen dan met de waarneming overeenkomt, als men zich tot bepaalde cultuur-perioden beperkt en het ook dan niet al te letterlijk opvat.[1])

In zooverre is Kant verouderd dat (pag. 195) „die Kritik Kants die mathematische Naturwissenschaft Newtons zum Ausgangspunkt hat", maar (pag. 197) „die zum vorigen Stadium der Naturwissenschaft passende Erkenntnistheorie beansprucht keine Gültigkeit für das folgende", hoewel toegegeven wordt dat Kant er op vertrouwde „dass die mathematische Naturwissenschaft, so wie sie von Galilei und Newton aufgestellt und entwickelt worden war, durch alle Zeiten hindurch im Prinzip unverändert beharren werde und unantastbar feststände". Hieruit is te begrijpen dat door sommige Kantianen (pag. 228) aan „die Euklidizität und Dreidimensionalität des Raumes" wordt vastgehouden, andere daarentegen „betrachten die Massbestimmung als etwas, das erst durch die Erfahrung und das Experiment festgestellt wird". Tot deze laatste behooren Cassirer en Elsbach[2]). „Scharf", wordt (pag. 313) beweerd „wurde stets von der Schule Kants auf die Gefahr der Verdinglichung der physikalischen Begriffe hingewiesen"[3]). Hierin is overeenkomst met de relativiteitstheorie, die overigens volstrekt niet alles relatief maakt. Integendeel, het mooie ervan ligt juist hierin (pag. 257): „Die Raum-und Zeitmasse, denen man früher glaubte objective Gültigheit zuschreiben zu dürfen, erwiesen zich nur für ein bestimmtes System als gültig und als abhängig von der Individualität eines Koördinatensystems, während die wirklich objektiven Elemente, welche invariant allen Koördinatentransformationen gegenüber sind, tiefer zu liegen scheinen. Indem sie nun diesen „echten" Invarianten nachspürt, erreicht die Relativitätstheorie einen höheren Objektivitätsgrad als früher möglich war".

[1]) Overdreven is zeker de theorie die (pag. 156) verkondigd wordt: „Die Lehre des kritischen Idealismus setzt nachdrücklichst auseinander, dass bei dem Fortgang der Erkenntnis das Denken an seinen Stoff gebunden und schliesslich *vollständig eindeutig* bestimmt ist".

[2]) Van de op Newton steunende leer van Kant zelf zegt Elsbach uitdrukkelijk (pag. 294) „dass die kritische Lehre des absoluten Raumes und der absoluten Zeit auf Grund der Entwicklung der Physik verworfen werden muss".

[3]) Hier verheft zich dan toch de Erk. th. boven de rol van ancilla.

J. A. V.

O. D. Chwolson, **Die Physik und ihre Bedeutung für die Menschheit,** 277 bl. 33 fig. — Fr. Vieweg und Sohn A.-G. Braunschweig 1924. Prijs ingenaaid M 10.80.

Wie het Lehrbuch der Physik van dezen schrijver kent, zal kunnen begrijpen, dat wanneer zoo iemand zich zet om een populair-wetenschappelijk werk te schrijven er iets goeds zal te voorschijn komen. Want om een werkelijk populair-wetenschappelijk werk te schrijven is lang niet ieders werk. Het eischt een volkomen beheerschen van de stof en zich tevens indenken in den gedachtenkring van hen voor wien het bestemd is om hen geleidelijk te kunnen binnenvoeren in de groote problemen, die de physici bezighouden. En dit verstaat Chwolson uitstekend.

Als „Leitmotiv", loopt door zijn geheele werk, dat de menschheid streeft naar gemakken, kennis en roem; dat we het laatste buiten beschouwing kunnen laten,

en dat de wetenschap in dit proces deze rol speelt, dat zij ons onmiddellijk levert de ontdekkingen, die tot kennis voeren en middellijk de uitvindingen, die voor de gemakken zorgen.

Daarna gaat de schrijver na welke beteekenis de physica voor de andere wetenschappen heeft en komt dan tot het onderzoek wat de physica tot de kultuur der menschheid heeft bijgedragen. Daarbij worden de gemakken, die men aan de physica te danken heeft, en die meer tot het gebied der techniek behooren, beperkt tot een laatste hoofdstuk, en is het voornaamste deel van het werk gewijd aan de kennis, die de physica heeft verspreid. Daarbij dient er vooral op gewezen, dat dit boek niet de bedoeling heeft een leerboek te zijn. Daarom is de indeeling geheel anders dan in gewone leerboeken en wordt de stof meer gegroepeerd om algemeene principieele vragen.

Zoo vinden we een hoofdstuk gewijd aan: Moleculen, Atomen en Electronen; een tweede over de wetten van het behoud van massa en energie. Dan is er een gewijd aan de kinetische gastheorie, een ander aan de stralingsenergie. Voorts is van veel belang een hoofdstuk over de wereld als organisme, waarin de tweede hoofdwet de voornaamste rol speelt. Dat de vraag naar de structuur der materie niet achterwege kan blijven laat zich begrijpen en zoo is dan ook een hoofdstuk aan dat onderwerp gewijd.

Het is zeer goed ingezien om ieder hoofdstuk te besluiten met een „Schlussbetrachtung", waarin een korte samenvatting wordt gegeven van hetgeen in dat hoofdstuk is behandeld.

De uitvoering van het werk is goed. Wiskunde is geheel vermeden, en daardoor is het voor een groote lezerskring, die in de groote vragen belang stelt, geschikt. Dit brengt echter ook met zich mede, dat men dan ook er voor zorgen moet, dat er geen storende fouten instaan. Wel zal waarschijnlijk electro*d*en voor electro*n*en (pag. 158) wel niet velen op een dwaalspoor brengen, en zal men ook wel inzien, dat in de tabel op pag. 107 $t = -240^0$ met $T = +33^0$ overeenkomt, maar ik bedoel meer iets als dit:

„Man beachte bloss dass Wasser aus zwei Gasen, Kochsalz aus einem weichen Metall und einem grünlichen Gas besteht" (pag. 49).

Daar moet men voorzichtig mee wezen, want men wekt dan bij leeken verkeerde gedachten.

Dit doet echter aan de waarde van het geheel niet af, omdat zôo'n uitdrukkingswijze tot de uitzonderingen behoort. Maar ik wijs er even op, opdat wanneer van dit boek een tweede druk verschijnt, niet zulke onnauwkeurigheden blijven bestaan.

Ik kan het werk voor de ontwikkelde leek, die belangstelt in de beteekenis van de physica voor de menschheid zeer goed aanbevelen.

T. v. L.

F. W. Aston. **Isotopes.** 2e druk, 182 blz. — Edward Arnold and Co., Londen 1924. Prijs 10 s. 6 d.

De schrijver van bovenstaand werkje verkeert in het gelukkig niet alledaagsche geval, dat hij meer dan meester op zijn terrein is, nl. heer en meester. Want praktisch gesproken is hij de eenige beoefenaar van zijn onderdeel der wetenschap. Van hoeveel belang het werk van Aston voor natuurkunde zoowel als scheikunde is, behoeft hier niet meer betoogd te worden. Dat de heer Aston goed

gedaan heeft, over zijn werk een boek te schrijven, is evenmin aan twijfel onderhevig. En de uitvoering staat niet bij de daad achter.

Het boekje is Engelsch in den besten zin van het woord tot in de typografische uitvoering toe (waar, op het continent worden wetenschappelijke boeken zóó gedrukt?)

Ook wat door anderen op het gebied der isotopie gedaan is, (isotopen bij radioactieve elementen, spectra van isotopen, scheiding) wordt op prettige en duidelijke wijze besproken. De litteratuuropgaven zijn buitengewoon volledig.

D. C.

TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN.

F. W. Aston, Seventh Earl Grey memorial Lecture on The structural Units of the material Universe, 23 blz. — Oxford University Press, Oxford 1925.

W. H. Bragg, The Crystalline State, 31 blz. — The Clarendon Press, Oxford 1925.

J. S. E. Townsend, Motion of Electrons in Gases, 35 blz. — The Clarendon Press, Oxford 1925.

L. Southerns, Electricity and the Structure of Matter, 128 blz., 33 fig. — The Oxford University Press, Oxford 1925.

A. Kneser, Lehrbuch der Variationsrechnung, 397 blz., 13 fig. — Friedr. Vieweg u. Sohn, Braunschweig, 1925. Prijs Mk 22, geb. Mk 24.

Die Kultur der Gegenwart, III Teil, III Abteiling, I Band: *Physik.* Zweite neubearb. u. erweiterte Auflage unter Red. von *E. Lecher,* 822 blz., 116 fig. — B. G. Teubner, Leipzig-Berlin, 1925.

STRIKVRAGEN.

Vraag XXVIII. **Waar bij voorkeur — in een tramwagen — moeten slechte equilibristen een staanplaats innemen om zoo min mogelijk moeilijkheden bij het rijden door bochten te ondervinden?**

Antwoorden en nieuwe strikvragen in te zenden aan het gewone adres der Redactie.

Antwoord op vraag XXVI, luidende: *Een skilooper die den berg afsuist heeft een harden wind tegen. Waarom behoeft hij zich niet daartegenin voorover te zetten, gelijk ieder ander zich tegen den wind inzet om niet omgeblazen te worden?"*

Wie zich tegen den wind in schrapzet doet zulks, om den niet door 't steunpunt zijner voeten gaanden component van zijn gewicht in werking te brengen ter overwinning van de windkracht op zijn lijf. De skilooper staat loodrecht op de helling en bij een eenparige glijding naar beneden is er in dien stand reeds een component van zijn gewicht naar beneden even groot als de luchtwrijving bij de bereikte snelheid.

Nadruk der artikelen en reproductie der illustraties voorkomende in dit tijdschrift wordt bij deze overeenkomstig Art. 15 der Auteurswet 1912, uitdrukkelijk verboden.

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

5e JAARGANG JULI 1925 NUMMER 7.

DE VERWARMING DER ANODE BIJ EEN GLIMONTLADING (II)

door F. M. PENNING.

§ 1. Eenigen tijd geleden werden in dit tijdschrift de resultaten medegedeeld van voorloopige metingen over dit onderwerp. [1]) Daarbij bleek dat in Neon de verwarming der anode onder bepaalde omstandigheden gelijk was aan $i\varphi$ [2]) (waarin i de stroomsterkte en φ de constante van Richardson voor het anodemateriaal), maar dat deze ook een ongeveer vier maal zoo groote waarde kon aannemen. In dit laatste geval bleek de grootere snelheid der electronen ook uit een geel laagje op de anode.

Op verzoek van Dr. Holst heb ik daarna den overgang tusschen deze beide ontladingsvormen onderzocht, en tevens getracht het absolute bedrag van de verwarming nauwkeuriger te bepalen. Het vroeger gebruikte toestel had verschillende gebreken en daardoor moest een tamelijk omslachtige meetmethode worden gevolgd. Het principe van de vorige metingen was: naast de, als calorimeter ingerichte, anode een zooveel mogelijk daaraan gelijken, tweeden calorimeter te plaatsen en aan dezen laatste een bekende hoeveelheid Joule-warmte toe te voeren; beide calorimeters waren bovendien symmetrisch t. o. v. de kathode aangebracht. Het leek het beste dit principe te blijven toepassen aangezien daardoor de invloed van de warmteuitwisseling met de omgeving en vooral de invloed van de warmteontwikkeling aan de kathode, zooveel mogelijk wordt geëlimineerd. Maar bij het nieuwe toestel moest vooral worden gezorgd voor twee dingen:

1°. een betere warmtegeleiding in de calorimeters zelf, zoo dat de, aan het oppervlak afgegeven anodewarmte zich onmiddellijk door den calorimeter verspreidt,

1) Physica 4, 380, 1924.
2) Zie G. Holst en E. Oosterhuis, Physica 4, 375, 1924.

2^0. een betere warmteisolatie van beide calorimeters, die tevens voor beide zooveel mogelijk gelijk is.

Het onder 1^0 genoemde werd bereikt door als calorimeters blokjes van roodkoper te gebruiken, het onder 2^0 genoemde door deze op te hangen aan dunne, bij beide gelijke ijzerdraden.

§ 2. In verband met het bovenstaande kreeg het toestel nu den in fig. 1 aangegeven vorm. A_1 en A_2 zijn de roodkoperen blokjes, die als calorimeter dienst doen. Elk bestaat uit 3 stukken die met schroefdraad in elkaar sluiten. (Zie détailteekening, fig. 2). De drie ophangdraden (van 80 μ diameter) doen tevens dienst als toeleiding voor den glimstroom c.q. den stroom door de verwarmingsspiraal. Deze laatste is met het eene uiteinde aan het koper van den calorimeter verbonden en verder daarvan geisoleerd door een dun laagje mica, als afvoerleiding dient een vierde draad d_1. Als thermometer wordt een thermoelement constantaan-koper gebruikt, waarvan zich in elk der blokjes een contactplaats bevindt.

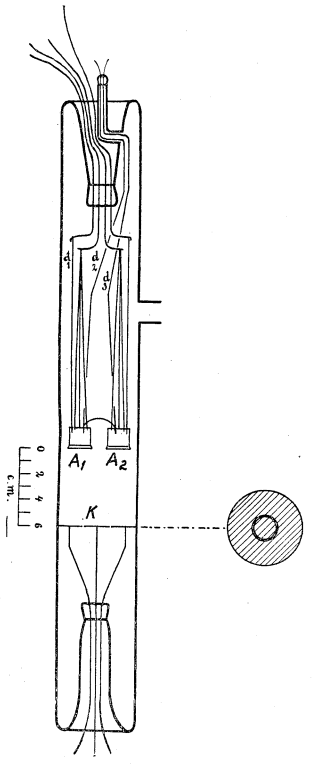


Fig. 1.

Deze zijn door dunne glazen buisjes van den calori meter geisoleerd ; door aandrukken van de contactplaatsen tegen het glas en van het glas tegen het koper is getracht een zoo goed mogelijk warmtecontact te krijgen. De twee koperen toevoerdraden d_2 en d_3 zijn met zilver aan twee in glas gesmolten manteldraden gesoldeerd, die aan den anderen kant op dezelfde manier met koperdraden zijn verbonden, die, via een roodkoperen commutator, naar den galvanometer leiden. Om de koperen blokjes bevinden zich dunwandige glazen buisjes G om te zorgen dat

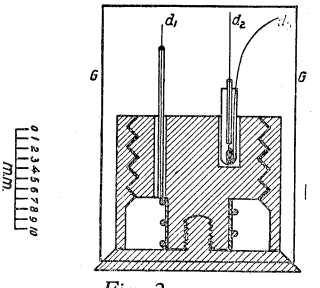


Fig. 2.

de electronen alleen op de onderzijde van de anode komen. De kathode K bestaat uit een cirkelvormige plaat met een concentrische, ringvormige plaat dicht eromheen. Deze laatste komt bijna tot aan den glaswand. Deze vorm werd gekozen om kathodes van verschillend oppervlak te kunnen gebruiken (zie verder onder).

Het geheele toestel werd geruimen tijd, onder verhitting tot 400° C. gepompt, en daarna met Neon (vermengd met enkele $^0/_0$ Helium) gevuld. Om bij verschillende drukken te kunnen meten, bleef het toestel in het algemeen aan de pomp- en vulinrichting verbonden, maar door koelers in vloeibare lucht werd er voor gezorgd, dat geen kwik- of vetdamp in de experimenteerruimte kon binnendringen.

Teneinde temperatuurschommelingen van het geheele toestel te verminderen bevond het zich gedurende de metingen in een kastje met glazen venster.

§ 3. De metingen werden als volgt uitgevoerd. A_1 werd als anode gebruikt, door A_2 een verwarmingsstroom van geschikte sterkte gestuurd. De laatste werd dan zoo geregeld, dat de aflezing van den galvanometer in den thermo-elementenketen gedurende 5 à 10 minuten ongeveer constant bleef. Men kon dan het gemiddelde bepalen van de toegevoerde Joulewarmte over een tijdsverloop, aan het begin en het eind waarvan de galvanometer aflezing precies dezelfde was. Dit bedrag komt dan overeen met de aan de anode vrijgekomen warmte. Als voorbeeld diene de onderstaande meting (glimstroom 5,11 mA, gasdruk 8,4 mm).

Tijd	Galv.	i_v	V_v	$i_v V_v t$	$\overline{i_v V_v}$	W
11 h 36$^1/_2$ m	54.02	35.1	4.08	359		
37	.08					
37$^1/_2$	.07					
38	.04					
38$^1/_2$	.03				144.8	28.3
39	.07	36.1	4.19	76		
39$^1/_2$	53.97	35.1	4.08	215		
40	.90					
40$^1/_2$	.97					
41	54.05	35.6	4.15	74		
41$^1/_2$	.02					

Hierin zijn i_v en V_v resp. de stroom door en de spanning aan de uiteinden van de verwarmingsspiraal, uitgedrukt resp. in mA en in Volt, t is de tijd in minuten, $\overline{i_v V_v}$ de gemiddelde waarde voor $i_v V_v$, W de verwarming in „Volts" (de verwarming in Watts gedeeld door den glimstroom in Ampères).

Na een meting als de bovenstaande werden de blokjes verwisseld, dus A_2 anode gemaakt, en de Joulestroom door A_1 gestuurd. Door de twee aldus verkregen uitkomsten te middelen werden nog verschillende onregelmatigheden geëlimineerd (zie § 5).

Bij de metingen bij hoogeren druk (boven 5 mm) werd de middelste plaat alleen als kathode gebruikt en de ring op hoogeren potentiaal gebracht om de ontlading van den achterkant af te houden. Gebruikte men hier n.l. een groote plaat die de geheele buis vulde, dan zou het neg. glimlicht hierbij niet meer de geheele kathode bedekken en de verwarming van het gas door de negatieve ontladingsdeelen zou misschien bij de calorimeters niet meer dezelfde zijn. Worden in het hier gebruikte toestel ring en plaat op dezelfde potentiaal gebracht, dan trekt het licht zich, bij hoogeren druk, vooral op een punt tusschen plaat en ring samen en is dus niet meer regelmatig. Bovendien kan de spanning op de buis hierbij sterk veranderen. Overigens bleek dat er voor de anodeverwarming bij een druk boven 5 mm niet toe te doen, zooals uit onderstaande uitkomsten volgt.

Druk	Kathode	Glim-stroom	Spanning	Verwar-ming
20 mm	Plaat	2 mA	179 V.	23.7
20 „	Ring en plaat		179 V.	24.0
8.4 „	Plaat	5 mA	268 V.	22.6
8.4 „	Ring en plaat		206 V.	22.6

Op grond hiervan werden de metingen met de plaat als kathode (bij hoogeren druk) en die met ring en plaat samen (bij lageren druk) als bij elkaar behoorend beschouwd en de punten van beide in de fig. 3 en 4 door één lijn verbonden. Bij lageren druk geven de metingen met het geconcentreerde glimlicht echter geheel afwijkende waarden (zie § 6).

Bij de hoogere drukken deed zich nog het merkwaardige verschijnsel voor, dat er bij dezelfde stroomsterkte twee ontladingsvormen aan de anode mogelijk waren n.l. een geel laagje en

een halve bol van rood licht, waarvan het platte vlak evenwijdig aan de anode was. De eene vorm was stabieler dan de andere en kon door een stroomstoot van een inductieklos uit de minder stabiele worden verkregen. Welke van beide het meest stabiel is hangt van druk en stroomsterkte af. Zooveel mogelijk werd voor beide ontladingsvormen de anodeverwarming bepaald; bij het roode licht bleek de waarde altijd het kleinst.

Bij lageren druk konden beide vormen niet meer bij dezelfde stroomsterkte worden verwezenlijkt, maar nu bleek dat, naarmate men den druk lager maakte het roode bolletje ook geler werd om tenslotte weer in het gele huidje over te gaan. In de fig. 3 en 4 is daarom de lijn voor het gele laagje bij hooger druk door een stippellijn verlengd naar het punt waar het bij lagen druk weer optreedt.

Naar Dr. Holst meedeelde wijst het roode bolletje dikwijls op een oscilleerende ontlading. Bij onderzoek met een draaienden spiegel bleek dit dan ook het geval te kunnen zijn, maar alleen indien de stroomsterkte hoog genoeg werd opgevoerd. Dan treden het roode bolletje en het gele laagje afwisselend op; zonder roteerenden spiegel ziet men beide tegelijk op de anode. Bij de hier beschreven metingen werd echter steeds een zoodanige stroomsterkte genomen, dat er geen oscillaties ontstonden.

§ 4. De resultaten der metingen zijn in tabel I vereenigd. i_g en V_g zijn resp. de glimstroom en de spanning aan de buis. De laatste was nooit geheel constant, opgegeven is de gemiddelde waarde voor elk punt. W is de verwarming, uitgedrukt in „Volts" (warmteontwikkeling gedeeld door glimstroom). Elke waarde is het gemiddelde van een meting met A_1 en een met A_2 als anode. Het eerst werden gemeten de punten 10-17 en 23-40, daarna werd het toestel geheel leeggepompt en opnieuw met gas gevuld.

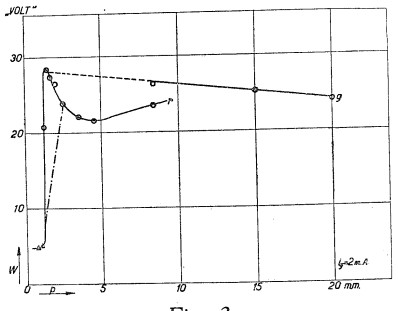


Fig. 3.

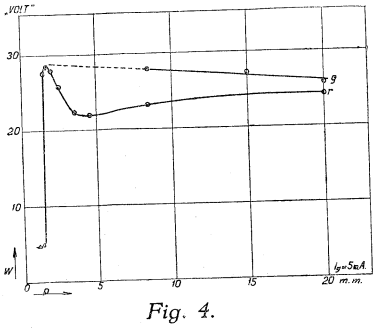


Fig. 4.

TABEL I.

No.	Druk mm	i_g mA	V_g Volts	W „Volts"	Licht anode
1	20	2,04	178	24,1	Geel laagje
2	„	5,11	205	25,7	„ „
3	„	5,11	202	24,2	Rood bolletje
4	15	2,04	210	25,3	Geel laagje
5	„	5,11	239	27,1	„ „
6	8,4	2,04	234	26,4	„ „
7	„	2,04	236	23,5	Rood bolletje
8	„	5,11	267	27,7	Geel laagje
9	„	5,11	268	23,1	Rood bolletje
10	4,5	2,04	195	21,6	„ „
11	„	5,11	206	22,0	„ „
12	3,5	2,04	207	22,1	„ „
13	„	5,11	224	22,3	„ „
14	2,5	2,04	226	23,8	Rood bolletje met geelroode kern
15	„	5,11	252	25,8	„ „ „ „
16	2,0	2,04	251	26,5	Gele laag met geel bolletje
17	„	5,11	283	27,9	„ „ „ „
18	1,7[5]	2,04	273	27,5	„ „ „ „
19	„	5,11	321	28,6	„ „ „ „
20	1,5	1,00	263	27,9	Geel laagje
21	„	2,04	293	28,5	„ „
22	„	5,11	330	27,8	„ „
23	1,2	1,02	284	27,3	„ „
24	„	2,04	323	20,8	Zeer flauw geel laagje
25	„	3,08	330	7,24	Geen licht op anode
26	„	4,12	336	5,01	„
27	„	5,11	340	4,87	„
28	„	7,6	381	4,88	„
29	1,0	0,50	278	27,4	Geel laagje
30	„	1,00	316	24,5	Flauw geel laagje
31	„	2,00	329	5,11	Geen licht op anode
32	„	3,00	343	5,03	„
33	„	4,12	358	4,73	„
34	„	7,6	444	4,72	„
35	0,77	0,50	321	20,6	Flauw geel laagje
36	„	1,00	367	5,74	Geen licht op anode
37	„	2,00	412	4,83	„
38	„	3,00	445	4,65	„
39	„	3,00	443	4,73	„
40	„	4,12	483	4,68	„

Verder zijn in fig. 3 en 4 de resultaten voor $i_g = 2$ en 5 mA als functie van den druk uitgezet [1]). De puntstreeplijn heeft betrekking op metingen onder bijzondere omstandigheden, zie § 6. Op de met g aangeduide lijn liggen de punten, betrekking hebbende op het gele laagje, r beteekent dat bij hoogere drukken het roode bolletje te zien is, naar lageren druk toe wordt dit echter geler en geler (zie tabel). Verder zijn (ook in fig. 5) de punten waarbij licht op de anode te zien was, door cirkels, die, waarbij de anode donker was door driehoeken aangegeven.

In fig. 5 is nog uitgezet hoe de verwarming bij constanten gasdruk afhangt van de stroomsterkte i_g.

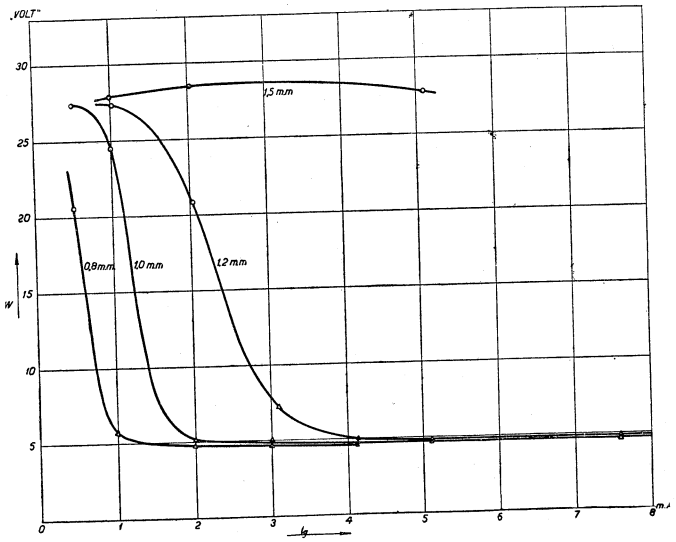


Fig. 5.

§ 5. Wat de betrouwbaarheid der methode betreft kan het volgende worden opgemerkt. We gaan na hoeveel Joule-warmte we aan het eene blokje moeten toevoeren om te zorgen, dat de temperatuur dezelfde blijft als van het anodeblokje. Dit zal alleen de goede uitkomst geven wanneer de waterwaarde van beide blokjes precies gelijk is, en de warmteafgifte aan de omgeving eveneens. De fouten, die veroorzaakt worden door het niet vervuld zijn van deze voorwaarden, kan men echter voor een groot deel

1) Alle punten in deze grafieken zijn direct gemeten, behalve dat bij 5 mA en 1,0 mm druk. Daar de uitkomsten voor 4,1 en 7,6 mA slecht 0,01 V verschillen, mag men zonder bezwaar tusschen deze beide interpoleeren.

elimineeren door de gevolgde methode: na elke meting een tweede meting uit te voeren waarbij het andere blokje anode wordt. Men kan zich dit, onder eenigszins vereenvoudigende veronderstellingen, als volgt duidelijk maken. Zij:

C_1 = de waterwaarde van A_1
Θ_a = de temperatuur van A_1 (= die van A_2) bij het begin der meting
Θ_e = idem aan het eind der meting
T_1 = de temperatuur van de omgeving van A_1
α_1 = de warmteafgifte van A_1 aan de omgeving per sec. per gr. temp.verschil
t = de tijd in seconden
Q_1 = de totaal aan A_1 toegevoerde warmte

en duiden we de overeenkomstige grootheden voor A_2 met den index 2 aan, dan zal voor de eerste meting gelden:

$$Q_1 = C_1(\Theta_e - \Theta_a) - \alpha_1 \int (\Theta - T_1)\, dt.$$
$$Q_2 = C_2(\Theta_e - \Theta_a) - \alpha_2 \int (\Theta - T_2)\, dt.$$

Voor de tweede meting geldt, wanneer we de grootheden, voor zoover ze daarbij verschillen door een accent aangeven:

$$Q'_1 = C_1(\Theta'_e - \Theta'_a) - \alpha_1 \int (\Theta' - T'_1)\, dt.$$
$$Q'_2 = C_1(\Theta'_e - \Theta'_a) - \alpha_2 \int (\Theta' - T'_2)\, dt.$$

De sterkte van den glimstroom werd in beide gevallen precies gelijk genomen, we mogen dus $Q_1 = Q'_2$ veronderstellen. Wanneer we het gemiddelde der hoeveelheden Joulewarmte gelijk stellen aan de anode-warmte gaan we dus ervan uit dat $Q_1 = Q'_2 = \frac{1}{2}(Q'_1 + Q_2)$, of

$$(Q_1 + Q'_2) - (Q_2 + Q'_1) = 0.$$

Uit de bovenstaande vergelijkingen volgt nu

$$\begin{aligned}(Q_1 + Q'_2) - (Q_2 + Q'_1) = (C_1 - C_2)[(\Theta_e - \Theta_e') - (\Theta_a - \Theta'_a)] + \\ + \alpha_1 \int [(\Theta - \Theta') - (T_1 - T_1')]\, dt - \\ - \alpha_2 \int [(\Theta - \Theta') - (T_2 - T_2')]\, dt.\end{aligned}$$

In het tweede lid van bovenstaande gelijkheid zullen nu alle grootheden tusschen ( ) klein zijn. C_1 en C_2 verschillen enkele %; Θ'_a mag men gelijk nemen aan Θ_a, aangezien de uitkomst der meting zeer weinig van de begintemperatuur blijkt af te hangen;

verder zullen $T_1 - T'_1$ en $T_2 - T'_2$ ook zeer klein zijn door de omstandigheid, dat de glimstroom bij beide metingen precies dezelfde is, dus ook de warmteontwikkeling aan de kathode, die T_1 en T_2 voornamelijk bepaalt. Verder zij nog opgemerkt dat Q_2 en Q'_1 bij de hoogere drukken zelden meer dan 5 % verschilden, bij de lagere drukken bedroeg het verschil bij de metingen zonder geel huidje meer (een enkele maal tot 25 %). We zullen dit moeten wijten aan den grooten invloed die de verwarming bij de kathode daar heeft. In verband met het het boven opgemerkte over de eliminatie van daardoor optredende onregelmatigheden, meenen we de nauwkeurigheid der metingen wel op enkele procenten te mogen stellen.

§ 6. Discussie der resultaten. Ongeveer gelijktijdig met de eerste mededeeling over de verwarming der anode, verscheen een artikel van Günther Schulze, waarin eveneens, zij het dan ook bij andere gassen en bij andere proeven het ontstaan van het lichtlaagje op de anode besproken wordt [1]). Het licht op de anode wordt daarin verklaard als een gevolg van de ruimtelading der electronen. Wanneer er vlak voor de anode niet voldoende pos. ionen meer aanwezig zijn om deze negatieve ruimtelading te neutraliseeren, zal er een potentiaalverval noodig zijn om de electronen op de anode te brengen. en dit kan reeds bij kleine stroomdichtheid een aanmerkelijke grootte bereiken. Zoo zal b.v. in vacuum een potentiaalverschil van ca. 360 Volt noodig zijn om een zuivere electronenstroom (beginsnelheid 0) met een stroomdichtheid van 1 mA per cm^2 over een afstand van 4 cm in stand te houden tusschen evenwijdige, vlakke electroden. In een gas zou dit, op zichzelf, nog veel grooter worden doordat de electronen hier tegen de gasmoleculen botsen en dus nog meer tot de ruimtelading bijdragen. In werkelijkheid zal het potentiaalverval in een gas echter niet die hooge waarde kunnen aannemen, daar de electronen, zoodra hun snelheid groot genoeg wordt, de gasatomen zullen ioniseeren en daardoor zelf voor pos. ionen zullen zorgen. Volgens deze beschouwing verwacht men dus bij de anode, wanneer de pos. ionen gaan ontbreken, een anodeval ongeveer gelijk aan de ionisatiespanning V_i van het gas. De spanning op de buis zal in dit geval ook V_i grooter zijn dan voor

1) Zs. für Phys. 30, 175, 1924.

't geval er voldoende pos. ionen aanwezig waren. Günther-schulze vond dit bevestigd (zie § 7).

De boven medegedeelde uitkomsten over de anodeverwarming zijn met deze opvatting in overeenstemming. Naarmate de druk kleiner en de stroomsterkte grooter is, (steeds bij anomale kathode-val), breidt het neg. glimlicht zich verder naar de anode uit, en komen er daar door diffusie meer pos. ionen; is het aantal groot genoeg, dan zal er geen anodeval optreden: de electronen komen dan met de snelheid, die ze in de Faraday-donkere-ruimte krijgen op de anode aan. Noem deze snelheid, in „Volts" uitgedrukt V, en de stroomsterkte i (in A) dan zal de verwarming (in Watts) worden

$$W = i(V + \varphi),$$

waarin φ de constante van Richardson. De electronensnelheid zal hier klein zijn — uit sondemetingen volgt dat ze van de orde van 1 Volt is (zie § 8); de φ van koper is 4,0, men verwacht dus een verwarming van ongeveer 4 à 5 Volt. De experimenten leveren voor dit geval 4,7 à 4,9, dus hiermee in goede overeenstemming. Wordt in plaats van koper voor de anode een metaal met andere φ gebruikt, dan zal men bij Neon in overigens gelijke omstandigheden een andere uitkomst voor de verwarming moeten vinden. Het is de bedoeling, dit experimenteel verder na te gaan.

Wordt de afstand van het neg. glimlicht tot de anode vergroot, dan zal men, na een overgangsperiode, voor de verwarming in Volts ongeveer vinden $\varphi + V_i$, dus in geval van Neon en Cu-anode $21{,}5 + 4.0 = 25.5$. Inderdaad is dit ongeveer het gemiddelde van de bij hoogere drukken gevonden waarden. Uit de grafieken blijkt, dat de overgang tusschen de beide ontladingsvormen tamelijk steil is.

Merkwaardig is nog het verschil tusschen de ontladingsvormen met het gele huidje en die met het roode bolletje. Terwijl het eerste hoogstens enkele tiende mm dik is, heeft het bolletje veel grooter afmetingen (bij 8 mm druk een middellijn van ca 4 mm, bij hoogeren druk kleinere middellijn). Men mag dus wel zeggen, dat de anodeval zich bij het laatste over een grootere lengte uitstrekt, en dus het aantal botsingen dat de electronen maken grooter is. Daar er slechts weinig pos. ionen noodig zijn om de negatieve ruimtelading der electronen op te heffen mag men verwachten dat er bij het roode bolletje een kleiner potentiaalverval noodig zal zijn om die te vormen: de electronen met snelheden

boven de gemiddelde zullen daar meer botsen en dus meer kans hebben om pos. ionen te vormen. We zouden hier dus te doen hebben met twee mogelijke ontladingsvormen, die beide hun voor- en nadeelen hebben: bij het laagje is de electronenstroom minder geconcentreerd, maar is ook het aantal botsingen der electronen gering, bij het bolletje is een sterkere electronenconcentratie, maar daartegenover staat een grooter aantal botsingen. Een andere mogelijke verklaring voor het roode bolletje, die echter m. i. minder waarschijnlijk is, zou zijn die van trapsgewijze ionisatie, d. w. z. dat een aangeslagen atoom in dien toestand door een electron wordt getroffen, en van den aangeslagen toestand uit geioniseerd. Vooral in verband met de in Neon optredende metastabiele toestanden [1]) is deze mogelijkheid niet uitgesloten. Men zou dan toe kunnen met een potentiaalverval van 16.6 V (aanslagspanning Neon), dus met 5 Volt minder. Bij mijn metingen was het verschil tusschen de waarden voor de anodeverwarming bij 8 mm druk $4^1/_2$ Volt, bij 20 mm 2 Volt, dus aanzienlijk minder. Bovendien pleit tegen trapsgewijze ionisatie dat de kans voor aanslaan in verhouding tot de kans voor ionisatie bij Neon klein is. [2])

Bij alle besproken metingen was het neg. glimlicht regelmatig over ring en plaat of over de plaat alleen verdeeld. Wanneer dit niet zoo was, maar het neg. glimlicht zich vooral concentreerde op één punt tusschen ring en plaat, werden bij lage drukken ($2^1/_2$ mm en daarbeneden) geheel andere uitkomsten verkregen: deze liggen ongeveer als door de puntstreeplijn in fig. 2 wordt aangeduid. Als verklaring ligt het volgende voor de hand: het geconcentreerd zijn van het licht wijst op een onregelmatigheid in de ontlading; het is dus zeer goed mogelijk dat, terwijl het gros der electronen bij de anode een kleine snelheid heeft, er hier niet slechts enkele, maar veel meer electronen zijn met grootere snelheid, die dus een kleineren anodeval noodig hebben om te kunnen ioniseeren. Het gele laagje was hierbij niet scherp, maar wazig, het strekte zich over veel grooter afstand uit, wat dus ook wijst op electronen met meer verschil in snelheid dan anders. De overgang tusschen de ontladingsvorm met en zonder anodeval is bij deze glimlichtvorm veel minder steil dan wanneer het neg. glimlicht normaal is.

1) K. W. Meiszner. Ann. der Phys. **76**, 124, 1925. P. Jordan, Zs. für Phys. **31**, 877, 1925. S. Goudsmit, id. **32**, 111, 1925.

2) Zie G. Holst en E. Oosterhuis, Physica **1**, 78, 1921. Latere experimenten hebben deze opvatting nog nader bevestigd.

De vraag dient nog gesteld, waaraan het ontbreken van pos. ionen voor de anode geweten moet worden. Güntherschulze geeft in het geciteerde artikel de volgende verklaring. Als de afstand van de anode tot het neg. glimlicht grooter wordt zullen hoe langer hoe minder electronen met een snelheid boven de ionisatiesnelheid de anode bereiken, en daardoor dus vlak voor de anode hoe langer hoe minder pos. ionen aanwezig zijn. De experimenten geven echter den indruk dat deze verklaring, althans in het geval van Neon niet de juiste is, maar dat de diffusie der pos. ionen de voornaamste rol speelt: wordt de afstand tot de kathode zoo groot, of zijn de glaswanden zoo dichtbij, dat de pos. ionen niet meer in voldoend aantal de anode bereiken, dan ontstaat daardoor de anodeval. In de eerste plaats spreekt voor deze opvatting, dat de anodeval nog nul is als de anode zich reeds in de Faraday-donkere-ruimte bevindt, waar dus blijkbaar niet of zeer weinig electronen met hoogere snelheid zijn. Hiertegen kan echter opgemerkt, dat het aantal dat aanslaat te klein is om te worden geconstateerd. Een beter argument is het volgende. Wanneer in het toestel van fig. 1 A_1 anode wordt gemaakt, en men A_2 op een lagere potentiaal brengt zal onder geschikte omstandigheden het eerst afwezige anodelaagje weer te voorschijn komen. De ionen worden dan uit de ruimte voor A_1 weggehaald; snelle electronen zouden echter juist door A_2 worden afgestooten, en dus even goed vóór A_1 kunnen ioniseeren. Ook wanneer het blokje dat als anode dienst doet, te dicht bij den glaswand komt verschijnt dikwijls het gele huidje, terwijl tegelijkertijd de spanning op de buis oploopt. Hier speelt het, door de electronen negatief opgeladen glas dezelfde rol als het negatieve blokje van zooeven: het vangt de pos. ionen weg uit de baan der electronen.

Uit dit alles volgt, dat de druk en stroomsterkte, waarbij de eene ontladingsvorm in de andere overgaat sterk zal afhangen van den vorm der ontladingsbuis, vooral van den afstand van de glaswanden tot de anode; in een toestel van den hier gebruikten vorm ook van den onderlingen afstand der blokjes.

§ 7. Het optreden van den anodeval bij voldoenden afstand tusschen kathode en anode werd verder ook bij Neon nagegaan op de door Güntherschulze (l.c.) aangegeven manier. Deze gebruikte een buis met 2 electroden, waarvan de eene verschuifbaar was. Bij kleinen afstand van beide is er geen licht op de

anode, bij vergrooting van den afstand en constant gehouden glimstroom komt dit echter vrij plotseling te voorschijn. Verder neemt men tegelijkertijd een toename van de spanning op de buis waar, die ongeveer gelijk is aan de ionisatiespanning van het gebruikte gas. Doet men ditzelfde bij Neon, dan vindt men voor een cylindrische buis van ca. $3^1/_2$ cm diameter, en bijna even groote cirkelvormige electroden:

i_g: 0 6 mA. Begin gele laagje bij $d = 15$ mm.
Plotselinge overgang in roode bolletje bij $d = 31$ mm.

i_g: 1.2 mA. Begin gele laagje bij $d = 18$ mm.
Plotselinge overgang in roode bolletje bij $d = 34$ mm.

d is hierin de electrodeafstand. Bij het langzamerhand optreden van het anodelicht nam de spanning ruim 20 Volt toe (de overgang was niet zoo scherp als bij het door Güntherschulze gegeven voorbeeld). Maakt men den afstand nog grooter dan verandert het gele huidje plotseling in het roode bolletje waarbij de spanning 3 à 4 Volt zakt. Beide resultaten zijn geheel in overeenstemming met wat voor de verwarming gevonden werd.

Bij de hier besproken manier neemt men de spanning aan de buis op als functie van den electrodeafstand, dus, als p de druk is,

$$V_g = f(d) \qquad i_g \text{ constant, } p \text{ constant.}$$

Men kan ook de volgende kromme's nagaan:

$$V_g = f(i_g) \qquad p \text{ constant, } d \text{ constant}$$
$$V_g = f(p) \qquad d \text{ constant, } i_g \text{ constant,}$$

waarbij men dan de omstandigheden zóó kiest dat het anodelicht bij het eene deel der metingen wel, bij het andere niet aanwezig is. Ook deze krommen vertoonen een min of meer scherpen knik op het punt, waar de anodeverwarming begint af te wijken.

§ 8. Een derde manier om iets van de versnelling der electronen voor de anode te weten te komen is die van de sondemetingen. De oude manier: een koude sonde voor de anode te plaatsen en te bepalen welke potentiaal deze aanneemt kan tot geheel verkeerde uitkomsten leiden. [1]) Langmuir [2]) heeft echter een andere

1) Zie b.v. A. Güntherschulze, Zs. für Phys. **31**, 509, 1925.
2) I. Langmuir, Gen. El. Rev. **26**, 731, 1923.
I. Langmuir en H. Mott-Smith, Id. **27**, 449, 538 etc. 1924.
Na het afsluiten van dit artikel kreeg ik kennis van een verhandeling van J. von Issendorff dem Siemens-Konzern **4**, 24, 1925, waarin ook dergelijke kwesties zijn besproken. Hierin wordt ook een methode aangegeven ter bepaling van de „intree-energie der electronen", die bij Fe 3,8 ± 1, bij Ni 4,47 ± 0.2 Volt gaf. In verband met de opmerking van den schrijver, dat voor zoover hij weet in experimenteel werk deze intree-energie nog niet in aanmerking genomen is, zij verwezen naar: G. Holst Hand. v. h. XIXde Nat. en Geneesk. Congres, Maastricht 1923 en G Holst en E. Oosterhuis, Physica **4**, 375, 1924.
Energetik der Wandströme in Queksilberdampfentladungen, Wisschensch. Veröffentlichungen aus

methode aangegeven, die meer vertrouwen verdient, althans onder de door hem gebruikte omstandigheden: de pos. zuil van een kwikboog bij zeer lagen gasdruk. Het principe daarvan is het volgende. Wanneer men een vlakke sonde op een potentiaal brengt die sterk negatief is t.o.v. de omringende ruimte, zal ze pos. ionen en geen electronen opnemen. Is het aantal groot genoeg, dan zal de stroom geheel door de ruimtelading der pos. ionen worden begrensd: deze vormen een laag vóór de sonde, waarvan de dikte uit de formules voor den verzadigingsstroom tusschen vlakke evenwijdige platen kan worden berekend. Onder geschikte omstandigheden kon dit laagje bij de proeven van Langmuir en Mott-Smith als een donkere ruimte voor de sonde worden waargenomen en de dikte ervan gemeten; de overeenstemming daarvan met de berekening was bevredigend. Wanneer men nu echter de potentiaal hooger maakt, maar nog beneden die van de omringende ruimte laat, zullen langzamerhand ook snelle electronen de sonde kunnen bereiken. Dit uit zich in een richtingsverandering van de karakteristiek van den sondestroom (i_{sonde} als $f(V_{\text{sonde}})$). Deze is in totaal

$$i = i_+ + i_-$$

i_+ kan men vinden door extrapolatie van de kromme, vanuit het gebied waar alleen pos. ionen op de sonde komen; zoodoende is dus $i_- = i - i_+$ te vinden. Bij verdere verhooging van de potentiaal zullen steeds meer electronen tegen het vertragende veld kunnen inloopen, terwijl tevens de pos. ruimtelading voor de sonde zal verminderen. Tenslotte zal de sonde op de potentiaal van de ruimte zijn, en alle electronen die er op komen absorbeeren. Wordt de potentiaal dan nog hooger gemaakt, dan ontstaat vóór de sonde een negatieve ruimtelading en bij een vlakke sonde zal (afgezien van randeffecten) van nu af de stroom voorloopig constant blijven. Een toename treedt echter weer in zoodra de electronen voldoende snelheid krijgen om te ioniseeren. Dan verdwijnt, bij genoeg pos. ionen, de negatieve ruimtelading die den stroom begrenst, en deze kan, onder geschikte omstandigheden zeer sterk toenemen.

Langmuir neemt nu aan, dat de electronen, in de door hem gebezigde omstandigheden, een Maxwell-snelheidsverdeeling hebben, en leidt af dat in dit geval, voor een sondepotentiaal V, lager dan die van de omringende ruimte, zal gelden

$$\log i_- = C_1 + C_2 V$$

(i_- = electronenstroom naar sonde C_1 en C_2 constanten). Zoodra de potentiaal van de sonde boven die van de omringende ruimte komt zal i_- echter bij een vlakke sonde ongeveer constant worden. Dit geeft dus een middel om uit de sonde-karakteristiek de potentiaal van de ruimte af te leiden.

Het ligt voor de hand deze methode ook hier toe te passen om het potentiaalverschil tusschen de anode en het gas in de omgeving ervan te bepalen. De veronderstellingen van Langmuir zijn voor dit geval echter niet vervuld: de gasdruk is hier veel hooger, en de electronenstroomen zijn kleiner, zoodat de dikte van de ruimteladingslaag niet meer klein is t. o. v. de vrije weglengte en de electronendiffusie een niet te verwaarloozen rol speelt [1]). Hoewel we dus hier uit metingen van sondekarakteristieken quantitatief niet zooveel kunnen afleiden als de geciteerde schrijvers doen [2]), volgt er toch zeer duidelijk het verschil uit tusschen de twee ontladingsvormen, die mèt en zonder anodelicht.

Voor deze sondemetingen kan men in de eerste plaats gebruik maken van het beschreven toestel, door het eene blokje als anode, het andere als sonde te laten dienst doen. Op deze manier krijgt men karakteristieken, die al duidelijk spreken voor het optreden van een anodeval wanneer er licht op de anode zit, en het ontbreken daarvan bij donkere anode. Het bezwaar van deze manier is echter, dat sonde en anode even groot zijn, en de stroomen erheen ook gelijk worden, wanneer men beide op dezelfde potentiaal brengt.

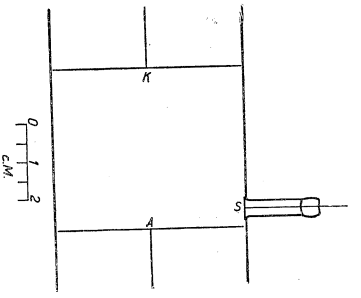


Fig. 6.

Om dit bezwaar te ondervangen werden de sondemetingen daarna in een afzonderlijk toestel uitgevoerd, waarvan het voornaamste stuk in fig. 6 is voorgesteld.

---

1) Deze heeft over 't algemeen veel meer invloed, dan gewoonlijk wordt aangenomen, zie G. Hertz Zs. für Phys. **32**, 298, 1925.

2) Behalve door Langmuir werd deze methode ook door anderen, bij hoogere drukken, toegepast om de potentiaalverdeeling, de electronensnelheden, en de electronendichtheden te bepalen, n.l. door K. T. Compton, L. A. Turner en W. H. Mc Curdy Phys. Rev. **24**, 597, 1924, voor de gestrieerde pos. zuil van een ontlading in kwikdamp (zie ook W. H. Mc Curdy, Phil Mag. **48**, 898, 1924, en door K. T. Compton en C. Eckart, Phys. Rev. **25**, 139, 1925 voor den laagspanningsboog in argon. Vooral bij deze laatste metingen is echter m.i. niet voldoende aandacht geschonken aan de, in den tekst genoemde bezwaren.

De anode (A) de verschuifbare kathode (K) zijn cirkelvormige koperplaten, die de doorsnee van de cylindrische glasbuis nagenoeg geheel vullen, de sonde S is een veel kleiner cirkelvormig koperplaatje, met den rand tegen het glas aansluitend, zoodat slechts één kant de geladen deeltjes opvangt. De neondruk bedroeg 1 cm, de afstand der electroden was zoo gekozen (42 mm) dat bij kleine stroomsterkten de anode donker was, bij grootere het gele laagje zichtbaar werd.

Volgens de boven beschreven manier werd daarop de sondestroom als functie van de sondespanning opgenomen, en daaruit de electronenstroom (i_-) afgeleid. In fig. 7 zijn de uitkomsten voor twee typische gevallen uitgezet.

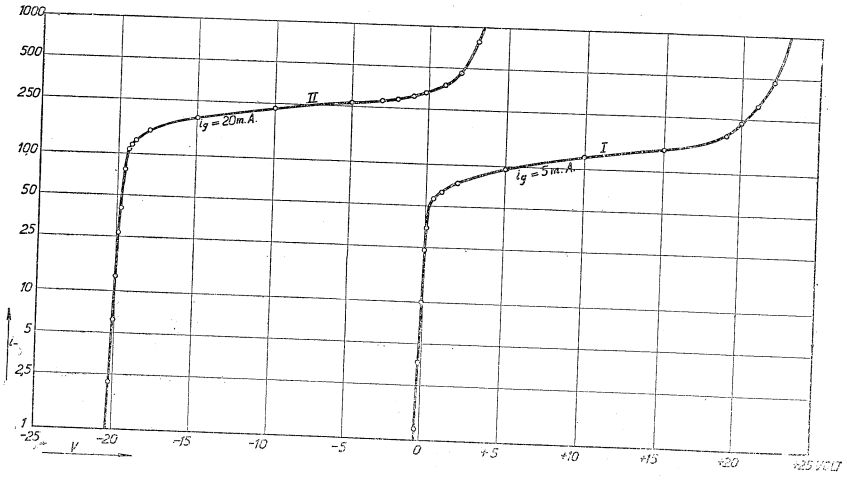


Fig. 7.

Kromme I $i_g = 5$ mA. Geen licht op anode.
Kromme II $i_g = 20$ mA. Geel laagje op anode.

i_g is de totale stroom naar de kathode, die gedurende elk der twee metingen constant werd gehouden. In de figuur is log i_- (electronenstroom) uitgezet als functie van V (de potentiaal van de sonde, gemeten t.o.v. de anode). De schaal is zoodanig dat 1000 overeenkomt met ca. 0.9 mA.

Men ziet hoe bij I de eerste sterke stijging van den electronenstroom in een gebied van ca. 1 Volt plaats heeft, waaruit mag worden afgeleid, dat de electronensnelheden van dezelfde orde van grootte zijn. Verder maakt de plotselinge richtingsverandering der kromme bij ca + 0,5 Volt het waarschijnlijk dat de potentiaal van de ruimte bij de sonde binnen 1 Volt gelijk is aan die van de anode.

Geheel anders zijn de omstandigheden bij II. Voor de electronensnelheid wordt ongeveer hetzelfde bedrag gevonden, maar de potentiaal van de anode blijkt nu ca. 20 Volt hooger te liggen dan die van de ruimte bij de sonde. Bij het opnemen van II treedt in de buurt van $V=0$ weer een uitgesproken stijging op — tegelijkertijd verschijnt een geel laagje op de sonde. De electronen beginnen dan weer voldoende snelheid te krijgen om te ioniseeren, er worden pos. ionen gevormd, die de negatieve ruimtelading verminderen en den stroom doen toenemen. Bij kromme I treden dezelfde verschijnselen op in de buurt van $V=+19$, dus ongeveer 19 Volt hooger.

Over fig. 7 is nog het volgende op te merken: de kromme II kan door verschuiving over 19,8 Volt en vermenigvuldigen van alle stroomsterkten met 0,5 (= verschuiven naar beneden in de logarithmische grafiek) tot samenvallen gebracht worden met kromme I (over het gebied van 0 tot 12 Volt). Dit maakt het, ook afgedacht van de beschouwingen van Langmuir, in hooge mate waarschijnlijk (mede in verband met hetgeen boven werd opgemerkt over het gele laagje op de sonde) dat de potentiaal van de sonde t.o.v. de omringende ruimte voor samenvallende punten precies dezelfde is, dat dus de potentiaal van de anode t.o.v. de omringende ruimte in het geval II ca 20 Volt hooger is, dan in het geval I.

Ook deze sondemetingen blijken dus in goede overeenstemming met wat de metingen over de verwarming deden verwachten.

Summary.

The amount of heat, developed at the anode of a glow discharge in neon is measured as a function of the gaspressure and the current. This energy equals about $i\varphi$ with a dark anode, but about $i(\varphi + V_i)$ when an anode glow is present (i = current, φ = constant of Richardson, V_i = ionizing potential). This larger value is ascribed to the fact, that in this case the amount of positive ions, diffusing from the cathode side is not sufficient to neutralize the negative space charge of the electrons.

The difference of a discharge with a yellow layer on the anode and that wit a red semisphere is discussed.

More arguments for the existence of such an anode fall are as follows: 1st the shape of certain plots for the voltage, e.g. as a function of the electrode distance (with constant pressure and constant current) and 2d the shape of collectorcharacteristics, measured according to the method of Langmuir, as discussed in the paper.

Eindhoven. NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER N. V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN

METINGEN AAN WOLFRAAMBOOGLAMPJES II

door W. DE GROOT.

De metingen, waarover vroeger een en ander werd medegedeeld [1]) werden nog voortgezet en wel in de eerste plaats met stikstof. Daar wij hier te doen hebben met een gas, dat zeer waarschijnlijk ook negatieve ionen vormt, moeten wij in dit geval een gansch ander gedrag verwachten dan bij een boog in edelgas. Dit bleek inderdaad het geval te zijn: Niet alleen was de spanning op de boog vele malen de ionisatiespanning, maar ook bleek de verwarming van de anode geheel afwijkend te zijn van die in neon, argon en kwik. Terwijl bij de laatst genoemde gassen het quotient

$$\frac{U_a}{i} = \frac{\text{energie vrijkomend aan anode}}{\text{stroomsterkte}}$$

nagenoeg gelijk is aan de „uittreepotentiaal" φ der electronen (4,52 Volt voor wolfraam), vind ik voor de anode in stikstof voor ditzelfde quotient een bedrag dat (onafhankelijk van de stroomsterkte) de uittreepotentiaal met ongeveer 26 V overtreft. Dit bedrag is van de orde van de ionisatiespanning van stikstof (17,7 V.). Dr. Holst gaf hiervan onmiddellijk de volgende verklaring: Dat de boog- en edelgassen op zoo lage spanning kan branden, is te danken aan het feit, dat er genoeg positieve ionen naar de anode toe diffundeeren om daar de ruimtelading der electronen weg te nemen die anders een beletsel zou vormen voor de electronenstroom naar de anode toe. [2]) Bij stikstof mogen wij verwachten, dat de opheffing van de ruimtelading door afgedwaalde positieve ionen niet mogelijk is, omdat daar ook nog negatieve ionen aanwezig zijn. Om hier de stroomdoorgang mogelijk te maken, moet zich de ontladingsvorm zoodanig instellen, dat er een extra aanvoer van positieve ionen nabij de anode komt; dit kan alleen, doordat vlak bij de anode electronen opnieuw ioniseeren, maar daarvoor is dan ook een „anodeval" die minstens gelijk is aan de ionisatiespanning, onontbeerlijk.

De uitkomsten der metingen mogen hieronder volgen:

---

[1]) Physica **5**, 121, 1925.

[2]) Vergelijk F. Penning (dit nummer) door wien soortgelijke effecten inderdaad werden geconstateerd bij ontladingen in verdunde edelgassen.

i (Amp.)	0,6	0,8	1,0	1,2
V (Volt)	71	63	58	55
$i\,V$	43	50	58	66
T_a (° K)	2900	3120	3280	3460
U_a (Watt)	18	25	30	37
$\frac{U_a}{i} - \varphi$	26	26	26	26

Wat de verwarming van de kathode betreft, deze is hier moeilijker aan de theorie te toetsen, omdat zelfs, wanneer men de spanning op de boog vermindert met de gevonden anodeval er nog een bedrag overblijft, dat de ionisatiespanning eenige malen overtreft. Dientengevolge zal ieder electron, dat de anode bereikt eenige malen hebben kunnen ioniseeren. Toevallig bleek, dat $U_k + i\,\varphi$ met groote benadering gelijk is aan

$$\tfrac{1}{2}\,i\,(V_i + V')$$

waarbij V' is de met de anodeval verminderde spanning op de boog.

Dit moge nog blijken uit de volgende waarnemingen:

i (Amp.)	0,6	0.8	1,0	1,2
V'	47	40	35	32
T_k (° K)	2880	2960	3010	3080
$U_k + i\,\varphi$	21	23	27	29
$\frac{1}{2}\,i\,(V_i + V')$	20	23	26	30

Iets dergelijks als bij stikstof werd gevonden bij een boog in koolmonoxyde. De anodeval bleek hier gelijk te zijn aan 31 Volt ongeveer. De volledige uitkomsten zijn:

i	0,6	0,8	1,0	1,2
V	88	78	71	66
T_a	2930	3120	3370	3420
U_a	22	29	35	41
$\frac{U_a}{i} - \varphi$	32,5	32	30,5	29,5

Opmerkelijk is dat hier het bedrag van de anodeval de ionisatiespanning van C O (14 Volt) meer dan tweemaal overtreft.

De waarden gemeten aan de kathode bleken hier niet door dezelfde empirische formule als bij stikstof te worden voorgesteld.

Tenslotte, ook in verband met de medegedeelde waarnemingen aan neon, enz. nog een enkele opmerking over de nauwkeurigheid der waarnemingen.

De mogelijke nauwkeurigheid der temperatuurwaarnemingen werd door mij vroeger [1]) opgegeven als:

$$\pm\ 4^\circ \quad \text{bij } 2000^\circ$$
$$\pm\ 10^\circ \quad \text{bij } 3000^\circ.$$

Wanneer wij deze getallen vervijfvoudigen, verkrijgen wij grenzen die zeker bij de meting niet zijn overschreden. Aan deze laatste grenzen beantwoordt een onzekerheid in het bedrag der uitgestraalde energie van $\pm 5\ \%$. Hierdoor is de grootste onzekerheid in U_a en $U_k \pm 2$ W. Hierdoor worden de getrokken conclusies niet beïnvloed.

Summary.

Temperature measurements of the electrodes of an arc discharge in Nitrogen and in Carbon monoxyde proved the existance of an anode drop equal to 26 V. in N_2 and 31 V in CO. It is probable that this anode drop is necessary to produce positive ions near the anode, which, neutralising the space charge due to the negative ions, make the arc discharge possible.

[1]) Physica **4**, 157, 1924.

Eindhoven, Juli 1925. NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN.

HET OPMERKEN VAN LICHTCONTRASTEN IN EEN MIST

door J. SPIJKERBOER.

In een in 1905 verschenen artikel [1]) noemt Schuster een atmosfeer „mistig" als van de straling in die atmosfeer, tengevolge van de aanwezigheid van kleine deeltjes, een merkbare fractie wordt *verstrooid*.

De vraag, waardoor de sterkte der lichtcontrasten in zulk een atmosfeer wordt bepaald en hoe sterk die contrasten kunnen zijn, is zoowel belangrijk voor verschillende wetenschappelijke problemen als voor vraagstukken, die door het moderne verkeer aan de orde komen.

[1]) A. Schuster, Radiation through a foggy atmosphere, Astroph. Journal, **21**, 1, 1905.

We zullen onze aandacht moeten vestigen op 't *aantal* verstrooiende deeltjes (afhankelijk van dikte en dichtheid der atmosfeer) en op de *golflengte* der beschouwde straling omdat volgens de theorie van Lord Rayleigh de verstrooiïngscoëfficiënt afhankelijk is van de golflengte.

Bestaat de verstrooiende atmosfeer uit een gaslaag, zoodat de afmetingen der verstrooiende deeltjes klein zijn ten opzichte van de golflengte, dan zal de verstrooiïngscoëfficiënt omgekeerd evenredig zijn met de vierde macht der golflengte. Nemen we dus b.v. voor roode straling $\lambda_r = 0{,}8\ \mu$ en voor violette straling $\lambda_v = 0{,}4\ \mu$ dan zal voor rood de laag 2^4 of 16 maal zooveel verstrooiende deeltjes kunnen bevatten (bij constante dichtheid dus 16 maal zoo dik mogen zijn) voor het verstrooiïngseffect hetzelfde wordt als voor violet.

Al zal in een aardsche mist, veroorzaakt door de aanwezigheid van kleine waterdeeltjes, deze sterke invloed van de golflengte niet optreden, is ook daarin de verstrooiïng voor rood licht minder sterk dan voor violet licht. Van een in een mist dringenden rooden bundel zal relatief meer intensiteit in den bundel blijven, meer intensiteit diep doordringen en ook een grootere fractie van de op een bepaalde plaats verstrooide straling tot ons oog terugkeeren dan voor violet licht.

Er is door automobilisten op gewezen, dat het gebruik van oranje of rood licht bij mist voordeelen oplevert. Terecht! Niet alleen zal, bij het gebruiken van lichtfilters, die rood doorlaten, 't verkeer minder door „verblinding" worden gehinderd, doch bovendien zullen èn door de personen op den weg èn door den bestuurder in de roode straling meer details worden onderscheiden.

Door een paar eenvoudige proeven kan duidelijk worden gemaakt, wat hier wordt bedoeld. In een wijd cylindervormig bekerglas plaatsen we een kleiner vat van denzelfden vorm, waarin we een gloeilamp laten branden. Tusschen de wanden brengen we water, waarin een mastixoplossing, onze „mistige" atmosfeer. We kunnen zooveel mastixoplossing toevoegen, de dichtheid zóó regelen, dat we de draden van de lamp nog juist kunnen onderscheiden, als we door een rood filter waarnemen. Nemen we daarna een blauw filter, dan zijn de draden niet meer te zien.

Of een tweede proef! Op een planparallel bakje, waarin mastixoplossing in water, laten we een evenwijdigen lichtbundel vallen. Is dat licht te voren gegaan door een blauw filter, dan zullen we

een zwart bandje nog tot een zekere diepte in de oplossing kunnen onderscheiden. Gebruiken we een rood filter, dan kunnen we 't bandje nog onderscheiden terwijl zich een dikkere laag van de oplossing bevindt tusschen het bandje en ons oog.

Ik wil nog wijzen op enkele gevallen, waarbij de hier behandelde kwestie in aanmerking kan worden genomen.

1. Wanneer wij aan den ochtendhemel de sterren nog onderscheiden kunnen of aan den avondhemel de sterren weer beginnen te onderscheiden, beteekent dit, dat de intensiteit van het licht van de ster, dat door de verstrooiende aardsche atmosfeer heen ons oog bereikt, een merkbare fractie is van de intensiteit der zonnestraling, die door de op den weg, dien 't sterrelicht in de atmosfeer aflegt, gelegen luchtmoleculen in de richting van ons oog wordt verstrooid. Wanneer 1 % in intensiteit wordt onderscheiden [1]) zal een ster kunnen worden opgemerkt, indien de intensiteit van 't doorgelaten sterrelicht 1 % bedraagt van de door de moleculen verstrooide intensiteit der zonnestraling.

Wanneer we door een rood filter waarnemen zal van 't roode licht van de ster (dat minder verstrooid wordt) de intensiteit relatief meer worden, n.l. een grootere fractie van de door de ster in de atmosfeer gezonden roode intensiteit dan eerst voor 't witte licht. De verstrooide energie zal daarentegen relatief minder zijn voor deze roode straling dan voor de witte. Het contrast van de ster tegenover den lichten hemel wordt sterker.

Wanneer dus de zon ondergaat zal een ster voor rood licht eerder zichtbaar worden dan voor wit licht. Voor straling uit 't infrarood zal dit relatief nog sterker gelden. 't Zou de moeite waard zijn na te gaan, hoe sterk de invloed van dit effect kan zijn.

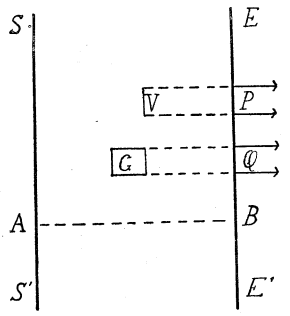
2. We denken ons de buitenste lagen van de zonne-atmosfeer enkel verstrooiend en de binnenste kern stralend volgens de cosinuswet. SS' zij een deel van 't grensvlak van de stralende kern; EE' de buitenste grenslaag, waarbuiten geen, of niet merkbaar, verstrooiende deeltjes meer aanwezig zijn.

De optische massa tusschen SS' en EE' stellen we H; d.i. de som der waarden st tusschen SS' en EE', als t de verplaatsing loodrecht op SS' aangeeft in een gebied waar s de verstrooiïngscoëfficiënt is.

---

[1]) Zie H. von Helmholtz, Handbuch der Physiologischen Optik, II, 144, 1911 (dritte Auflage.)

In de verstrooiende atmosfeer bevinde zich een gebied G, dat geen straling doorlaat en dat, ten opzichte van de diepte der laag AB, zóó gering van afmetingen wordt verondersteld, dat tusschen dat gebied G en de grenslaag EE' de bestralingscondities niet merkbaar door de aanwezigheid van dat gebied G worden beïnvloed.



We vragen, wat 't verschil zal zijn tusschen de intensiteit, die in P uit de grenslaag komt en die, welke in Q uit de grenslaag treedt.

De straling in V (even diep binnen de atmosfeer gelegen als G), in een richting loodrecht op EE', kan bij gebruik maken van een benadering volgens Schuster worden aangegeven door de formule

$$b(x) = \frac{x+1{,}5}{H+1} - e^{(x-H)} \frac{0{,}5}{H+1} \qquad (1)$$

wanneer x de optische massa voorstelt gelegen tusschen V en P [1]). De straling in P is

$$b(o) = \frac{1{,}5}{H+1} - e^{-H} \frac{0{,}5}{H+1} \qquad (2)$$

Van de straling, gegeven door (1) wordt het bedrag

$$b(x) \times e^{-x} \qquad (3)$$

door de laag VP doorgelaten.

Verminderen we (2) met (3) dan vinden we de straling, die door verstrooiïng binnen het gebied VP in P terecht komt. Dit is ook de straling die uit Q treedt.

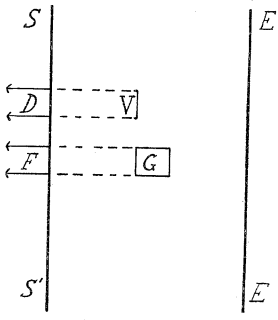
De intensiteit der in SS' invallende straling is als eenheid gekozen.

Voor verschillende waarden H en x heb ik in onderstaande tabel de intensiteiten der stralingen S_P en S_Q, resp. in P en Q uit de laag tredend, vereenigd (alleen voor een richting loodrecht op EE'). Door de bij elkaar behoorende waarden S_P en S_Q te vergelijken, ziet men het contrast.

1) Zie een artikel „Verspreiding van licht door onregelmatige breking en door moleculaire verstrooiïng", Versl. kon. Ak. v. Wet., 32, 934, 1923.

H \ $x=$	H		$\frac{H}{2}$		$\frac{H}{4}$	
	S_P	S_Q	S_P	S_Q	S_P	S_Q
8	0,17	0,17	0,17	0,16	0,17	0,12
4	0,30	0,28	0,30	0,21	0,30	0,12
1	0,66	0,29	0,66	0,15	0,66	0,07

3. Onderzoeken we ten slotte, wat de contrasten zijn, wanneer de straling wordt beschouwd, die terugkeert in de richting van waaruit de bestraling plaats heeft.



Denk weder een vlakke verstrooiende laag, bestraald vanuit $S\,S'$ volgens de cosinuswet.

De optische massa tusschen $S\,S'$ en $E\,E'$ worde weer gemeten door H. G zij weer een gebied, dat niet verstrooit, van afmetingen, die gering worden verondersteld ten opzichte van de diepte der verstrooiende laag.

De optische massa tusschen V en laag $E\,E'$ zij x. De straling in V in een richting loodrecht op $S\,S'$ en naar $S\,S'$ toe kan worden voorgesteld door:

$$a\,(x) = \frac{x-0{,}5}{H+1} + e^{-x}\,\frac{0{,}5}{H+1} \qquad (4)$$

De straling in D in dezelfde richting is:

$$a\,(H) = \frac{H-0{,}5}{H+1} + e^{-H}\,\frac{0{,}5}{H+1} \qquad (5)$$

Van de straling, gegeven door (4) wordt het bedrag

$$a\,(x) \times e^{-(H-x)} \qquad (6)$$

door de laag $V\,D$ doorgelaten.

Verminderen we (5) met (6), dan vinden we de straling, die door verstrooiïng binnen het gebied $V\,D$ in D terecht komt. Dit is ook de straling, die bij F uit de atmosfeer treedt.

De bijbehoorende tabel is nu:

$H-x$ / H	$\frac{1}{2}$		1		2		4		8		20		40		80	
	S_D	S_F	S_D	S_F	S_D	S_F	S_D	S_F	S_D	S_F	S_D	S_F	S_D	S_F	S_D	S_F
80	0,98	0,39	0,98	0,62	0,98	0,85	0,98	0,96	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98
40	0,96	0,38	0,96	0,61	0,96	0,84	0,96	0,94	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	—	—
8	0,83	0,36	0,83	0,59	0,83	0,75	0,83	0,82	0,83	0,83	—	—	—	—	—	—
4	0,70	0,34	0,70	0,52	0,70	0,66	0,70	0,70	—	—	—	—	—	—	—	—
1	0,34	0,25	0,34	0,34	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Summary.

Some remarks are given on radiation trough a foggy atmosphere.

1. A star car be distinguished through our scattering terrestrial atmosphere for red or infra-red radiation when this is not yet the case for blue or white radiation.

2. The difference of intensities when an absorbing body is observed in the scattering solar atmosphere is calculated for several optical masses of that atmosphere and several places of that absorbing body.

3. The contrast of intensities of radiation returning from a scattering atmosphere is also calculated for several depths of that atmosphere and several places of the body that causes the contrast.

Bussum, Mei 1925.

DE STRUCTUUR VAN BREITHAUPTIET.

door W. F. DE JONG.

Het dihexagonaal-bipyramidale mineraal breithauptiet, Ni Sb, bezit gelijke structuur als Ni As [1]),

$$\text{Ni} \left\{ \begin{matrix} 0\ 0\ 0 \\ 0\ 0\ {}^1/_2 \end{matrix} \right. \quad \text{en} \quad \text{Sb} \left\{ \begin{matrix} {}^1/_3\ {}^2/_3\ {}^3/_4 \\ {}^2/_3\ {}^1/_3\ {}^1/_4 \end{matrix} \right. ;$$

(Schoenfliesgroep D^4_{6h}). Een Röntgenogram volgens de methode van Debije en Scherrer met ijzerstraling (K_α en K_β) opgenomen, vertoont de lijnen als opgegeven in de tabel 1 op blz. 242.

1) Physica **6**, 1925, p. 194.

Vlak	$\sin^2\frac{\vartheta}{2}$		Intensiteit	
	berekend	waargenomen	berekend	waargen.
0001	0,035		0	
$10\bar{1}0$	80		3,2	
$\beta\ 10\bar{1}1$	94	94	475	2
$10\bar{1}1$	115	115	1320	10
β 0002	116		16	
0002	142	142	45,3	1
$\beta\ 10\bar{1}2$	182	182	293	1
$\beta\ 11\bar{2}0$	197	198	287	1
$10\bar{1}2$	222	222	813	10
$11\bar{2}0$	240	240	798	10
$11\bar{2}1$	275		0	
$\beta\ 20\bar{2}1$	294	296	104	1
$\beta\ 11\bar{2}2$	312		25,5	
$20\bar{2}0$	321		0,5	
$\beta\ 10\bar{1}3$	327	330	89	1
$20\bar{2}1$	356	358	288	6
$\beta\ 20\bar{2}2$	381	381	107	4
$11\bar{2}2$	382		70,8	
$10\bar{1}3$	399	399	247	7
$20\bar{2}2$	463	464	298	8
β 0004	464		32	
$\beta\ 21\bar{3}1$	489		117	
$\beta\ 20\bar{2}3$	522		58	
$11\bar{2}3$	559		0	
$21\bar{3}0$	562	566	0,5	2
0004	567		89	
$\beta\ 21\bar{3}2$	575	582	164	1
$\beta\ 30\bar{3}0$	592		89	
$21\bar{3}1$	597	597	325	12
$20\bar{2}3$	640	636	160	5
$10\bar{1}4$	647		0,5	
$\beta\ 11\bar{2}4$	661	666	182	3
$21\bar{3}2$	704	702	455	13
$\beta\ 21\bar{3}3$	722	722	120	11
$30\bar{3}0$	722		246	
$30\bar{3}1$	757		0	
$11\bar{2}4$	807	806	505	20
$30\bar{3}2$	864	866	44,4	3
$21\bar{3}3$	881	878	333	15
0005	886		0	
$20\bar{2}4$	888		0,5	

Die van de K_α-straling voldoen aan de kwadratische formule

$$\sin^2\frac{\vartheta}{2} = 0{,}08024\,(h^2 + i^2 + h\,i) + \\ + 0{,}03537\,l^2\,,$$

($h\,i\,l$ resp. 1ste, 2de en 4de index volgens Bravais),

zoodat $a = 3{,}938$ en
$c = 5{,}138$;
$\frac{c}{a} = 1{,}305$.

De berekende intensiteiten [1]) van de gemeten lijnen worden in fig. 1 vergeleken met het fotometer-diagram (de ligging van zeer zwakke lijnen, soms in het diagram nog te herkennen, is moeilijk nauwkeurig op te meten; deze lijnen vallen dikwijls goed samen met berekende, sommige kunnen echter ook van verontreinigingen van het mineraal afkomstig zijn.

Het blijkt, dat evenals bij andere sulfiden, als diffractiecentra het best atomen en niet ionen aangenomen kunnen worden.

Voor de waarde c/a geeft Dana in „A system of Mineralogy" op 0,8586 of 1,288; hier is vlak ω ($30\bar{3}2$) derhalve de feitelijke primaire bipyramide. (Vergelijk Groth „Chemische Kristallographie" I).

Het berekende soortelijk gewicht 8,7 komt niet geheel overeen met de opgegeven waarde 7,541 (Dana) of 8,09 (Brand, Zt. f. Krist. 1887, 12, p. 235.)

De afstand van een atoom tot de zes naastliggende ongelijksoortige atomen bedraagt 2,61 Å, in goede over-

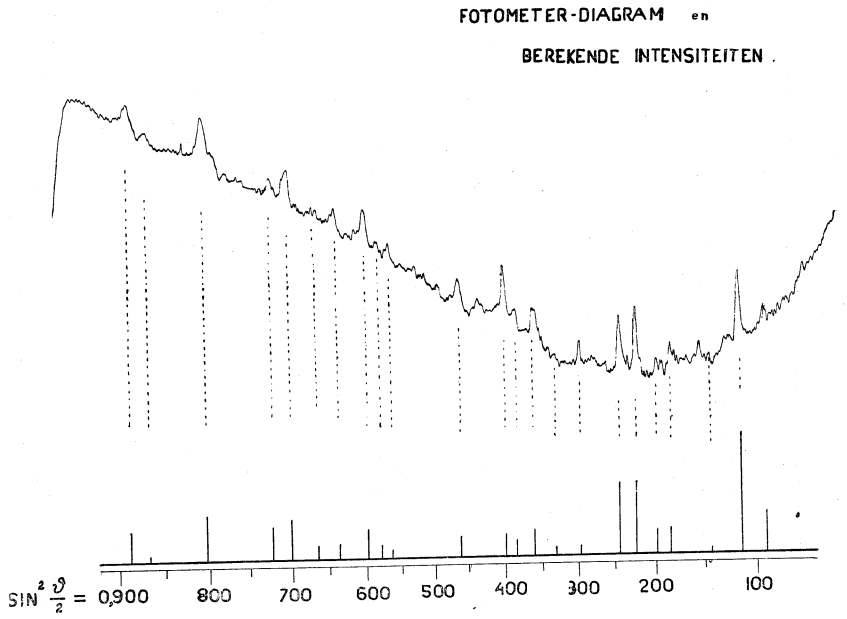


Fig. 1.

eenstemming met de waarden van de atoomcombinatiestralen door Bragg opgegeven: (Ni) 1,31 + (Sb) 1,40 = 2,71 Å.

Ten slotte spreek ik te dezer plaatsegaarne mijn dank uit aan prof. J. A. Grutterink voor den steun dien ik bij de onderzoekingen mocht ondervinden.

1) Als in het genoemde artikel.

Delft. MINERALOGISCH LABORATORIUM.
V. D. TECHNISCHE HOOGESCHOOL.

BOEKBESPREKING.

T. Ehrenfest-Afanassjeewa. **Wat kan en moet het meetkunde-onderwijs aan een niet-wiskundige geven?** Serie: Paedagogische voordrachten, 27 blz. — Uitg. J. B. Wolters, Groningen-Den Haag, 1924.

Mevrouw Ehrenfest vraagt zich in dit geschriftje af, of het zin heeft, menschen zonder bijzonderen aanleg voor wiskunde met de wiskunde en hare toepassingen in aanraking te brengen. Er zijn tal van zwakke leerlingen, ouders, ja zelfs wiskunde-leeraren, die tegenwoordig hieraan twijfelen, geleid door de slechte ervaringen van het onderwijs, en het schijnt soms wel, alsof aan de tegenwoordige programma's en eindexameneischen juist dat ontbreekt, wat de wiskunde, speciaal ook de meetkunde, tot een algemeen ontwikkelend vak zou kunnen maken.

Het is met het oog hierop, dat de schrijfster duidelijk wil maken wat de algemeenvormende waarde van het wiskunde-onderwijs is en door welke eigenschappen dit onderwijs de plaats moet behouden, die het tot nu toe in het onderwijs innam.

De gedachtengang van Mevrouw Ehrenfest, waard door ieder rustig overdacht te worden, is in het kort deze. Zij legt den nadruk op het feit, dat in elk inzien een onbewust en een bewust element schuilt, dat bij ieder verwerven van inzicht twee stappen noodzakelijk zijn, het *zien* van een zekeren trek in het beeld, dat we in ons hoofd hebben, en het *zich bewustworden* daarvan. Te weinig geeft men er zich rekenschap van, dat dit laatste, de logische actie, onmogelijk is zonder de eerste, die de schrijfster de intuïtieve noemt, en zij staaft de juistheid van haar bewering o.a. door de uitspraak van Gauss, dat hij zekere stelling weliswaar reeds gevonden, maar nog niet bewezen had. Aangezien de logische vorm de afsluiting, en slechts de afsluiting, is van een denkproces of een uitgangspunt van een nieuwe onderzoeking, moet men het geheele wiskunde-onderwijs niet concentreeren op het logisch afleiden der stellingen alleen. Een belangrijke plaats in het onderwijs moet juist de ontwikkeling van dit intuïtieve inzicht innemen, zonder welk geen logisch proces mogelijk is. Eerst dan is een vruchtbaar — en eveneens onmisbaar — logisch werk mogelijk.

In de meetkunde nu zijn twee geheel verschillende takken van wetenschap doorééngestrengeld: de *Ruimteleer* en de *Axiomatica der Meetkunde*. Het intuïtieve materiaal der Ruimteleer is datgene, wat het ruimtelijk voorstellingsvermogen levert, hetgeen dan later aan een logische bewerking wordt onderworpen. Het intuïtieve materiaal der Axiomatica zijn al de stellingen, die voor ons de Ruimteleer vormen, de logische bewerking hiervan plaatst de meest essentieele op den voorgrond en onderwerpt hen aan een bepaald critisch onderzoek.

Aangezien de vormende waarde van het meetkunde-onderwijs de ontwikkeling der logica is, kan dit doel wel degelijk bereikt worden, indien men niet nalaat die voorwaarden te verschaffen, zonder welke het denken zelf onmogelijk is. Deze voorwaarden zijn: een voldoende voorraad van intuïtie en de belangstelling om deze te analyseeren. De schrijfster geeft nu aan, in welk opzicht naar haar meening de tegenwoordige onderwijsmethode hierin te kort schiet en eindigt met een aantal voorstellen. Die voorstellen bestaan in de invoering van *a*) een *propaedeutischen* cursus, waarin geen stellingen worden bewezen, doch verschillende voorbereidende oefeningen worden gemaakt teneinde het ruimtelijk voorstellingsvermogen te ontwikkelen, *b*) een *systematischen* cursus, waarin de stellingen bewezen worden met groote zelfwerkzaamheid der leerlingen, en *c*) een *axiomatische* herziening van het geleerde. Ten slotte geeft Mevrouw Ehrenfest nog eenig materiaal voor dezen propaedeutischen cursus.

Zooals men ziet bevat deze voordracht, rijk aan uitstekende gedachten, veel waarvan het meetkunde-onderwijs op den duur zijn nut kan hebben. De groote verdienste van de schrijfster is, dat zij de vele bezwaren, tegen het overgeleverde meetkunde-onderwijs ingebracht, concretiseert, zoowel door een aantal omlijnde punten van kritiek als door een aantal omlijnde punten van hernieuwing. Van deze laatste geldt natuurlijk. dat eerst de praktijk van de „nieuwe school" de juist- of onjuistheid van de concrete programmapunten van Mevrouw Ehrenfest's propaedeutischen cursus kan aantoonen, en de veertien punten, die de voordracht noemt, zijn in de eerste plaats bestemd om de mogelijkheid van een uitgebreiden propaedeutischen cursus aan te toonen. Haar drie punten van critiek op het tegen-

woordige alleen-logische onderwijs hebben uiteraard een ander karakter, en vatten zeer goed de bezwaren samen, die de pedagoog daartegen kan inbrengen en reeds vaak heeft ingebracht.

Men moet, willen wij toevoegen, daarbij niet vergeten, dat Euclides' boeken over planimetrie en stereometrie, die immers nog steeds bijna letterlijk gevolgd worden, reeds lang in een uitzonderingspositie zijn. De resultaten van het mathematische onderzoek der Grieken, voornamelijk overgeleverd door de werken van Apollonius, Archimedes, Diophantus en Euclides, zijn, nadat zij eeuwen lang vrijwel letterlijk van geslacht op geslacht zijn overgeleverd, thans nagenoeg geheel versmolten in de nieuwere theorieën. Versmolten in dier voege, dat slechts historici der wiskunde nog met den preciesen inhoud der Grieksche geschriften op de hoogte zijn. Een uitzondering maken, merkwaardigerwijze, slechts enkele boeken van Euclides' „Elementen", hoofdzakelijk de vier eerste en de twee laatste boeken, die nog steeds in de vorm van het „leerboek der planimetrie", en het „leerboek der stereometrie" worden overgeleverd van geslacht op geslacht. Mevrouw Ehrenfest's geschrift levert een kritiek op de juistheid dezer opvatting, te meer klemmend voor wie inziet, dat pedagogische bezwaren, in te brengen tegen een behandeling op onze scholen van de verhoudingen volgens Euclides' vijfde, of van de irrationaliteiten volgens Euclides' tiende boek, ook in te brengen moeten zijn tegen die van Euclides' eerste vier en laatste twee boeken.

Mevrouw Ehrenfest bepaalt zich in haar voordracht uitsluitend tot de eene zijde van het vraagstuk: de verandering in het wiskunde-onderwijs met het oog op het verstandelijk vermogen der leerlingen. De andere zijde is de vraag naar de verandering der leerlingen in verband met het onderwijs, vraag van groote beteekenis in dezen tijd, nu allerwege geklaagd wordt, op middelbare school, hoogeschool en universiteit, over de daling van het intellectueele peil der leerlingen. Deze, de sociale zijde van het vraagstuk, belicht zij niet. Wij kunnen dus volstaan met op te merken, dat zij haar hervormingsvoorstellen in geen enkel opzicht indient met de bedoeling, het onderwijs te willen vervlakken, bedoeling, die inderdaad verderfelijk ware. Integendeel leidt haar onderzoek juist tot voorstellen, die het onderwijs effectiever kunnen maken.

Wij zouden met deze aankondiging kunnen volstaan, indien Mevrouw Ehrenfest's voordracht niet het onderwerp was geweest van een, niet altijd geheel nobele, kritiek van de zijde van den heer Dijksterhuis (E. J. Dijksterhuis: Moet het meetkunde-onderwijs gewijzigd worden? Bijvoegsel van het N. T. v. Wiskunde I (1924—'25) p. 1—26). Ons heeft in deze kritiek gehinderd, dat de heer Dijksterhuis door verschillende opmerkingen, als b.v. de aanhaling van Schopenhauer, waarvan, zooals hijzelf erkent, de conclusies volmaakt van die van Mevrouw Ehrenfest verschillen, probeert direkt de lachers op zijn kant te krijgen; intusschen vertegenwoordigt deze kritiek in het algemeen zeer goed de opvatting van hen, die in de juistheid van het meetkunde-onderwijs van tegenwoordig gelooven. De bezwaren van den heer Dijksterhuis tegen den propaedeutischen cursus, zooals Mevrouw Ehrenfest dezen voorstaat, zijn evenwel, naar ons schijnt, weinig anders dan de argumenten van hen, wier twintig eeuwen routine ten dienste staan tegenover degene, die nieuwe dingen wil invoeren, en die daarom juist door die routine over het gemak van honderd voorbeelden uit de oude praktijk kan vervoegen; daarbij beschouwt de heer Dijksterhuis o.a. de scheiding van planimetrie en stereometrie tezeer van de streng-logische

kant van Euclides; hetzelfde geldt daar, waar hij, vraagstukken over den onderlingen stand van rechten en vlakken, precies als in Euclides' elfde boek in het begin van het stereometrie-onderwijs plaatsen wil. Het is niet onze taak, hier de kritiek van den heer Dijksterhuis op den voet te volgen. Wij raden hen, die rustig met alle argumenten der tegenstanders van Mevrouw Ehrenfest's denkbeelden kennis willen maken, aan deze kritiek te bestudeeren. En daarbij niet te vergeten, dat één der redenen, die de heer Dijksterhuis bewogen zijn kritiek te schrijven, volmaakt gegrond is: de vrees, dat Mevrouw Ehrenfest's betoog kan worden gebruikt door voorstanders van de vervlakking van het onderwijs, die haar voorstellen zullen kunnen uitleggen om de meetkunde tot teekenonderwijs, en het gesloten, streng, betoog tot een koffiepraatje te verlagen. Wij hebben intusschen in Mevrouw Ehrenfest's betoog geen aanwijzingen aangetroffen, die haar voor dit doel verantwoordelijk zouden stellen. Integendeel.

D. J. S.

Le Soleil, ses phénomènes les plus importants, leur littérature et leur explication, par *A. Brester Jr.*, préparé à la publication par les soins du Dr. T. van Lohuizen, 315 p., 35 fig. — W. P. van Stockum et fils, la Haye, 1924.

Onder bovenstaanden titel is de volledige zonnetheorie van Dr. A. Brester Jr., die in Juni 1919 overleden is, gepubliceerd door de zorgen van Dr. T. van Lohuizen. De publicatie werd mogelijk gemaakt door finantieelen steun van het Genootschap „Diligentia", waarvoor wel een woord van bijzondere waardeering op zijn plaats is. De denkbeelden van Brester waren weliswaar bekend uit zijn talrijke grootere en kleinere publicaties, maar er bestaat nog een groot onderscheid tusschen een opvolging van publicaties loopend over een tijdvak van dertig jaren, met, noodzakelijkerwijs, telkens weer gewijzigde opvattingen en uit den aard der zaak elk slechts handelend over een beperkt deel der theorie, en de volledige theorie, waarin alle details zijn aangegeven en met elkaar in verband gebracht. Dit laatste nu geeft ons „le Soleil." De tekst is nog geheel door Brester zelf opgesteld en zonder eenige verandering afgedrukt zooals hij in 1919 gereed was gekomen, zoodat wij een volledig beeld ervan krijgen hoe Brester zelf zich de synthese van alle hem bekende feiten, theorieën, hypothesen en vermoedens heeft voorgesteld.

En welk een synthese! Bij het doorwerken van het boek wordt telkens weer onze bewondering opgewekt voor de groote kunstvaardigheid, waarmede een organisch geheel wordt opgebouwd uit de verwarrende veelheid der feiten. Hoe scherp weet Brester aan de meest verschillende verschijnselen de juistheid van zijn grondgedachte te toetsen. Overal triumpheert zijn inzicht: de zonneverschijnselen wijzen op de meest volstrekte *rust* op de zon — geen uitbarstingen, geen wervelstormen met snelheden van eenige duizenden meters per secunde, geen heftige explosies van waterstofvlammen tien, twintigmaal grooter dan de geheele aarde, maar rust; rust, die slechts schijnbaar in strijd is met wat het oog des waarnemers meent te zien, met wat de spectroscoop schijnt aan te toonen. Dit deel van Brester's werk is vermoedelijk het blijvende en dit zijn grootste glorie: de eerste te zijn geweest, die de onhoudbaarheid van de theorie der stormen en wervels in de zonneatmosfeer heeft ingezien en reeds in 1888 heeft bestreden. Wij, als Nederlanders, mogen er trotsch op zijn, dat het twee Nederlanders waren,

Brester en Julius, die, zij het langs geheel verschillende wegen, het eerst tot deze volkomen nieuwe opvatting van de zonneverschijnselen zijn gekomen — een opvatting trouwens, die blijkbaar zoo moeielijk tot geestelijk eigendom te maken is, dat het meerendeel der in de eerste plaats waarnemende astronomen in Amerika en elders er nog niet aan toe is.

Wat de theorie zelf betreft, hierover kan men van meening verschillen met Brester. Het doet vreemd aan, dat elke wiskundige beschouwing uit het boek gebannen is. Nergens ook vindt men een schatting van de kwantitatieve zijde der problemen. Vele beweringen, die als vanzelf evident geponeerd worden, zijn aanvechtbaar. Ook is in de vijf à zes jaar, die het werk oud is, reeds veel verouderd. Er zijn in dit kort tijdsverloop nieuwe inzichten ontstaan en nieuwe feiten ontdekt, die van grooten invloed zijn op astrofysische beschouwingen in het algemeen en op de zonnetheorie in het bijzonder: ik wijs slechts op het werk van Saha, van Bohr, van Sommerfeld, op de nieuwere onderzoekingen betreffende het magnetisme in zonnevlekken, die bewezen hebben, dat de wet van Hale niet zoo is als Brester meende te moeten verwachten, op nieuwere onderzoekingen betreffende de zonneconstante en zoo veel meer. Dit is natuurlijk geen fout van een theorie uit 1919, maar het bewijst wel, dat deze theorie niet zoo af en zoo onweerlegbaar is als de schrijver, blijkens menige uitlating, schijnt gedacht te hebben.

De uitgave is goed verzorgd wat papier, formaat en letter betreft. Een fraai portret van den schrijver treft men op de eerste bladzijde aan. Jammer genoeg komen er vrij veel drukfouten in voor; in het bijzonder de verwijzingen van den tekst naar de bibliografische index zijn op vele plaatsen mis: zoo staat bijv. op pag. 147, 1ste regel: (*l l d*), moet staan: (*l d*), op pag. 148: (*b o*), moet zijn: (*o b*) enz., hetgeen groot ongemak bij het naslaan geeft. Een bepaald gemis is verder het ontbreken van een register. Maar alles te samen genomen zijn dit slechts kleine vlekjes op het werk, die niet vermogen onzen eerbied voor de geduldige toewijding, waarmede Brester zijn theorie heeft opgebouwd, te niet te doen.

H. Gr.

TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN.

Bernhard Hell, J. Robert Mayer und das Gesetz von der Erhaltung der Energie, 163 blz. —. Fr. Frommans Verlag (H. Kurtz) Stuttgart 1925. Prijs ing. M. 4.—, geb. M. 5½.

Richard von Mises, Die Differential- und Integralgleichungen der Mechanik und Physik; 680 blz., 76 fig. — Fr. Vieweg und Sohn, Braunschweig 1925. Prijs ing. M. 40.—, geb. M. 44,—.

MEDEDEELINGEN.

Men verzoekt ons het volgende mede te deelen:

The programme of the annual autumn *meeting of the Institute of Metals,* which has just been issued, is an attractive one. Held *in Glasgow,* the meeting begins on September 1 wit a lecture by

Sir John Dewrance, K.B.E., on "Education, Research & Standardisation". The mornings of September 2 and 3 will be devoted to the reading and discussion of no fewer than sixteen papers dealing with many differing aspects of metallurgical work. In the afternoons visits will be paid to works in the Glasgow district and in the evening of September 2, a reception is to be given by the Lord Provost and Corporation of Glasgow. The concluding day of the meeting, September 4, is set apart for a visit to the Trossachs and Loch Lomond. A copy of the programme, giving full details of the arrangements and of a membership election to be completed in time for the meeting, can be obtained on application to the Secretary, Mr. G. Shaw Scott, M. Sc., 36 Victoria Street, London, S.W. 1.

STRIKVRAGEN.

Vraag XXIX. **Wanneer bij zonsondergang een volledige regenboog zichtbaar is, en de zon zinkt achter de kim, op welke wijze verdwijnt dan de regenboog?**

Antwoorden en nieuwe strikvragen in te zenden aan het gewone adres der Redactie.

Antwoordt op vraag XXVII, luidende: *Gegeven zijn twee volkomen gelijke wolfraamdraden, waarvan de eerste recht wordt uitgespannen en de tweede tot een spiraal (schroeflijn) wordt gewonden. Wanneer nu beide draden in vacuo met hetzelfde vermogen worden gestookt, welke draad geeft dan het meeste licht?*

Indien een draad niet recht is, worden sommige deelen getroffen door straling, die van andere deelen afkomstig is. Onderstellen wij eerst, dat de beschouwde draden zwart zijn (dus alle licht absorbeeren en niets terugkaatsen), dan zou de eenige uitwerking van het opwinden zijn, dat het werkzame oppervlak verkleind wordt en dus bij gelijke ingevoerde energie, de temperatuur en tevens (daar bij hoogere temperatuur een grooter deel der straling in het zichtbare spectrum ligt) de totale lichtstroom toeneemt. Is de draad niet zwart, en bovendien selectief terugkaatsend (en dientengevolge ook selectief stralend) zooals wolfraam, dat infraroode stralen krachtiger reflecteert dan zichtbare, dan zal het onderschepte licht voor een deel weer naar buiten worden gereflecteerd en krachtens de formule

$$\text{reflectievermogen} + \text{emissievermogen} = 1$$

minder resp. meer naarmate de straling van de betrokken golflengte sterker resp. zwakker (in vergelijking met een zwart lichaam van dezelfde temperatuur) vertegenwoordigd is. Het gevolg hiervan is, dat het voordeel van de verschuiving der energieverdeeling naar het zichtbare spectrum toe, weer geheel of gedeeltelijk teniet gedaan wordt. Welke invloed overheerschen zal is uit te rekenen wanneer alle numerieke gegevens bekend zijn, maar zonder deze niet te voorspellen.

Nadruk der artikelen en reproductie der illustraties voorkomende in dit tijdschrift wordt bij deze overeenkomstig Art. 15 der Auteurswet 1912, uitdrukkelijk verboden.

PHYSICA
NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

5e JAARGANG AUG.-SEPT. 1925 NUMMER 8 en 9.

PHYSISCHE EIGENSCHAPPEN VAN WOLFRAAM BIJ HOOGE TEMPERATUREN [1])

door C. ZWIKKER.

1. Wolfraam heeft als materiaal voor het gloeilichaam van gloei- en radiolampen een zoo uitgebreide toepassing gekregen, dat de kennis van zijn physische eigenschappen — en de genoemde toepassingen heeft het juist hoofdzakelijk aan zijn physische eigenschappen te danken — van groot belang genoemd mag worden. Als gevolg van de groote zuiverheid, waarmee men in staat is, wolfraam te bereiden (het in de gloeilampen gebruikte materiaal bevat meer dan 99,9 % wolfraam), is het ook uit een zuiver wetenschappelijk oogpunt nuttig een zoo uitgebreid mogelijke kennis van zijn diverse eigenschappen te hebben.

Er is dan ook reeds veel op dit gebied gepubliceerd, vooral van Amerikaansche zijde. In dit verband mogen genoemd worden de namen van Langmuir [2]) en van Worthing [3]). Onze metingen weken echter in vele opzichten van die van de Amerikanen af, zoodat een nader onderzoek, waarin alle grootheden in hun onderling verband bestudeerd werden, zeker op zijn plaats was. De volgende eigenschappen werden als functie van de temperatuur bepaald: de specifieke weerstand, de totaalstraling, de lichtsterkte, de emissiecoëfficiënt, de kleurtemperatuur, de thermische electronenemissie, de verdampingssnelheid, het warmtegeleidingsvermogen en het Thomsoneffect.

---

1) Uit 's schrijvers proefschrift.

2) o.a. Phys. Rev. 1916, I, p. 326.

3) o.a. Astroph. Journal 61, 1925 p. 146.

2. De temperaturen zijn in dit onderzoek alle op optische wijze bepaald. [1]). *Fig. 1* is een schematische teekening van de inrichting



Fig. 1.

van de pyrometerbank. Van de te meten lichtbron A wordt een vergroot beeld gevormd op de plaats van het pyrometerlampje P, waarna dit beeld tezamen met het draadje van de pyrometerlamp bekeken wordt met de kijker K door het zoo goed als monochromatische roodfilter R. De stroom door het pyrometerlampje wordt nu geregeld, totdat de pyrometerdraad tegenover den achtergrond verdwijnt. Als nu het pyrometerlampje geijkt is, hebben we in de afgelezen stroomsterkte van dit lampje een maat voor de (schijnbare, „zwarte") temperatuur van de te meten lichtbron [2]).

De ijking van het pyrometerlampje geschiedt door het pyrometerdraadje te vergelijken met een constant gehouden lichtbron, van welks licht bekende fracties door een zich tusschen L en A bevindende, roteerende sector worden doorgelaten. Men krijgt zoo het verband tusschen de stroom van het pyrometerlampje (i_p) en zijn helderheid H (uitgedrukt in willekeurige eenheden). Meet men nu nog voor welke i_p de pyrometerdraad wegvalt tegenover een goudpuntoven ($T = 1336\,^\circ$ absoluut), dan kan men met het bekende verband tusschen i_p en de helderheid H voor elke i_p de temperatuur van de achtergrondslamp berekenen met de formule van Wien:

$$H = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}}},$$

welke in het zichtbare spectrum met voldoende nauwkeurigheid de formule van Planck vervangt.

De pyrometerbank is dus niets anders dan een soort microphotometerbank, alleen met dit bijzondere, dat men zoo goed mogelijk monochromatisch licht gebruikt, ten eerste om bij de instelling nooit last van kleurverschil te hebben, ten tweede om de formule van Wien te kunnen toepassen. Door het roodfilter weg te laten,

[1]) Zie bv. het artikel van W. de Groot. Physica 4, 1924 p. 157.

[2]) Met „zwarte" temperatuur wordt bedoeld de temperatuur van een volkomen zwart lichaam, dat voor de gemeten monochromatische straling dezelfde helderheid heeft.

heeft men echter een microphometer voor licht, met een continu spectrum; de ijkingskromme $H = f(i_p)$ wordt op dezelfde wijze bepaald als die voor rood licht. In eerste instantie vinden we slechts relatieve lichtsterkten. Door aansluiting aan een bekende oppervlaktehelderheid worden deze omgezet in absolute lichtsterkten.

Het is duidelijk, dat men zoo in staat is van een willekeurig gloeilichaam het verband te meten tusschen de zwarte temperatuur en de oppervlaktehelderheid. De hier beschreven methode voor het bepalen van dit verband heeft nog een belangrijk voordeel. Zoowel voor de pyrometrie als voor de photometrie zou men n.l. een correctie moeten aanbrengen voor het lichtverlies in het glas van de ballon. Omdat men nu echter bij beide bepalingen door het glas heen meet, valt de glascorrectie bij eerste benadering weg. Het verband tusschen de zwarte temperatuur S en de oppervlaktehelderheid B voor wolfraam wordt in tabel I gegeven. (p. 282).

Om uit de zwarte temperatuur S de ware temperatuur T te kunnen afleiden, heeft men noodig het emissie-vermogen van wolfraam voor de effectieve golflengte van het roodfilter. Dit emissievermogen $. = e_\lambda$ stellende, vinden we met behulp van de stralingsformule van Wien voor het verband tusschen S en T

$$\log e_\lambda = \frac{c_2}{2_1\ 303\ \lambda}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{S}\right),$$

waarbij rechts door 2,303 gedeeld is om links van neperiaansche logarithmen over te gaan tot de gewone met 10 als grondtal.

Het emmissievermogen nu wordt bepaald door van wolfraam een absoluut zwarte straler te maken, welke van binnen en van buiten wordt gepyrometeerd. Voor dit doel zijn door mij twee modellen van buizen geconstrueerd, die resp. in de *figuren 2 en 3* weergegeven worden. De essentiëele deelen van de in fig. 2 geteekende buis zijn een wolfraamstift *a*, die omgeven is door een wolfraamspiraal *b*. De stift *a* is aan zijn boveneinde axiaal ingeboord, welke inboring dienst doet als zwarte straler. De spiraal *b* wordt tot gloeien gebracht, waarbij hij electronen gaat emitteeren. Nu wordt tusschen *a* en *b* een gelijkspanning van 2000 volt gezet, de electronen komen met enorme snelheid op de stift *a* en bombardeeren deze warm. Het is mogelijk de stift *a* op deze wijze tot smelten te brengen. De montage van de stift is er op berekend, dat zoo weinig mogelijk warmte naar de glazen buisdeelen kan

TABEL I.

Physische eigenschappen van wolfraam als functie van de temperatuur.

T	e_λ	S_λ	e_c	T_c	B	ϱ	η	$m.$	$p.$	k	σ	i	L/L_{300}
Temperatuur graden Kelvin.	Spectraal. emissievermogen $\lambda = 0{,}665$.	Zwarte temperatuur $\lambda = 0.665$.	Pseudo emissievermogen.	Kleurtemperatuur.	Helderheid I. K./cm². 1)	Spec. Weerst. μ. ohm. cm. 1)	Totaaluitstraling watts/cm². 1)	Verdampingssnelheid gram/cm² sec. 1)	Dampdruk m.m. Hg.	Warmtegeleidingsvermogen. 1) watts/cm. graad	Thomson-effect μV/graad	Electronenemissie Amp./cm². 1)	Lineaire thermische uitzetting. 2)
1200	0,458	1150	0,396	1210	0,0071	30,9	1,70						1,0041
1300	0,456	1240	0,393	1321	0,0311	34,0	2,70						46
1400	0,454	1331	0,390	1414	0,117	37,1	3,94						52
1500	0,451	1421	0,387	1517	0,370	40,2	5,52	$1{,}78 \cdot 10^{-22}$	$8{,}70 \cdot 10^{-21}$			$0{,}102 \cdot 10^{-6}$	57
1600	0,449	1510	0,384	1619	1,07	43,4	7,90	$1{,}78 \cdot 10^{-20}$	897			$0{,}102 \cdot 10^{-5}$	1,0063
1700	0,446	1597	0,381	1722	2,62	46,7	10,7	$1{,}02 \cdot 10^{-18}$	$53{,}0 \cdot 10^{-18}$	1,40⁵	−24	0,00427	1,0094
1800	0,444	1685	0,378	1825	5,75	49,9	14,1	38,0 .	$2{,}03 \cdot 10^{-15}$	1,42	−26	0,0141	101
1900	0,442	1773	0,374	1929	12,3	53,2	18,6	932	51,2	1,43	−28	0,0437	108
2000	0,440	1859	0,371	2033	23,2	56,7	24,0	$15{,}5 \cdot 10^{-15}$	875	1,35	−30	0,123	116
2100	0,438	1945	0,367	2137	42,4	60,1	30,5	214	$12{,}4 \cdot 10^{-12}$	1,37		0,302	124
2200	0,435	2028	0,363	2242	72,0	63,5	38,2	$2{,}24 \cdot 10^{-12}$	132	1,31	−24	0,00427	1,0094
2300	0,432	2111	0,360	2347	116,5	66,9	47,2	19,5	$1{,}18 \cdot 10^{-9}$	1,33	−26	0,0141	101
2400	0,430	2193	0,356	2452	185	70,5	57,3	138	8,52	1,35	−28	0,0437	108
2500	0,427	2275	0,353	2557	279	74,0	69,4	833	52,5	1,37	−30	0,123	116
2600	0,424	2357	0,349	2663	409	77,6	83,5	$4{,}17 \cdot 10^{-9}$	268	1,40⁵		0,776	1,0132
2700	0,422	2437	0,346	2770	598	81,2	100,5	20,4	$1{,}33 \cdot 10^{-6}$	1,42		1,74	140
2800	0,420	2517	0,343	2878	823	84,8	119,0	83,3	5,55	1,43		3,74	149
2900	0,417	2596	0,340	2986	1110	88,5	139	309	21,0			7,57	16
3000	0,415	2675	0,337	3094	1490	92,3	162	$1{,}05 \cdot 10^{-6}$	72,5			14, 9	17
3100	0,413	2753	0,334	3202	1960	97,0	189	3,31	233			28,1	1,018
3200	0,411	2829	0,330	3311	2530	99,9	221	10,0	713			50,5	19
3300	0,409	2903	0,327	3422	3250	103,8	254	26,3	$1{,}90 \cdot 10^{-3}$			87,7	20
3400	0,407	2978	0,323	3533	4080	107,8	291	70,8	5,83			149	21

1) Ter berekening van deze grootheden zijn de afmetingen van de draad genomen, zooals ze zijn bij kamertemperatuur. De opgegeven getallen krijgen daardoor grootere practische beteekenis. Om ze te betrekken op de draadafmetingen, zooals ze inderdaad bij hooge temperatuur zijn, rekene men ze om met behulp van de in de tabel opgegeven waarden voor de thermische uitzetting.

2) Naar Worthing.

afvloeien, waartoe o.a. de met platinazwart bedekte vleugeltjes *c* als koelribben zijn aangebracht. Verder is in de teekening nog op te merken een nikkelplaatje *d*, dat het licht van de gloeispiraal moet tegenhouden en de dubbelspiraal *e*, welke bestaat uit twee wolfraamdraden, waarvan de een gegloeid wordt terwijl de andere een positieve spanning krijgt ten opzichte van de eerste. Door de hierdoor optredende themische electronenstroom wordt het vacuum

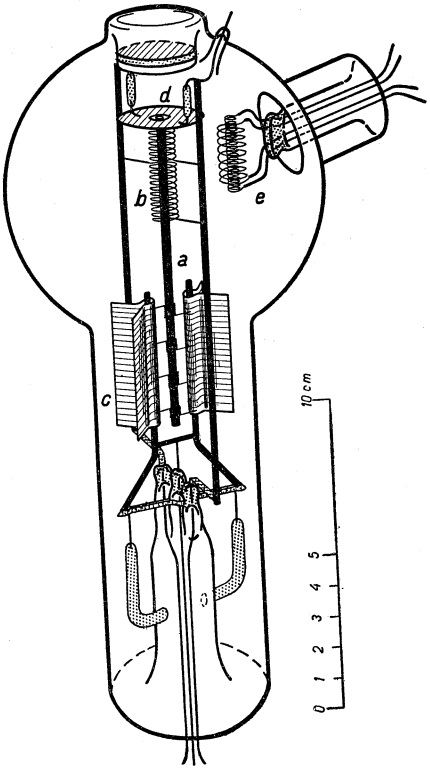


Fig. 2

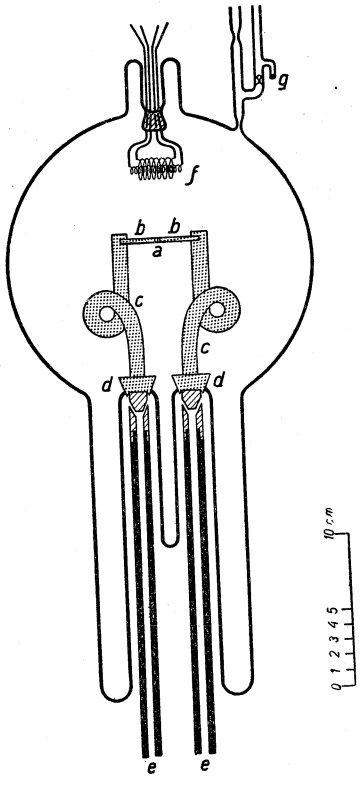


Fig. 3

in de lamp verbeterd, waardoor het niet noodig is, dat de lamp met de pomp blijft verbonden. In den top van de lamp is een vlak glasplaatje ingesmolten, wat de beeldvorming ten goede komt. Gepyrometeerd wordt nu het in het uiteinde geboorde gat en de rest van het mooi gepolijste uiteinde. Zoekt men bij de beide afgelezen waarden voor i_p uit de ijkingskromme voor het pyrometerlampje $H = f(i_p)$ de overeenkomstige helderheden op, dan heeft men in $\frac{H_1}{H_2}$ direct de emissiecoëfficiënt e_λ.

De in figuur 3 afgebeelde lamp is wezenlijk eenvoudiger. De hoofdzaak is het stukje *a*, een cylindervormig stukje wolfraam, waarin axiaal een gat is geboord en dat geklemd zit tusschen twee wolfraamstukjes *b*. Het stuk *b a b* is zoo gemaakt, dat het een constante doorsnede heeft, waardoor het stukje *a* zeer homogeen van temperatuur wordt. Deze lamp verbruikte 300 à 500 Amp. De stroom werd aangevoerd door de holle koperstaven *e*, welke met water gekoeld werden, en door het glas gevoerd door de chroomijzerstukken *d*.

Het emissievermogen bleek afhankelijk te zijn van de temperatuur. Het onderling verband tusschen S, e_λ en T wordt in de tabel I gegeven.

3. Talrijke onderzoekingen [1]) hebben geleerd, dat de relatieve energieverdeeling over de verschillende golflengtegebieden van het zichtbare spectrum voor veel metalen wel niet gelijk is aan die van het zwarte lichaam bij dezelfde temperatuur, maar wel gelijk aan die van het zwarte lichaam op (meestal) iets hooger temperatuur. Noem deze temperatuur van het zwarte lichaam T_c, dan hebben wolfraam op de temperatuur T en het zwarte lichaam op de temperatuur T_c, hoewel niet altijd dezelfde helderheid, toch dezelfde kleur. Daarom wordt T_c de *kleurtemperatuur* van wolfraam genoemd.

Laat nu $E_{\lambda T} d\lambda$ de lichtuitstraling voorstellen van het absoluut zwarte lichaam voor de kleur λ bij de temperatuur T en e_λ de emissiecoëfficiënt van wolfraam voor de kleur λ, dan is volgens de definitie van de kleurtemperatuur:

$$\frac{e_{\lambda_1} E_{\lambda_1 T}}{E_{\lambda_1 T_c}} = \frac{e_{\lambda_1} E_{\lambda_2 T}}{E_{\lambda_2 T_c}} = \ldots = e_c .$$

Deze constante breuk stellen we $= e_c$ en noemen hem het pseudo-emissievermogen van wolfraam. Ook de verhouding van de som van alle tellers tot de som van alle noemers is gelijk aan e_c, in formule:

$$\frac{\int_\lambda e_\lambda E_{\lambda T} d\lambda}{\int_\lambda E_{\lambda T_c} d\lambda} = e_c .$$

[1]) Bv. Forsythe. Journ. of the opt. soc. of Am. 1923 VII p 1115.

Teller en noemer stellen hier voor de totale lichtuitstraling van wolfraam op de temperatuur T, respectievelijk van het zwarte lichaam op de temperatuur T_c.

$$\text{Dus: } \frac{B_{\text{Wolfraam op } T}}{B_{\text{zwarte lichaam op } T_c}} = e_c. \qquad (1)$$

Van de hier genoemde betrekkingen is gebruik gemaakt voor de bepaling van de kleurtemperatuur van wolfraam. Voor dit doel is de meest overzichtelijke formuleering:

$$\frac{e_{\lambda_1} E_{\lambda_1 T}}{B_{\text{Wolfr. op } T}} = \frac{E_{\lambda_1 S}}{B_{\text{Wolfr. op } S.}} = \frac{E_{\lambda_1 T_c}}{B_{\text{zw. lich. op } T_c.}}$$

Hier stellen S en T de bij elkaar behoorende waarden van zwarte en ware temperatuur van wolfraam voor.

Men heeft dus voor wolfraam de verhouding van roode tot witte lichtsterkte te bepalen als functie van S, voor het zwarte lichaam deze zelfde verhouding als functie van zijn T. Waar deze beide verhoudingen aan elkaar gelijk worden, daar is T van het zwarte lichaam de bij S behoorende waarde van de kleurtemperatuur. Ik heb voor deze metingen met vrucht gebruik gemaakt van de zwarte lichamen in de lampen van de figuren 2 en 3. De zoo bepaalde waarden voor T_c en e_c worden in tabel I in hun afhankelijkheid van S gegeven.

De kennis van e_c is van zoo groot belang, omdat we nu het emissievermogen voor andere golflengten uit die voor het roode licht kunnen uitrekenen. We hebben n.l.:

$$\log e_c = \frac{c_2}{2{,}303\ \lambda}\left(\frac{1}{T_c} - \frac{1}{S}\right)$$

$$\text{en } \log e_{\lambda} = \frac{c_2}{2{,}303\ \lambda}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{S}\right)$$

$$\text{waaruit: } \log e_{\lambda} - \log e_c = \frac{c_2}{2{,}303\ \lambda}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_c}\right)$$

De grootheid $\frac{c_2}{2{,}303}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_c}\right)$ is uitsluitend afhankelijk van de temperatuur, maar niet van λ, zoodat het emissievermogen voor een willekeurige golflengte wordt gegeven door de vergelijking:

$$\log e_{\lambda} = \log e_c + \frac{a}{\lambda}.$$

Een tweede belangrijke toepassing van de kennis van e_e krijgen we door de formule (1) te schrijven:

$$B_{\text{Wolfraam op } S} = e_c \,.\, B_{\text{zwart lichaam op } T_c},$$

omdat we nu klaarblijkelijk de lichtsterkte van het zwarte lichaam als functie van de temperatuur kunnen berekenen uit de bekende waarden voor B_{wolfraam} en e_c. Bovendien is door mij de lichtsterkte-temperatuur karakteristiek van het zwarte lichaam direct bepaald door onmiddellijk na elkaar de roode en de witte lichtsterkte te meten, waarbij de roode lichtsterkte diende om de temperatuur te bepalen. De oppervlaktehelderheid van het zwarte lichaam wordt gegeven als functie van de temperatuur in tabel II.

TABEL II.

De lichtsterkte van het zwarte lichaam.

T	B
1300	0,015
1336	0,107
1400	0,242
1500	0,755
1600	2,06
1700	5,04
1800	11,1
1900	22,8
2000	43,8
2100	80,4
2200	137
2300	226
2400	360
2500	543
2600	800
graden Kelvin	Intern. Kaarsen / cm^2.

De lichtsterkte is uitgedrukt in internationale kaarsen, omgerekend uit Hefner kaarsen van het jaar 1922; in de onderstelling, dat $1\ I.K. = 1.111\ H.K.$

Het bovenstaande moge tevens voldoende hebben doen uitkomen, voor welke velerlei doeleinden de pyrometerbank te gebruiken is.

4. In dat gedeelte van een gloeiende wolfraamdraad, dat ver genoeg van de bevestigingsplaatsen is verwijderd om niet meer den afkoelenden invloed hiervan te ondervinden, wordt het temperatuurevenwicht volkomen bepaald door de Joule-warmte en, als de draad in vacuüm gloeit, de thermische uitstraling. Meet men dus van een „ideaal" stuk wolfraamdraad van bekende afmetingen de gloeistroom en de spanning, dan volgt de specifieke weerstand uit de totale weerstand van de draad, en de totaaluitstraling per cm^2 draadoppervlak uit het aantal watts, dat de draad absorbeert. Aan de moeilijkheden, die de afgekoelde draaduiteinden opleveren, kan men ontkomen door de voltages van draden van gelijke diameter, maar verschillende lengte van elkaar af te trekken, of door het voltage te meten door middel van zeer dunne draadjes, die aan

de gloeidraad bevestigd worden en de temperatuur maar weinig beinvloeden. Tegelijk met deze electrische metingen verricht men lichtsterkte- of temperatuurmetingen aan dezelfde draad en vindt zoo het verband tusschen de diverse temperatuurfuncties (Tabel I).

Wanneer men zoo'n wolfraamdraad, voorzien van dunne spanningsdraadjes zeer lange tijd op constante temperatuur laat gloeien, neemt men een verhooging van den weerstand waar, welke een gevolg daarvan is, dat de draaddiameter door verdampen van het wolfraam afneemt. Door deze weerstandsvermeerdering te meten als functie van de tijd is men in staat de verdampingssnelheid van wolfraam te meten als functie van de temperatuur. De moeilijkheden bij deze metingen zijn vooral de temperatuurcontrôle en het bewaren van een goed vacuüm. Schommelingen van 1 % in de temperatuur brengen schommelingen van 40 % in de verdampingssnelheid mee, terwijl een slecht vacuüm, vooral de aanwezigheid van waterdamp, door chemische processen de verdampingssnelheid schijnbaar veel te groot kunnen maken. De verdampingssnelheid, uitgedrukt in grammen verdampt metaal per cm^2 per sec. wordt voorgesteld door:

$$\log m = 11{,}92 - \frac{4{,}84 \cdot 10^{-4}}{T} - 0{,}368 \log T - 0{,}00016\, T .$$

De coëfficiënt van $\frac{1}{T}$ is evenredig met de naar het absolute nulpunt geëxtrapoleerde verdampingswarmte, waarvoor gevonden wordt: 221 000 gramcal/gramatoom. De coëfficiënten van $\log T$ en T worden bepaald door het verschil der soortelijke warmten van vast en gasvormig wolfraam, respectievelijk door de temperatuurcoëfficiënt van dit verschil. Het is gemakkelijk te begrijpen, waarom deze nutuurkundige grootheden in de formule optreden, als men bedenkt, dat eenerzijds de verdampingssnelheid verbonden is met den dampdruk door de formule van Langmuir [1])

$$m = p \sqrt{\frac{M}{2 \pi R T}}$$

(waarin M = mol. gewicht),
anderzijds p berekend wordt door integratie van de formule van van 't Hoff:

$$\frac{d \ln p}{d T} = - \frac{\lambda}{R T^2} .$$

1) Phys. Rev. 1913 II p 329.

Voor den druk van de verzadigde wolfraamdamp (uitgedrukt in m.m. Hg.) wordt gevonden:

$$\log p = 12{,}02 - \frac{4{,}84 \,.\, 10^4}{T} + 0{,}132 \log T - 0{,}00016\, T.$$

Voor $p = 760$ is T gelijk aan het metastabiele sublimatiepunt van wolfraam. De formule geeft hiervoor $T = 5220^\circ K$. In verband met de kleine smeltwarmte van de meeste metalen kan het kookpunt van vloeibaar wolfraam hier niet veel boven liggen. (Geschat wordt 100 °).

Aan het uiteinde van de gloeidraad neemt de temperatuur snel af van de maximale temperatuur T_m tot de pooltemperatuur. Betreffende dit temperatuurverloop ontdekte Worthing [1]) de volgende belangrijke eigenschap. Als we uitzetten de grootheid $\frac{T}{T_m}$ als functie van de plaats op de draad (*zie fig. 4*) en hieruit berekenen het verloop van de functies $\frac{\varrho}{\varrho_m}$ (spec. weerstand), $\frac{W}{W_m}$ (watts-uitstraling) enz., dan blijkt dat we een stelsel krommen krijgen, die volkomen congruënt zijn en door verschuiving tot dekking zijn te brengen. Uitgaande van deze eigenschap heb ik afgeleid, dat het temperatuurverloop langs de draad dan moet voorgesteld worden door een formule van den vorm:

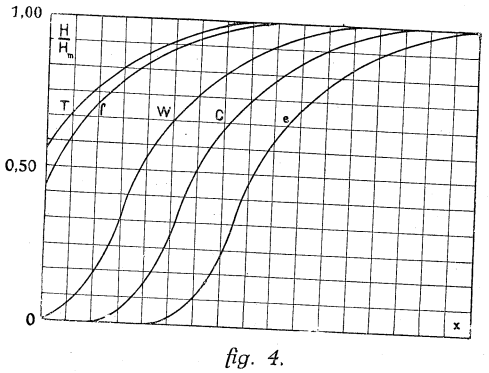


fig. 4.

$$\frac{T}{T_m} = A^{-10^{-\frac{x}{a}}}$$

Hierin is A een willekeurige constante, die slechts het nulpunt op de x-as vastlegt.

x de plaats op de draad, gemeten vanaf het door A vastgelegde nulpunt.

a een constante, die echter afhankelijk is van den draaddiameter en van de maximum-temperatuur, n.l.

[1]) Journal of the Frankl. Inst. 1922, II, p. 597.

$$a = \frac{2{,}303}{\sqrt{14}} \sqrt{\frac{k_m T_m}{\eta_m}}$$

waarin k_m = warmtegeleidingsvermogen voor de max. temperatuur,
η_m = totaalstraling per cm² voor de max. temperatuur.
De grootheid a wordt op de pyrometerbank gemeten in zijn afhankelijkheid van T_m en dan is men in staat met de laatste formule k_m te berekenen.

Het blijkt hierbij dat men aan het negatieve uiteinde van de draad steeds grooter a vindt dan aan het positieve uiteinde. Dit is een gevolg van het Thomson-effect. Uit de verhouding der beide a's is de Thomsoncoëfficiënt te berekenen. (Zie tabel I).

5. Het is een bekend feit, dat metalen, op hooge temperatuur gebracht, spontaan electronen gaan emitteeren, aan welke eigenschap de radiolampen juist hun ontstaan hebben te danken. De emissie per cm² draadoppervlak is bepaald met buizen van het model, dat in *fig. 5* is geteekend. De gloeidraad is omgeven door een anode in den vorm van een spiraal van wolfraamdraad. Deze spiraal krijgt een positieve spanning ten opzichte van de gloeidraad. De afgekoelde draaduiteinden zijn bij deze metingen gelimineerd door ze te omgeven met kleine spiraaltjes, welke zwak negatief gemaakt worden en zoo de electronen naar de draad terugdrukken. De reden, waarom de anode en de afdekcylindertjes van gespiraliseerde draad zijn gemaakt is deze, dat de electronenemissie zeer gevoelig is voor gasresten, zoodat alle lampendeelen van te voren goed ontgast moeten kunnen worden en vooral de anode, omdat deze door het invallen van de electronen opgewarmd wordt en hierdoor, eerder dan de andere lampendeelen de tendentie heeft, gas af te staan. Geeft men nu de anode de door ons gebruikte spiraalvorm, dan is hij door hem door stroomdoorgang op 2700° K te brengen, zeer goed te ontgassen. Bij het meten werden de lampen bovendien nog in vloeibare lucht geplaatst, eveneens ter verbetering van het vacuüm. Wil men geen last meer hebben van de gasresten, dan moet de druk in de lamp zeker lager zijn dan 10^{-7} $m.m.Hg$. Weliswaar

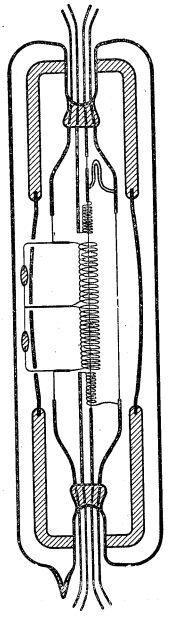


fig. 5.

haalt de diffusiepomp geen hooger vacuüm dan 10^{-5} $m.m.Hg$, het vacuüm wordt echter beter juist door de emissiestroom. Inderdaad kan men door middel van electronenemissie het gas zoo goed opruimen, dat met de gevoeligste manometers geen druk meer is te meten. De electronenemissie [1]) i, uitgedrukt in Amp. per cm^2 draadoppervlak wordt voorgesteld door de formule:

$$i = 60{,}2\ T^2\ e^{-\frac{52230}{T}},$$

welke formule, ofschoon theoretisch niet volkomen juist, meestal wordt gebruikt. De factor 60,2 is een universeele constante, het getal 52 250 is evenredig aan de uittree-arbeid der electronen. Voor deze uittree-arbeid φ volgt de waarde 4,50 volt.

[1]) De electronenemissie is nog afhankelijk van de anodespanning (Schottky-effect). De hier genoemde i is de emissie, die men zou hebben bij afwezigheid van anode-spanning. De emissie in de practisch voorkomende types van radiolampen is ongeveer 20 % hooger.

Eindhoven. NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN.

OVER DE BEWEGINGEN DER GRANULATIEKORRELS OP DE ZON.

door H. GROOT.

Wanneer de opvattingen van Julius ten grondslag worden gelegd aan de verklaring der zonverschijnselen, kan men de granulatie beschouwen als een gevolg van de lichtbreking in plaatselijke verdichtingen en verijlingen van de zonnegassen, die zich met geluidssnelheid door de gasmassa voortplanten, terwijl de materie zelf daarbij niet in buitensporig snelle beweging behoeft te zijn [1]) — een verschijnsel, dat te vergelijken is met de drukgolven, die bij krachtigen intermitteerenden wind, in de aardsche atmosfeer optreden.

Onze gegevens omtrent de bewegingen der „korrels" zijn, jammer genoeg, nog zeer schaarsch. Wel zijn door Chevalier [2]) e.a. ruwe metingen verricht, maar deze zijn niet gezuiverd van de fouten, die door de onrust der luchtlagen ontstaan en zich zoodanig bij de werkelijke bewegingen der korrels voegen, dat de resulteerende waarden zonder correctie onbruikbaar zijn, zooals gebleken is uit het schitterend onderzoek van Hansky [3]). Voor juiste

[1]) Zie o.a. het artikel „Physik der Sonne" in het Handwörterbuch der Naturwissenschaften, p. 850, (1912).
[2]) Astrophys. Journ. 78, (1908).
[3]) Mitt. Pulkowo III, No. 28, (1908).

waarden zijn wij tot dusver uitsluitend op de bedoelde metingen van Hansky aangewezen. Zij hebben betrekking op 247 korrels en leeren al dadelijk een belangrijke bijzonderheid der waargenomen snelheden kennen: deze zijn niet overal dezelfde, maar wisselen min of meer systematisch tusschen o en $\pm$ 14 *km*/sec.

Door een grafiek te maken van de door Hansky gevonden aantallen korrels, welker snelheden tusschen bepaalde grenzen liggen, vond ik de procentische waarden, die in de derde kolom van tabel I zijn opgegeven. Het maximum, dat daarbij optreedt voor snelheden van 1—2 *km*/sec, heb ik als reëel beschouwd.

TABEL I.

km/sec	Aantal (waargenomen)	Aant. in % (grafisch bepaald)	$w(a)$ in %	$w_1(a)$ in % voor $m=0$	$w_1(a)$ in % voor $m=2$
0—1	37	15	0	35	6
1—2	47	19	1	17	25
2—3	38	15	1.5	12	16
3—4	31	12	2	8	12
4—5	18	9.5	3	6	9
5—6	24	7.5	4	5	8
6—7	16	6	5	5	6
7—8	13	5	6	3	5
8—9	10	4	7	3	4
9—10	3	2.5	8.5	2	3
10—11	4	2	10	2	3
11—12	3	1.5	13	1	2
12—13	1	1	17	1	1
>13	2	0	22	0	0
	247	100 %	100 %	100 %	100 %

Wanneer wij bedenken, dat de door ons waargenomen snelheden, de projecties zijn der ware snelheden, kan dit resultaat ons niet bevreemden.

Omtrent de ware bewegingen der korrels zijn verschillende onderstellingen mogelijk. Men kan zich voorstellen, dat de snelheden over alle richtingen gelijkmatig verdeeld zijn of dat er bepaalde richtingen van voorkeur aan te wijzen zijn. Dit laatste was de opinie van Julius, die mij in een brief over dit onderwerp schreef:

„In het bijzonder geloof ik, dat men de verdichtingen en verijlingen „niet als gemiddeld bolvormig mag voorstellen, maar veeleer ze „houden moet voor lange cylinders, die ongeveer loodrecht op de „zonsoppervlakte staan. Daarop wijst o.a. het uiterlijk in de nabijheid „van vlekken. En als zóó hun gedaante is, zal de voortplanting „gemiddeld evenwijdig aan de zonsoppervlakte zijn".

Het komt mij echter voor, dat deze opvatting niet gehandhaafd kan worden. Nemen wij n.l. met Julius aan, dat de beweging met een constante snelheid v evenwijdig aan de zonsoppervlakte plaats heeft, dan kan men gemakkelijk aantoonen, dat de waargenomen projectie a van de snelheid v, die op de plaats (l, φ) [1]) een hoek i met de zonsmeridiaan van die plaats maakt, gegeven wordt door de formule:

$$a^2 = v^2 [(\cos i \sin \varphi \cos l + \sin i \sin l)^2 + \cos^2 i \cos^2 \varphi] \qquad (1)$$

Maar dan zou de waargenomen snelheid op een gegeven punt van de zon ondubbelzinnig bepaald zijn door de richting, waarin de korrel zich voortbeweegt, zoodat voor twee nabij elkaar gelegen, gelijk gerichte korrels, de snelheid ongeveer gelijk moet zijn. Hiervoor kan ik in het onderzoek van Hansky echter geen steun vinden, al moet misschien toegegeven worden, dat het materiaal niet geschikt is om de kwestie definitief uit te maken.

Wij zullen ons dus beperken tot de eerst genoemde onderstelling en aannemen, dat de korrels min of meer bolvormig gedaante hebben, terwijl hun snelheden geen richting van voorkeur vertoonen.

Uit het over elkaar heenschuiven en elkaar bedekken der korrels, zooals dit op de platen van Hansky voorkomt, moeten wij besluiten, dat de korrels in zeer verschillende niveauvlakken gelegen zijn [2]), waar wellicht andere omstandigheden heerschen (temperatuurverschillen!) zoodat de werkelijke snelheden der korrels in de verschillende lagen verschillend kunnen zijn. Daarom zullen wij de volgende berekening in tweeën splitsen en eerst inzicht trachten te krijgen in de frequenties der waargenomen snelheden van de korrels, die tot één niveauvlak behooren en dus alle dezelfde ware snelheid v bezitten.

---

1) l = lengte, φ = breedte.

2) Hansky zelf wijst er op, dat stereoskopische opnamen der korrels, deze in verschillende lagen vertoonen.

Laat een korrel zich bewegen onder een hoek φ met de gezichtslijn, dan is de waargenomen snelheid $a_1 = v \sin \varphi$. De kans, dat op een willekeurig punt van de zon, a_1 tusschen a en $a + da$ in ligt, mag, zooals men zonder veel moeite uit figuur 1 zal inzien, evenredig gesteld worden aan de verhouding van het ronde oppervlak van een bolschijf met de hoogte $da \,.\, tg\, \varphi$ tot het oppervlak van den halven bol met straal v, dus aan:

$$w\,(a)\,d\,a = \frac{d\,a}{v}\, tg\, \varphi$$

of

$$w\,(a)\,d\,a = \frac{a\,d\,a}{v\sqrt{v^2 - a^2}} \qquad (2)$$

Stellen wij $d\,a = 1$ *km*/sec, $v = 14$ *km*/sec., dan vinden wij met behulp van (2) de frequenties, die in de tabel tot $^0/_0$ omgerekend voorkomen in de 4de kolom. Zooals te verwachten was, bestaat er hoegenaamd geen overeenstemming met de waargenomen waarden.

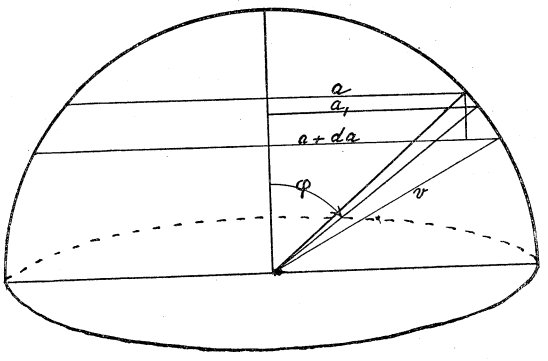


fig. 1.

Wij moeten nu in aanmerking nemen, dat wij korrels tot op vrij groote diepte in de zon kunnen waarnemen en veronderstellen daarbij, dat v zal toenemen van de waarde m in de bovenste tot n in de benedenste lagen. Dan zal, wanneer wij als eerste benadering de korrels in elke laag even goed zichtbaar onderstellen, de frequentie van een snelheid tusschen a en $a + da$ evenredig gesteld moeten worden aan:

$$w_1\,(a) = \begin{cases} \int_a^n w\,(a)\,d\,v & \text{voor } a > m \\ \int_a^n w\,(a)\,d\,v - \int_a^m w\,(a)\,d\,v & \text{voor } a \leqq m \end{cases} \qquad (3)$$

of uitgewerkt:

$$w_1(a)\,da = \begin{cases} \arccos\frac{a}{n}\,.\,da & (a > m) \\ \arccos\frac{a}{n}\,.\,da - \arccos\frac{a}{m}\,.\,da & (a \leqq m) \end{cases} \qquad (4)$$

Voor n moet weer de waarde 14 gekozen worden, terwijl de waarde van m ietwat onzeker is. Berekening met $m = o$ geeft onderstaande uitkomst:

TABEL II.

km/sec	0—2	2—4	4—6	6—8	8—10	10—12	> 12
$w_1(a)$ in %	22	19	17	15	12	10	5

Dit begint er eenigszins op te lijken, maar naar evenredigheid zijn er nog te veel groote en te weinig kleine snelheden. Dit kan voor een goed deel toegeschreven worden aan de onderstelling, dat de korrels in iedere laag even goed zichtbaar zouden zijn, hetgeen zonder twijfel onjuist is. Het is echter niet eenvoudig deze „diepte-werking" theoretisch juist in onze berekening op te nemen. Wellicht krijgen wij het beste inzicht in de kwalitatieve werking ervan, wanneer wij in formule (3) $w(a)$ vervangen door $\frac{w(a)}{v}$, waardoor wij tot uitdrukking brengen, dat in lagen waar v groot is — de dieper gelegen lagen — de frequentie van een bepaalde waargenomen snelheid a kleiner is dan in een hooger gelegen laag. Daarbij laten wij in het midden of het effect in werkelijkheid niet veel gecompliceerder zal zijn.

Integratie geeft dan:

$$w_1(a)\,da = \begin{cases} \frac{da}{a}\sin\left(\arccos\frac{a}{n}\right) & (a > m) \\ \frac{da}{a}\left[\sin\left(\arccos\frac{a}{n}\right) - \sin\left(\arccos\frac{a}{m}\right)\right] & (a \leqq m) \end{cases} \qquad (5)$$

Berekening met $n = 14$, $m = 0$ (respect. $m = 2$) gaf de waarden, die, in % omgerekend, gegeven zijn in de 5de en 6de kolom van onzen tabel I.

Volledige kwantitatieve overeenstemming is natuurlijk, gezien de manier waarop wij tot formule (5) zijn gekomen, niet te verwachten;

de gelijkenis van de uitkomst voor $m = 2$ met kolom drie is niettemin verrassend goed, zoodat de boven beschreven opvatting van de bewegingen der granulatiekorrels blijkbaar rekenschap geeft van de waarnemingen.

Het belang van de kennis der bewegingen lijkt mij gelegen in het volgende: wanneer wij werkelijk [1]) in de korrels evenwichtsverstoringen in de zonsatmosfeer mogen zien, geldt voor hun voortplantingssnelheid de formule van Laplace:

$$v^2 = \frac{p}{\varrho} \cdot k \cdot \frac{T}{273} \tag{6}$$

In de buitenste deelen van de zonsatmosfeer geldt vermoedelijk de wet van Boyle-Gay Lussac en kan dus $\frac{p}{\varrho}$ vervangen worden door $\frac{273\,R}{m}$, als R de gasconstante en m het gemiddeld moleculair gewicht voorstelt, zoodat (6) overgaat in:

$$v^2 = \frac{R}{m} . k . T \tag{7}$$

De waarde van R is bekend, n,l. 8×10^7; voor k mogen wij naar alle waarschijnlijkheid de waarde $\frac{5}{3}$ der éénatomige gassen invoeren. Onzekerder is de waarde van m. Op grond van globale beschouwingen meen ik $m = 10$ te mogen stellen, maar een nader onderzoek hierover zou zeer gewenscht zijn.

Voeren wij deze waarden in, dan komt er:

$$T = \frac{v^2}{0.13 \times 10^8} \tag{8}$$

Kennis van v zou dus op een *van stralingstheorieën onafhankelijke wijze* tot de kennis van zonnetemperaturen voeren.

Op het oogenblik is het waarnemingsmateriaal nog niet voldoende om veel waarde aan de resultaten te hechten. Enkele opmerkingen over de voorloopige uitkomsten verdienen onze aandacht.

Ten eerste dient de beteekenis van het maximum in de frequentiekromme in het oog gehouden te worden. Volgens onze theorie zal dit n.l. de kleinste werkelijke snelheid aangeven, dus die in de bovenste lagen, zoodat daaruit de temperatuur van de buitenste

1) Het is overigens niet gemakkelijk zich een natuurkundig beeld te vormen van bolvormige drukgolven, die zonder verdere veranderingen door de gasmassa loopen. Al het voorgaande geldt ook voor „materieele" korrels; hetgeen nu volgt echter alleen als bovenstaande voorstelling op eenige wijze mogelijk is.

deelen der zon volgt. Bij Hansky ligt dit maximum ongeveer bij 2 *km*/sec. hetgeen tot een temperatuur van ± 3000° leidt, dus wat orde van grootheid betreft uitkomt.

Snelheden grooter dan 10 *km*/sec. komen verder zeer sporadisch voor, hetgeen men kan interpreteeren als zou de zon goed doorzichtig zijn tot op lagen waar deze snelheid of wel de daarmede overeenkomende temperatuur van ± 70.000° heerscht. Ook dit lijkt op grond van de onderzoekingen van Dr. J. Spijkerboer [1]), over de doorzichtigheid van de zonsatmosfeer niet onmogelijk wat de orde van grootheid betreft.

Summary.

It is tried to account for the motions of the granulae of the sun, as given by Hansky, on the hypothesis that in accordance with the views of Julius the granulae are caused by refraction in the atmosphere of the sun.

A formula is deduced for the frequency of the apparent velocities which agrees sufficiently well with the observational data from Hansky.

Finally it is pointed out, that as a result of our theory it should be possible to give an estimate of the true temperature of the suns outer layers based only on the knowledge of the motions of the granulae, without using the laws of radiation.

Bussum, 1925.

[1]) „Verstrooiïng van licht en intensiteitsverdeeling over de zonneschijf", Dissertatie, Utrecht (1917)

OPMERKING OVER DE SPECTRA VAN WATERSTOF EN HELIUM

door S. GOUDSMIT en G. E. UHLENBECK.

In een interessant artikel geeft G. Wentzel [1]) voorschriften voor de berekening van de energieniveau's der alkalispectra. Bepaalt men een baan van het valentie-electron op de gewone wijze door het totale quantumgetal n en het azimuthale k, dan kan men de energie er van schrijven in den vorm:

$$E = W(n, k) + R(n, k)$$

waarin $R(n, k)$ de relativiteitscorrectie voorstelt. Volgens de oude opvatting geeft deze formule voor geheele n en k direct de energieniveau's van het spectrum. [2]) Volgens Wentzel echter verkrijgt men deze uit:

$$E = \int_{k}^{k+1} W(n, \varkappa)\, d\varkappa + \begin{matrix} \nearrow R(n, k+1) \\ \searrow R(n, k) \end{matrix}$$

[1]) G. Wentzel, Ann. d. Phys. **76**, 803, 1925.

[2]) $1 \leq k \leq n$.

waarbij weer n en k geheele getallen zijn. Bij elk paar geheele waarden van n en k vindt Wentzel dus *twee* energieniveau's, en wel door van $W(n, k)$ de middelwaarde over k te nemen tusschen de geheele grenzen k en $k+1$, en hierbij op te tellen hetzij $R(n, k+1)$, hetzij $R(n, k)$.

Allereerst vindt Wentzel met dit laatste het juiste aantal energieniveau's in Röntgen- en alkalispectra en ook wordt hiermede het optreden van relativiteitsdoublets in deze spectra verklaard.

Dan merkt Wentzel op, dat men bij benadering $\int_k^{k+1} W(n, \varkappa)\, d\varkappa$ vervangen mag door $W(n, k+\frac{1}{2})$. Dit moet dan de verklaring geven van het optreden van halve azimuthale quantumgetallen. [1]) Het getal $k+\frac{1}{2}$ komt overeen met de K van Landé [2]), terwijl $k+1$ en k met de beide waarden van het z.g. inwendig quantumgetal J voor het doublet overeenstemmen.

Ten slotte berekent Wentzel dan met dit voorschrift op grond van dezelfde vereenvoudigende voorstellingen als van Schrödinger [3]) e.a. de z.g. „Abschirmungs"- en Relativiteitsdoublets van de Röntgen- en alkalispectra en vindt voldoende overeenstemming zoowel wat betreft de absolute grootte als de afhankelijkheid van quantumgetallen en atoomnummer.

Volgens Wentzel zal er dus geen principieel onderscheid zijn tusschen het waterstof- en alkalispectrum. Hij merkt zelfs op, dat zijn formule de juiste energieniveau's van waterstof geeft, omdat door het niet meer optreden van „Tauchbahnen" $W(n, k)$ den vorm $\frac{R Z^2}{n^2}$ krijgt $\left[R = \text{Rydbergconstante}, Z = \text{atoomnummer} \right]$ en dus onafhankelijk van k wordt. We merken op, dat in de schemata van Landé, Pauli, Heisenberg, waterstof daarentegen eenigszins een uitzonderingspositie scheen in te nemen.

Vat men dus met Wentzel het waterstofspectrum op als een alkalispectrum waarin $W(n, k) = \frac{R Z^2}{n^2}$, dan wordt men vanzelf gevoerd tot een eenigszins andere beschrijving van de fijnstructuur, omdat men nu andere quantumgetallen aan de energieniveau's moet toekennen.

1) Verg. o.a. F. Hund, Z S. für Ph. **22**, 405, 1924.
2) Zie b.v.: E. Back und A. Landé, Zeemaneffect und Multiplettstruktur der Spektrallinien, § 7.
3) E. Schrödinger: Z S. für Ph. **4**, 347, 1921.

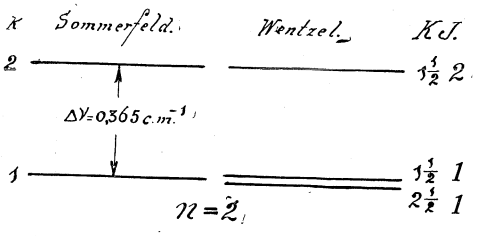


Fig. 1.

Fig. 1 [1]) geeft als voorbeeld het niveau $n = 2$ met de fijnstructuur. Volgens Sommerfeld bestaat dit uit twee niveau's, behorende bij $k = 2$ en $k = 1$. Volgens Wentzel zijn er drie niveau's waarvan twee samenvallen en waarbij elk twee quantumgetallen K en J draagt. Bij de alkalispectra treden slechts drie overgangen op, waarbij K met ± 1, J met 0 of ± 1 verandert. Neemt men nu aan dat voor K en J hier nog deze zelfde beperkingsregels gelden, dan krijgt men meer lijnen dan volgens de oude opvatting.

Fig. 2 geeft als voorbeeld hiervan de overgang van $n = 4$ op $n = 3$. De gestippelde lijnen zijn de nieuwe. Dit schijnt in overeenstemming te zijn met de waarnemingen van Paschen bij λ 4686 van He^+.

Fig. 3, ontleend aan de „Atombau und Spektrallinien" van Sommerfeld [2]), geeft het intensiteitsverloop van deze lijn bij gelijkstroom weer. Slechts bij gelijkstroom namelijk kan men verwachten, dat de beperkingsregels zullen gelden vanwege het waarschijnlijk ontbreken van storende electrische velden. Men ziet nu duidelijk het optreden van de bij Sommerfeld verboden component III d. De nog te verwachten componenten I b en II c zijn door hun ligging in de buurt van de sterkste componen-

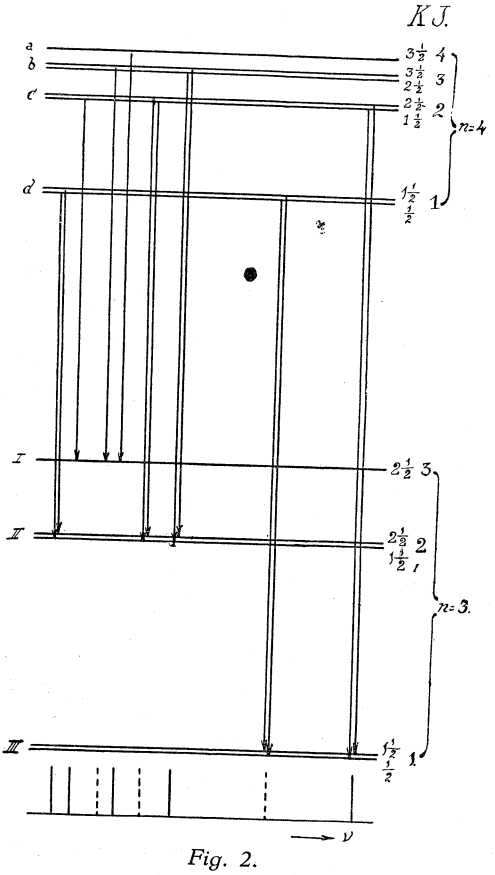


Fig. 2.

[1]) Bij deze en de volgende figuur zijn voor het overzicht de samenvallende niveau's dubbel geteekend.
[2]) In de 3de druk fig. 115, p. 600; in de 4de druk fig. 90 p. 439.

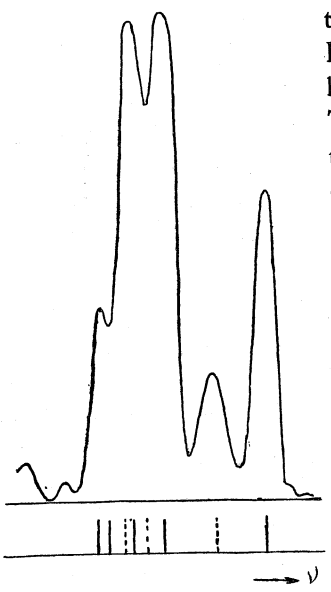


Fig. 3.

ten I *a* en II *b* niet waarneembaar. De component III *b* blijft ook nu verboden en is inderdaad niet aanwezig. Tracht men met Kramers [1]) het optreden van III *d* te verklaren door een toevallig aanwezig zijn van een electrisch veld, dan zou noodzakelijk ook component III *b* moeten voorkomen en wel met veel grooter intensiteit dan de waargenomen III *d* (Zie vooral fig. 10 van de dissertatie van Kramers).

In de figuren van Paschen [2]) valt het ook nog op, dat de componenten, die I tot eindniveau hebben minder intensief zijn, dan die met het eindniveau II. Wellicht hangt dit in deze opvatting van de waterstoffijnstructuur samen met het feit dat niveau II in tegenstelling met niveau I uit twee samengevallen niveau's bestaat.

Een ander gevolg van de opvatting van het waterstofspectrum als een alkalispectrum is, dat men nu het spectrum van neutraal Helium als overeenkomende met een aardalkalispectrum beschouwen moet.[3]) Zooals bekend is, bestaat het Helium uit twee termsystemen, welke met elkaar kunnen combineeren [4]), n.l. een singuletsysteem, het Parhelium, en een systeem van zeer nauwe doublets, het Orthohelium. De grondtoestand is het 1 *s*-niveau van het singuletsysteem, terwijl het laagste *s*-niveau van het doubletsysteem een 2 *s* - niveau is. Men vergelijke hierbij fig. 84, p. 396, Sommerfeld, Atombau und Spektrallinien 3e druk. [5]) Mag men nu aannemen dat de zeer nauwe doublets niet opgeloste triplets zijn, dan komt bovenstaande structuur geheel overeen met die van een aardalkalispectrum.

Ten slotte moeten we echter nog opmerken, dat het schema van Wentzel in den tegenwoordigen vorm zeker nog niet volledig is,

1) H. A. Kramers, Intensities of Spectral Lines, Dissertatie Leiden 1919. Ook in Kopenhag. Akad. 1919, p. 287.
2) Zie Sommerfeld, Atombau und Spektrallinien, 3e druk, fig. 114*b* p. 598, fig. 116 p. 601, fig. 117 p. 601, 4de druk, fig. 89*b* p. 436, fig. 91 p. 440, fig. 92 p. 441.
3) Men vergelijke W. Pauli, ZS. J. Phys. **31**, 765, 1925, ook in verband met het ontbreken van het 1 *s* - niveau bij het tripletsysteem van het aardalkalispectrum.
4) Lyman, Nature, Mei 1924, p. 785.
5) In de 4de druk fig. 98, p. 490.

daar hierin nog geen plaats is voor de magnetische eigenschappen van het spectrum. [1]) Vooral is in verband met het bovenstaande nog niet in te zien dat de waterstoffijnstructuur en het doublet-systeem van Helium het normale Zeemaneffect vertoonen [2]), in tegenstelling met de alkali- en aardalkalispectra.

Leiden, INSTITUUT VOOR THEORETISCHE NATUURKUNDE.

1) Men zou verwachten, dat men de magnetische eigenschappen weergeven kon, door aan de formule Wentzel nog een term toe te voegen, die van het magnetisch veld afhangt. Het bestaan van het Paschen-Back effect wijst er echter op, dat dit niet voldoende kan zijn en dat men moet aannemen, dat sterke velden ook de termen $R(n, k+1)$ en $R(n, k)$ beïnvloeden.

2) Hansen en Jacobsen, Kopenhag. Akad. 1921, III, p. 11.

EEN 75-JARIGE FOUT.

door G. J. RANNEFT.

Het wil mij voorkomen, dat ondanks het artikeltje van bovenstaanden titel in het Meinummer van „Physica", de Foucaultsche snelheidsbepaling nog immer beschouwd mag worden als de eerste goede kruisproef tusschen de lichttheorieën van Newton en Huygens, en wel om de volgende redenen.

Schrijver van bovenvermeld artikel wil het populaire voorbeeld van het bataljon soldaten ook voor de emissietheorie laten gelden. Dit echter is m.i. niet geoorloofd. De soldaten, die met een ongeveer constante arbeidsprestatie de meer of minder gemakkelijke terreinen overtrekken, vertoonen inderdaad een aardige overeenkomst met de loopende golven, wier snelheid in een optisch minder dichte of dichtere stof grooter of kleiner wordt. Alleen bestaat voor de soldaten geen noodzaak, om elk voor zich van richting te veranderen en zuiver loodrecht op het nieuwe front aan te marcheeren, en moet men, om de nieuwe bewegingsrichting te bepalen, eerst weer even overgaan op de golftheorie.

Beschouwen wij thans de „lichtprojectielen" die hun beweging niet ontleenen aan een voortdurende eigen arbeidsprestatie, welke met de weerstand een beweeglijk evenwicht vormt, maar aan de stoot, die de lichtbron hun gaf. Indien deze deeltjes door de weerstand van de middenstof vertraagd zouden worden, zoo zou dat blijvend zijn, ook na het verlaten der optisch dichtere stof. Bovendien zou die vertraging dan niet alleen optreden in de grenslaag, doch door de heele dichtere stof heen.

Ernstiger nog is de volgende bedenking: *Waarom zou er bij overgang dier lichtprojectielen een zijdelingsche afwijking moeten optreden?* We zagen, dat juist daar de vergelijking met de soldaten mank ging, en dat vasthouden aan de golffront-beschouwing hier de noodige aanvulling gaf. Bij de emissie-theorie ontbreekt deze overweging echter. En zelfs, indien dit te verklaren ware, dan zou die zijdelingsche afwijking moeten optreden gedurende de geheele snelheidsvermindering, m.a.w. zou de weg der lichtdeeltjes door de optisch dichte stof een kromme worden.

Indien men ten slotte slechts een weerstandbiedende oppervlaktelaag zou veronderstellen om ook dit bezwaar te ondervangen, zoo zou deze ook bij het verlaten der dichtere stof zijn invloed moeten laten gelden, en daar opnieuw een breking *naar de normaal toe* veroorzaken, gepaard met een nieuwe vertraging!

Om bij de emissietheorie de breking te verklaren, moest Newton een zijdelingsche versnelling der lichtdeeltjes aannemen, alleen werkende nabij de grenslaag. De algemeene attractie verklaarde dit op ongedwongen wijze, doch onvermijdelijk zat daar bij breking naar de normaal toe een vergrooting van de lichtsnelheid aan vast, en een verkleining bij breking van de normaal af. Dus: grooter snelheid in de optisch dichtere stof.

Foucault's snelheidsmeting gaf hierin ongetwijfeld de beslissing.

H. B. S. SEMARANG.

EEN BESTAANDE LEEMTE

door W. UITTERDIJK.

Er heerscht een merkwaardige verwarring in het gebruik van het woord *sublimeeren*. Sommigen verstaan er onder den overgang van vast tot gasvormig, anderen bedoelen er mee den omgekeerden overgang en nog anderen gebruiken het voor den overgang: vast → gasvormig → vast, dus voor de samenvatting van de voorgaande.

De oorzaak dezer verwarring zit in het feit, dat de gebruikelijke terminologie op dit punt niet volledig is. Er is behoefte aan een nauwkeurige begripsbepaling en de keuze van een nieuwen term.

In de eerste plaats moet de beteekenis van *sublimeeren* worden vastgesteld. In het standaardwerk van Nernst over theoretische

chemie lezen we: „Die Verflüchtigung eines festen Stoffes nennt man Sublimation". En Larousse geeft als bepaling van sublimer: „Faire passer un corps directement de l'état solide à l'état gazeux". Beiden huldigen dus de eerste opvatting, die ook aansluit bij de etymologie. Het woordenboek van Van Wageningen omschrijft de beteekenis van *sublimis* in het latijn door: hoog in de lucht zich bevindend, hoog, verheven, wat overeenkomt met ons gebruik in: Een subliem persoon, — een subliem denkbeeld. Volgens Van Wageningen is het woord ontstaan uit *sub* = onder en *limen* = drempel. Het is duidelijk, dat we daarbij moeten denken aan den *boven*drempel van een deur. Dr. Edw. B. Koster meent, dat *sub* hier de beteekenis heeft *van onder op*, die ook b.v. leeft in het voorvoegsel *super*, dat feitelijk de comparatief is van *sub*. Deze opvatting geeft de zeer aannemelijke verklaring: Boven den drempel, — boven den norm, — omhoog, — verheven.

We zullen dus aannemen, dat sublimeeren dient te worden gereserveerd voor den overgang vast → gasvormig. Doch dan moet er een woord worden gekozen voor het tegengestelde proces. Volgens Prof. H. R. Kruijt wordt in het Duitsch voor den genoemden overgang het woord *reifen* gebruikt, zoodat men in die taal reeds naast *Sublimationscurve* *Reifcurve* vindt. We stellen nu voor in onze taal het overeenkomstige woord *rijpen* (of *verrijpen*) te kiezen. Het is geenszins een Germanisme. Wij bedoelen met *rijp* den aanslag, die in den winter vaak aan de takken der boomen ontstaat, bij directen overgang van water uit den dampvormigen in den vasten toestand. De voorgestelde beteekenis van *rijpen* ligt dus volkomen in het wezen der taal zelf.

Voor de samenvatting van de beide tegengestelde processen kan het woord *omsublimeeren* — volkomen analoog met omkristalliseeren — uitstekend dienst doen.

Het zal geen verwarring stichten, als we den overgang vast → vloeibaar → gasvormig → vast, die we b.v. krijgen bij verwarming van jodium boven het smeltpunt en condensatie beneden de smelttemperatuur ook door omsublimeeren aanduiden. En evenmin is er bezwaar tegen, te blijven spreken van *jodium resublimatum*.

Met gebruikmaking van de gegeven termen kunnen we dus geheel ondubbelzinnig zeggen: „Door zachte verwarming hebben we jodium gesublimeerd, — tegen een kouden wand is het verrijpt, — zoodoende is het door omsublimeeren gezuiverd."

Het bovenstaande is de samenvatting van velerlei overleggingen met bevoegde belangstellenden. De steller dezer regelen beschouwt zich dan ook in zekeren zin als rapporteur. En dit maakt het hem gemakkelijk, de vrijmoedigheid te nemen, andere wetenschappelijke periodieken te verzoeken, melding te maken van de resultaten van bovenstaande overwegingen. Een nieuwe ontdekking, een dieper inzicht boeit uit den aard der zaak de aandacht der wetenschappelijke wereld het meest. Doch een bestaande leemte in de terminologie is toch ook aller belangstelling waard.

BOEKBESPREKING.

Dr. Ing. Franz Berger. **Das Gesetz des Kraftverlaufes beim Stosz,** 191 blz., 67 fig. — Druck und Verlag von Friedr. Vieweg und Sohn Akt.-Ges. Braunschweig. Prijs Mk 9, geb. Mk 12.

In het bovenstaande werkje wordt zoowel experimenteel als rekenenderwijze het verloop van den aanrakingsdruk onderzocht tusschen twee centraal botsende, elastische lichamen. De berekeningen omtrent het tijdelijk verloop van deze drukkracht zijn uitgevoerd onder aanvaarding van verschillende onderstellingen omtrent het verband dat tusschen een plaatselijke indrukking en de voor deze indrukking benoodigde statische drukkracht bestaat.

Nieuwe gezichtspunten worden niet geopend. Daarentegen wordt de leerstof met een uitvoerigheid behandeld, welke het werkje niet ten goede komt.

Stapt men over dit bezwaar heen, dan kan de kennismaking met dit boekje, hem, die van het behandelde onderwerp voor het eerst wil kennisnemen, niet ontraden worden.

De typografische verzorging is uitnemend. Bi.

G. Bucky. **Die Röntgenstrahlen und ihre Anwendung.** (Teubner, Leipzig u. Berlin) 2e druk.

Volgens het voorbericht bij den eersten druk is dit boekje vooral bestemd om artsen met de theorie der Röntgenstralen op de hoogte te brengen. Het is moeilijk om dit in ruim 100 bladzijden eenigszins behoorlijk te doen: men loopt steeds gevaar, voor den een te uitvoerig en tevens voor den ander te elementair te zijn. De stof welke door den schrijver, een ervaren röntgenoloog, ter behandeling gekozen is, biedt zeker veel nuttigs te leeren voor beginners, al zouden wij bepaalde onderwerpen (als de onderbrekers voor inductoren) liever bekort zien en andere belangrijke onderwerpen (als de absorptiewetten voor Röntgenstralen) in de plaats daarvan besproken. In zijn pogingen, om het verloop der ontladingsverschijnselen in gashoudende röntgenbuizen te beschrijven, is de schrijver m.i. niet geslaagd. De figuur op blz. 38 is dan ook bepaald een verkeerde voorstelling. De schrijver neemt n.l. aan, dat de electronen op den weg van de kathode naar de antikathode geleidelijk meer atomen ioniseeren. Dit nu is niet het geval, daar bij de snelheden

welke deze electronen hebben, de kans op een botsing met een atoom uiterst klein is. Veeleer moet het instandhouden der ontlading aan de werking van secundaire electronen worden toegeschreven. Een gevolg van deze voorstelling is de foutieve conclusie, dat bij gashoudende röntgenbuizen de spectrale energieverdeeling van die der gloeikathodebuizen belangrijk zou afwijken. Deze afwijking zou dan een gevolg zijn van het feit, dat een aantal electronen met mindere snelheid op de antikathode zouden aankomen dan die, welke den geheelen weg van de kathode naar de antikathode doorloopen hebben. Door meerdere onderzoekers is vastgesteld, dat de röntgenspectra van de twee buissoorten niet essentieel verschillen en toch bestaat er nog onder de röntgenologen de meening als zoude dit wel het geval zijn. Het is jammer, dat dit boekje deze verkeerde meening versterkt.

Met begrijpelijke voorliefde en zeer duidelijk is door den schrijver het effect der strooistralen behandeld en de middelen die men daartegen aanwendt. Door den schrijver zelf is dan ook het naar hem genoemde diafragma geconstrueerd.

A.B.

J. Joly, **Radioactivity and the Surface History of the Earth**; Halley Lecture, 1924. — Clarendon Press, Oxford 1924. (The Movements of the Earth's Surface, Phil. Mag. June 1923).

Sedert den tijd, dat het begrip van het ontstaan der aarde en de ontwikkeling van haar opp. levendig werd, hebben telkens weer natuuronderzoekers getracht, de aardgeschiedenis te reconstrueeren en te verklaren. Ze steunden daarbij op de toenmalige uitkomsten van geologie en physica, en naarmate die veranderden en vooral verbeterden, wisselden ook hun geschiedenissen en gingen vooruit in waarde. Joly vat de geschiedenis der aardkorst samen als de cyclische herhaling der volgende verschijnselen: schommelende zeetransgressies, permanente transgressies met sterke sedimentatie, bergplooiïng en regressie, opheffing der gebergten met terugkeer tot vroegere continentale niveaus. De duur der laatste cycli wordt op meerdere tientallen millioenen jaren geschat. — Hij steunt zich verder op het leerstuk der isostasie en neemt aan een bazaltisch substratum, dat hooger soortelijk gewicht en lager smeltpunt heeft dan de continentale massa's. Ten slotte neemt hij aan, dat het radioactief gehalte der korst, in talrijke gevallen aangetoond, algemeen is.

Ophooping van desintegratiewarmte in de diepere lagen moet volgens hem tot smelting voeren. (Globale berekening geeft een daarvoor noodigen tijdsduur van eenige tientallen millioenen jaren). De dichtheid van het substratum vermindert daarbij; de continenten zullen isostatisch inzakken; zeetransgressies grijpen plaats. Het volume van het substratum vermeerdert bij smelting (tot 10 %); de oceaanbodem zal opgeheven worden en ook splijten (dientengevolge magma-extrusies). In het gesmolten substratum ontstaat convectie, waardoor snelle warmte-afgave aan het zeewater. De oceaan-bodemkorst verdikt zich weer en zinkt. Ze is echter te groot geworden en drukt zijdelings tegen de continenten. Getijde-werking in het gesmolten substratum geven druk tegen de W-randen der continenten. Gebergteplooiïng ontstaat in de zwakkere deelen der continenten (geosyndinalen). Later koelt het substratum onder de continenten af en verdicht zich. Dat veroorzaakt isostatische opheffing, die gebergteplooien doet oprijzen.

'n Bezwaar tegen dergelijke theorieën is, dat ze gebruik moeten maken van krasse extrapolaties, vooral bij het beschrijven van geologisch-langzaam verloopende mechanische processen; 'n voordeel is, dat ze, door eenige processen sterk

naar voren te brengen, de aandacht op die processen vestigen. Zoo hier de rol van het radioactieve gehalte der aardlagen. Physisch is hierbij b.v. van gewicht of radioactieve stoffen bij uiterst grooten druk (bij 80 km heerscht al 24000 kg per cm^2) gevormd worden en zoo in de diepere aardlagen voor hen een bron aangenomen mag worden, die door magma-stroomingen de ondiepe lagen zou kunnen voeden.

Joly wijst er ten slotte op, dat volgens zijn leer de aarde niet, na de uitstraling harer oorspronkelijke warmte, afgeleefd zal zijn, maar telkens weer tot nieuwe jeugd zal terugkeeren. W. v. B.

K. Becker u. F. Ebert, **Metallröntgenröhren**, (Wirkungsweise, Anlage, Betrieb), Sammlung Vieweg. Braunschweig 1925.

Dit boekje is volgens het voorwoord een aanvulling van "Die Röntgenstrahlen als Hilfsmittel der chemischen Forschung (Sammlung Vieweg, Heft 73,1924)". De titel is eenigszins eigenaardig, waar bedoeld wordt een handleiding te geven voor het werken met Röntgenstralen voor kristalonderzoek en spectraalanalyse. In het bijzonder worden een aantal Röntgenbuizen beschreven welke alle voor een grooter of kleiner gedeelte uit metaal bestaan en welke steeds in verbinding met een pomp gebruikt worden. De schrijvers beschouwen blijkbaar dit bestaan uit metaal en de noodzakelijkheid van de vacuumpomp als onafscheidelijke eigenschappen. Zoo hebben dan ook volgens de schrijvers "die Metallröhren den Nachteil, die dauernde Anwesenheit eines Pumpenaggregats zu bedingen, welches während des Betriebes der Röhre an diese angeschlossen ist und dauernd im Gange sein muss." En verder: "Dies ist wohl ein Grund, weshalb die Metallröntgenröhren bisher noch nicht die Grenze jener Anwendungsgebiete überschritten haben, für welche sie speziell konstruiert sind, und weshalb sie bisher noch keinen Eingang in die Medizin gefunden haben. Trotzdem erscheint es nicht undenkbar, dass Metallröntgenröhren mit mitteler Spannung und hoher Stromstärke einmal für Therapiezwecke von Bedeutung sein können." Zooals o.a. uit een publicatie in dit tijdschrift[1]) blijkt, waren de schrijvers niet geheel op de hoogte met de resultaten op dit gebied bereikt. Ook in enkel andere opzichten blijkt niet steeds het meest moderne benut te zijn. Zoo is de gelijkrichter in fig. 6 afgebeeld, bepaald veel te gecompliceerd en zijn de buizen van Shearer, Dauvillier en anderen waarschijnlijk te verkiezen boven enkele in dit werkje vermeld.

Overigens valt er voor den beginner uit dit boekje van 59 bladzijden veel goeds te leeren en komen er voor den meer evarene op dit gebied ook nog tal van nuttige wenken in voor. A B.

Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften. Band II en III. Uitgegeven door de redactie van „Naturwissenschaften" 1923 resp. 1924. J. Springer, Berlin G. M. 8.40 resp. 12.50.

Deze beide deelen bevatten wederom een reeks van opstellen over verschillende deelen der physica, die zich in de algemeene belangstelling kunnen verheugen. Uit den aard der zaak zijn deze artikelen zoo heterogeen, dat het moeilijk is ze te bespreken. Ik geef daarom de titels van enkele der meest belangrijke. Deel II bevat eerst een 4-tal opstellen van astronomischen aard, dan een artikel van Henning over lage temperaturen, van Franck over kwanteuse energieuitwisselingen bij stooten tusschen atomen en molekulen, van Gerlach over magnetisme

1) Physica **4. 173.** 1924.

Landé over Zeemaneffect, Paneth over hafnium en van Masing en Polanyi over de verschijnselen die bij de deformatie van metalen optreden. Deel III begint eveneens met 3 astrophysische opstellen, gevolgd door Minkowski en Sponer over den doorgang van electronen door atomen, Laski over metingen in het ultrarood, Gudden over de electrische geleiding in niet metallische kristallen, Meitner over den samenhang van β en γ-stralen, Gerlach over atoomstralen, Hückel over de theorie der electrolyten volgens Debye, Günther-Schultze over gelijkrichters en Katz over de verschijnselen, die optreden bij het opzwellen van stoffen bij het opnemen van vloeistoffen.

Eén enkele opmerking naar aanleiding van het artikel van Paneth, zij mij veroorloofd. Het gaat over de prioriteitsstrijd tusschen Coster en Hevesy aan den eenen en Urbain aan den anderen kant. Paneth neemt daarbij een citaat uit de Fransche dagbladpers over (p. 170) vermoedelijk om aan te toonen, hoe weinig zakelijk dergelijke discussies vaak zijn. Maar hij vergeet, dat hij daarmede dergelijke overkwikkelijkheden aan de vergetelheidonttrekt. Het dagblad ligt overal reeds lang in de prullemand, doch het artikel van Paneth wordt misschien nog over wie weet hoeveel jaren gelezen.

G. H.

Grundriss der Physikalischen Chemie van *Dr. Arnold Eucken* (fur Studierende der Chemie und verwandter Fächer) Zweite Auflage. (495 blz. 99 figuren). Leipzig 1924, Akademische Verlagsgesellschaft.

Zooals in het voorwoord door den schrijver wordt gezegd, wordt in dit boek de nadruk gelegd op de physische kant der physische chemie, waarbij niet geschroomd wordt van, zij het ook eenvoudige, mathematische hulpmiddelen gebruik te maken.

Het boek is in vier gedeelten gesplitst. Het eerste betrekkelijk korte deel (29 blz.) is een „mathematisch-physikalische Einleitung" waarin de voornaamste bewerkingen uit de differentiaal en integraal rekening worden gegeven met eenige toepassingen als voorbeeld op physisch gebied.

Aan het eigenlijke physisch chemische derde hoofdstuk, dat de chemische warmteleer behandelt (128 blz.) gaat een tamenlijk uitvoerige behandeling van de algemeene physische warmteleer (170 blz.) vooraf.

Het laatste vierde hoofdstuk behandelt de „Aufbau der Materie" (157 blz.).

Hier volgen eenige van de belangrijkste in dit boek behandelde onderwerpen.

I Physikalische wärmelehre. Na bespreking van de eerste en tweede hoofdwet, de verdeelingswet van Maxwell enz., en vastlegging van een aantal begrippen, zooals entropie, maximale arbeid, gaat de schrijver over tot behandeling van de ideale gassen en de ideale vaste stoffen, als grenstoestanden der materie.

Bij dit laatste vindt men bijv. een berekening van de molekulaire warmte volgens de kinetische gastheorie, waarbij de schrijver gelegenheid vindt te wijzen op het niet opgaan van de klassieke kinetische theorieën. Bij de bespreking van de ideale vaste stoffen wordt hierop uitvoerig teruggekomen, terwijl men dan ingeleid wordt in de moderne beschouwingen der energiequanten. De molekulaire warmte wordt berekend eerst voor een stel oscillatoren volgens Planck en vervolgens na invoering van het begrip eigenfrequentie voor de ideale vaste stof voor een dergelijke stof. Ook wordt in dit belangrijke gedeelte gewezen op de theoretische beteekenis der ideale vaste stoffen voor de afleiding der derde hoofdwet of warmtewet van Nernst.

Verder worden de volgende hoofdstukken besproken „Reale Gase" waarbij behandeld worden, de wet van van der Waals, Joule-Thomsoneffect enz.; de „Flüssigkeiten" met een bespreking van oppervlaktespanning en kohesiedruk enz.; „Uebergang der Aggregatzustände chemisch einheitlicher Körper in einander" met de berekening van de constanten van van der Waals uit de kritische grootheden, de formule van Clausius-Clapeyron voor den dampdruk, verder verdampen en kristalliseeren; „Lösungen" met de osmotische wetten van van 't Hoff enz. „Das Gleichgewicht der Aggregatzustände bei vorhandensein mehrere Stoffe" met de phasenregeling van Gibbs en toepassingen hiervan enz.

II „Chemische Wärmelehre". Hierin worden behandeld, het chemisch evenwicht en de chemische reactie-snelheden.

Wat het chemische evenwicht betreft is een zeer belangrijke plaats ingeruimd voor de berekening der affiniteiten, terwijl de rol die hierbij de warmtewet van Nernst speelt uitvoerig wordt besproken.

Bij de bepaling van de maximale arbeid door electromotorische krachtmetingen vindt de schrijver gelegenheid een groot deel der electrochemie te bespreken terwijl bij het hoofdstuk „chemische reactie-snelheden" onder „electrochemische Reactionen" een ander belangrijk deel der electrochemie (transportgetallen, galvanische en chemische polarisatie enz.) besproken wordt.

III „Aufbau derm aterie". Volgens het voorbericht is dit hoofdstuk tengevolge van den snellen groei in deze materie, bij de tweede druk van dit werk belangrijk veranderd.

a. „Aufspaltung der Atome" met o.a. de radioactieve uiteenvalling der atomen, de niet radioactieve uitzending van electronen, grootte van de ladingen der atoomkernen enz.

b. „Energieumsatz bei atomaren und molekularen Prozessen" met o.a. de aequivalentwet van Einstein-Bohr (waarbij een hoofdstuk over de photochemie is ingelascht), de atoomspectra (werk van Bohr en medearbeiders), de molekulaire spectra en de wet van de zwarte straling.

c. „Verkettungen der Atome" met o.a. de behandeling der chemische valentie, en de vorming van heteropolaire en homöopolaire verbindingen, vorming en bouw van kristallen (werk der Bragg's), traliespectra, enz. enz.

In het boek vindt men geen overmaat van literatuur opgaven. Daarentegen wordt zooveel mogelijk verwezen naar de samenvattende publicaties, die van zelf den weg verder zullen wijzen.

Het boek geeft veel maar is zeer overzichtelijk en helder geschreven. Het laat zich aangenaam lezen en mag naar onze meening zeer warm worden aanbevolen aan „Studierende der Chemie und verwandter Fächer". S. v. R.

Émile Picard. **Mélanges de mathématiques et de physique.** Paris, Gauthier-Villars 1924, 363 blz.

In dit boek vindt men, evenals in het in 1922 uitgegeven „Discours et mélanges", een aantal, op verschillenden tijd en in verschillenden vorm verschenen, verhandelingen bijeen, die betrekking hebben op de geschiedenis en de philosophie der exacte wetenschappen. De meeste zijn zeer lezenswaardige levensschetsen van wiskundigen van verschillende nationaliteit. Daaronder verdient die van Abel, geschreven bij gelegenheid van den honderdsten gedenkdag der geboorte van den grooten Noorschen wiskundige, (Journal des savants, Februari 1903), eenvoudig maar gevoelig en van groote zaakkennis getuigend, bijzonder de aandacht.

Verder een aantal redevoeringen, bij verschillende gelegenheden uitgesproken, die alle den stempel dragen van een fijnen geest. Jammer, dat de schrijver er niet toe gekomen is, de openingsrede van het wiskundigencongres te Straatsburg in 1920, uitvloeisel van een mentaliteit, die nu ook in Frankrijk begint weg te trekken, achterwege te laten.

Een veel kleiner deel van het boek wordt ingenomen door artikelen van meer specialen aard, die van den lezer een geheel andere inspanning vergen. Meer dan eens wordt hier in weinige bladzijden een helder licht geworpen op uiterst moeilijke vraagstukken, zoo in het overzicht van Sundmanns oplossing van het drielichamenvraagstuk en in het stuk over astronomische toepassingen der relativiteitstheorie.

H. B.

Hermann Weyl. **Was ist Materie?** Zwei Aufsätze zur Naturphilosohie, 88 pagina's. Berlin, Julius Springer, 1924.

Dit boekje vormt een separaat-uitgave van twee in „Die Naturwissenschafften" verschenen opstellen van Weyl. Het onderwerp, niet op zuiver physisch doch op „Naturphilosophisch" gebied brengt mee, dat hier slechts een korte aankondiging op haar plaats is. Toch zullen deze belangwekkende beschouwingen niet zonder genoegen en nut door physici gelezen worden en mag er wel even de aandacht op gevestigd worden.

Het tweede opstel „Massenträgheit und Kosmos. Ein Dialog" handelt grootendeels over het verschil tusschen het wereldbeeld van Einstein en dat van De Sitter. Het eindigt daarmede, dat „Petrus" het plan uitspreekt de argumenten, die Paulus vóór de opvatting van De Sitter in het midden heeft gebracht, grondig te zullen overwegen. De lezer moge Petrus' voorbeeld volgen.

Het eerste opstel bespreekt de opvattingen van de materie en de atomistiek bij Grieksche en latere philosophen, waarbij ook de verhouding van deze opvattingen tot de relativiteitstheorie op den voorgrond staat. Weyl toont hier uitgebreider kennis der philosophie te bezitten en een beter ook philosophisch geschoold denker te zijn, dan velen, die zich aan het onderwerp wagen, en het opstel bevat veel wat overweging waard is. Ik kan mij echter bezwaarlijk vereenigen met zijn polemiek tegen het substantie-begrip. En het ontgaat mij eigenlijk, waarom hij zoo'n afkeer van dit begrip heeft. Wanneer Weyl de „veldtheorie" en de opvatting van de „Materie als dynamisches Agens" bespreekt, kan ik daarin niet anders zien dan een precieseering van wat wij tegenwoordig als physische substantie hebben te beschouwen, terwijl hij het opvat als een beschouwing, waardoor hij de „substantie-theorie" vervangt. Soms polemiseert hij tegen Descartes' opvatting dat de physische substantie „uitgebreidheid", soms tegen die, dat zij „massa" zou zijn. Dit laatste m.i. op onvoldoende gronden, want hij neemt dan als massa niet de feitelijke, doch de „rustmassa" en heeft dan natuurlijk gemakkelijk gewonnen spel, als hij bewijst, dat deze grootheid, wier som niet constant is, toch niet als „substantie" kan optreden. Maar bovendien kan het hem toch niet ontgaan zijn, dat hiermee niet alle mogelijkheden voor het substantiebegrip zijn uitgeput.

Maar dit en andere punten, die misschien tot verzet uitlokken, verhinderen niet dat men de studie niet zal lezen zonder zijn inzicht in het probleem te verhelderen.

J. D. v. d. W. Jr.

R. Rothe. **Höhere Matematik, Teil I. Differentialrechnung und Grundformlen der Integralrechnung nebst Anwendungen.** 185 blz., 155 fig. Leipzig-Berlin B. G. Teubner 1925.

Boven aan het titelblad staat: Teubners technische Leitfaden, Band 21, en uit het voorwoord van den schrijver, professor aan de technische hoogeschool te Berlijn, blijkt, dat het werk ontstaan is uit inleidende academische lessen voor studenten in wiskunde, natuurkunde en de verschillende ingenieursvakken. Het boek zal dus ook wel voor studenten van nogal uiteenloopenden aard bedoeld zijn. Dit brengt natuurlijk moeilijkheden mede. Men kan zich nauwelijks een leerboek denken, dat zoowel den aanstaanden mathematicus als den aanstaanden ingenieur juist dat geeft, wat hij hebben moet, nog afgezien van de moeilijke vraag, hoe men den laatsten de wiskunde moet leeren. In den opzet is hier het zwaartepunt vrij wat meer naar den kant der theorie gelegd dan b.v. aan de technische hoogeschool te Delft pleegt te geschieden. De omvang van de behandelde stof komt echter vrijwel met het voor verschillende examens hier te lande gevraagde overeen. In dit eerste deeltje beginselen der differentiaalrekening, onbepaalde vormen, maxima en minima, formule van Taylor, onbepaald integreeren, functies van meer dan een veranderlijke, vlakke krommen, complexe getallen. Het tweede deel zal de verdere ontwikkeling der integraalrekening, de theorie der oneindige reeksen en de vectorrekening bevatten, het derde ruimtekrommen en oppervlakken, lijnintegralen, meervoudige integralen, gewone en partieele differentiaalvergelijkingen.

De schrijver wil zijn boek als een korten leiddraad beschouwd zien en verwacht van den studeerenden lezer dapper meewerken, wat dikwijls niet zonder zweetdroppels en verzuchtingen gaan zal. Voor hem, die goede leiding heeft, is dit vermoedelijk eer een voordeel dan een bezwaar te achten. De verklaringen en uiteenzettingen zijn over het geheel duidelijk en nauwkeurig, hier en daar valt een niet altijd gelukkig geslaagd streven naar oorspronkelijkheid op te merken, zoo b.v. bij de definitie van veranderlijke op blz. 4.

Het boekje bevat 115 vraagstukken in elf groepen door den text verdeeld, waarvan de oplossing ongetwijfeld den studeerenden zal helpen, het behandelde vast te leggen. De schrijver verwacht, waarschijnlijk terecht, dat dit een niet onbeduidend deel der bovengenoemde zweetdroppels en verzuchtingen zal kosten.

H. B.

TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN.

A. Benrath. Physikalische Chemie II. Thermische und photochemische Gleichgewichts- und Geschwindigkeitslehre. (Band 14 der reeks Wissenschaftliche Forschungsberichte), 192 blz. — Theod. Steinkopff, Dresden, 1925. Prijs M. 8.50 geb. M. 9.70.

M. Hellingman, Radiotelegrafie- en telefonie I. 317 blz., 29 fig. — C. Morks Cz. Dordrecht 1925. Prijs geb. f 3,75.

Joseph Würschmidt. Theorien des Magnetismus, aus dem Amerikanischen übersetzt. (Band 74 der reeks „Wissenschaft"). 309 blz., 67 fig. — Friedr. Vieweg und Sohn, Braunschsweig, 1925. Prijs M. 16.—, geb. M. 18.—.

Joseph Würschmidt. Theorie des Entmagnetisierungsfaktors und der Scherung von Magnetisierungskurven. (Heft 78 der Sammlung Vieweg). 118 blz,. 31 fig. — Friedr. Vieweg und Sohn, Braunschweig, 1925. Prijs M. 6.—.

Manne Siegbahm, The spectroscopy of X-Rays; translated bij G. A. Lindsay. 287 blz., 119 fig, — Oxford University Press. 1925.

F. F. Martens. Hochfrequenztechnik. Sonderabdruck der Abschnitte 7 und 8 aus Martens, Elektrizitätslehre. 176 blz., 153 fig. — Friedr. Vieweg und Sohn, Braunschweig, 1925. Prijs M. 6.—.

STRIKVRAGEN.

Vraag XXX. **Het is bekend genoeg, dat, wanneer men in den spiegel kijkt, een ring aan de rechterhand in het beeld aan de linkerhand gedragen schijnt. Waarom wordt echter niet, evengoed als rechts en links door de spiegeling verwisseld wordt, ook boven en onder verwisseld?**

Antwoorden en nieuwe strikvragen in te zenden aan het gewone adres der Redactie.

Het antwoord op vraag XXVIII: *Waar, bij voorkeur — in een tramwagen — moeten slechte equilibristen een staanplaats innemen, om zoo min mogelijk moeilijkheden bij het rijden door bochten te ondervinden?*

luidt als volgt: dicht achter de achteras; bij snelle vaart of nauwe bocht iets meer naar achteren dan bij langzamen gang of flauwe bocht. Menig lezer zal niet verder willen lezen, om zich het vinden van het waarom niet te laten ontnemen, maar anderen willen wellicht weten of wij er net zoo over denken als zij. Om met succes door de bocht te gaan moet de hoofd-voetenlijn van het lichaam scheef naar den binnenkant der bocht hellen. Alle plaatsen vóór de achteras in den tramwagen worden zoodra de bocht begint, naar binnen gedreven; de hoofd-voetenlijn geraakt dus naar buiten uit het lood, naar den verkeerden kant. De plaatsen achter die as worden, als de wagen de bocht inrijdt, eerst naar buiten gedreven, de hoofd-voetenlijn krijgt daardoor een nuttige helling naar binnen, naar den goeden kant.

Nadruk der artikelen en reproductie der illustraties voorkomende in dit tijdschrift wordt bij deze overeenkomstig Art. 15 der Auteurswet 1912, uitdrukkelijk verboden.

PHYSICA
NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

5e JAARGANG OCTOBER 1925 NUMMER 10.

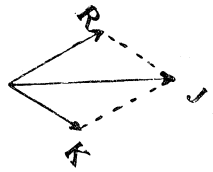
IETS OVER SPECTRA EN ATOOMBOUW

door S. GOUDSMIT.

In een overzicht in dit tijdschrift [1]) is voor eenigen tijd een uiteenzetting gegeven van het werk van Landé, Sommerfeld, Pauli e.a. op het gebied van de structuur der spectra in verband met het Zeeman-effect. Daarin werd in hoofdzaak gelet op de beteekenis voor de classificatie der spectraallijnen, hier zullen we ons meer met de modelvoorstelling bezig houden.

Van de quantagetallen, die een bepaalde energietoestand van een atoom draagt, zijn er drie, nml. R, K en J, die, hetgeen men uit het gelden van beperkingsregels kan afleiden (wat we nu niet zullen doen), iets met een moment van hoeveelheid van beweging te doen moeten hebben. Men stelt zich dan ook R, K en J als vectoren voor, waarbij R het moment van hoeveelheid van beweging van de atoomrest — d.i. het atoom zonder het emitteerende electron — voorstelt, K dat van het emitteerende electron en J dat van het totale atoom in de gebruikelijke quantaeenheid $\frac{h}{2\pi}$ uitgedrukt. J is dus de resultante van R en K en kan bij bepaalde waarden dezer beide quantagetallen zekere grenzen niet overschrijden. Door deze voorstellingen geleid komt men ertoe R te laten samenhangen met de multipliciteit (doublet, triplet, enz.) van het spectrum, K met de verschillende reeksen van energietoestanden en J met de „inwendige" quantagetallen van Sommerfeld, welke oorspronkelijk werden ingevoerd om bij een meervoudig energieniveau de verschillende niveau's te onderscheiden. Eenige willekeur blijft nog in de normeering der quantagetallen, daar de empirische structuur der spectra hun waarden slechts tot op een constante levert. In het bovengenoemde overzicht werd de normeering van Landé gevolgd, de vectoren R en K stelden zich

[1]) S. Goudsmit, Physica **4**, 75.

dan zoo  samen, dat

$$|R-K|+\tfrac{1}{2}\leq J\leq |R+K|-\tfrac{1}{2} \qquad (1)$$

Landé stelt zich voor, dat in een magnetisch veld de vector J zich zoodanig oriënteert, dat zijn projectie m op de veldrichting de waarden

$$-(J-\tfrac{1}{2})\leq m\leq J-\tfrac{1}{2} \qquad (2)$$

doorloopen kan. Volgens de elementaire theorie zou men nu verwachten, dat de energie van het atoom in een bepaalden toestand door het uitwendige magnetische veld de verandering

$$\triangle E = m\,\frac{e\,h}{4\,\pi\,\mu\,c}\,H$$

zou ondergaan (e en μ lading en massa electron, c lichtsnelheid, h constante van Planck, H uitwendig veld). De factor bij m is universeel en, tevens in verband met de beperkingsregels voor m, verwacht men dan, in strijd met de ervaring, voor alle lijnen het normale Lorentztriplet. De bedoelde beperkingsregels zijn, dat m bij den overgang van één toestand in een anderen $\pm$ 1 of O springt, in 't eerste geval is de uitgezonden spectraallijn circulair gepolariseerd in een vlak loodrecht op de magnetische krachtlijnen, in 't tweede lineair, evenwijdig eraan.

Om overeenstemming te krijgen met de ervaring geeft Landé zijn model twee nog volkomen onbegrijpelijke eigenschappen De eerste is, dat R de dubbele magnetische energie heeft als men theoretisch verwachten zou; dit brengt Landé in verband met het experiment van Einstein-de Haas-Richardson, waarin ook die onbegrijpelijke factor 2 optreedt. Ten tweede vervangt Landé in zijn formules overal J^2 door $(J^2-\frac{1}{4})=(J+\frac{1}{2})(J-\frac{1}{2})$ [1]).

Heeft men dan deze twee onbegrijpelijke onderstellingen gemaakt, dan beheerscht men echter volledig het uitgebreide en gecompliceerde materiaal van het anomale Zeeman-effect van bijna alle spectra, waaronder lijnen die zich in een magnetisch veld niet

1) Heisenberg heeft getracht dit theoretisch eenigszins plausibel te maken. Z.S. f. Phys. **26**, 29.

veranderen, tot die, die zich in 21 componenten splitsen zijn waargenomen.

Men vindt dan voor de enegieverandering door een magnetisch veld in plaats van $m \cdot \frac{e\,h}{4\,\pi\,\mu\,c} H$

$$\triangle E = m \cdot g \cdot \frac{e\,h}{4\,\pi\,\mu\,c} H.$$

Hierin is g de „splitsingsfactor" van Landé, welke van de quantagetallen van het betrokken energieniveau afhangt n.l.:

$$g = 1 + \frac{R^2 - K^2 + J^2 - \frac{1}{4}}{2\,(J^2 - \frac{1}{4})}.$$

Voor de normale splitsing is $g = 1$ [1]).

Ook het Paschen-Back-effect volgt uit dit model. Bij sterke velden verliest J zijn beteekenis, doordat K en R zich elk afzonderlijk in het uitwendig magnetisch veld instellen, met de projecties op de veldrichting m_K en m_R welke in de normeering van Landé begrensd zijn door

$$-(K - \tfrac{1}{2}) \leq m_K \leq K - \tfrac{1}{2}, \qquad (3)$$

$$-(R - \tfrac{1}{2}) \leq m_R \leq R - \tfrac{1}{2}. \qquad (4)$$

Ook nu nog heeft R de anomaliteit, dat zijn magnetische energie dubbel zoo groot is als men zou verwachten. De door het veld veroorzaakte energieverandering is dus nu

$$\triangle E_{\text{sterk}} = (m_K + 2\,m_R) \frac{e\,h}{4\,\pi\,\mu\,c} H. \qquad (5)$$

De beperkingsregels gelden weer voor de totale projectie

$$m = m_K + m_R. \qquad (6)$$

Geeft men behalve het hoofdquantagetal n, nog de quantagetallen R en K, dan is hierdoor in 't algemeen nog niet een enkelvoudig energieniveau bepaald, maar een niveaugroep (doublet, triplet, enz), omdat deze R en K volgens de bovengegeven formule (1) nog verschillende resultanten J kunnen hebben. Gaat men na in hoeveel verschillende niveau's zich zoo een groep in een sterk en in een zwak magnetisch veld splitst, dan vindt men zooals te verwachten was, dat deze aantallen dezelfde zijn. Deze

1) Men ziet in de formule het optreden van $J^2 - 1/4$ i.p.v. J^2. Of men consequent ook $R^2 - 1/4$ en $K^2 - 1/4$ moet zetten, is uit het empirische materiaal niet te bepalen, daar dit in de formule wegvalt, waarschijnlijk is het echter wel.

aantallen bepalen het statistische gewicht van de niveaugroep, hetwelk natuurlijk onder beide omstandigheden gelijk is.

Door Pauli [1]) zijn de regels gevonden, welke bepalen hoe elk dezer magnetische niveau's in een zwak veld toegevoegd is aan een der niveau's in een sterk veld. Ook legde hij verband tusschen de magnetische energieën in een sterk en een zwak veld. Het zou ons te ver voeren, dit uitvoerig uiteen te zetten. Slechts willen we opmerken, dat het door dit verband mogelijk is uit de de eenvoudige formules voor de magnetische splitsing in sterke velden, de magnetische energiën in zwakke velden te bepalen, waarbij men de vroeger genoemde moeilijkheid, dat men overal J^2 moet vervangen door $J^2 - \frac{1}{4}$, ontgaan kan.

Door Landé zijn nog formules gegeven voor de natuurlijke splitsing (doublets, triplets, enz,) in zwakke en sterke velden, ook zijn er formules voor de relatieve intensiteiten der spectraallijnen en hun Zeeman-componenten eveneens in zwakke en sterke velden, alle direct aansluitend aan het *R-K-J*-diagram van Landé. Voor deze moeten we echter naar de oorspronkelijke publicaties verwijzen.

Het vectordiagram van Landé, dat dus gebleken is uiterst vruchtbaar te zijn en o.a. geleid heeft tot de ontwarring van de ingewikkeldste spectra, vertoont echter eenige moeilijkheden, zoodra men het tracht aan te sluiten aan de voorstellingen van het atoommodel als opgebouwd zijnde uit electronen op verschillende banen. Deze bezwaren moeten we iets nader bespreken.

1e. Beschouwen we de spectra der alkalimetalen. Dit zijn doubletspectra, voor deze is $R = 1$. Dus de atoomrest heeft een resulteerend impulsmoment gelijk aan $1 \cdot \frac{h}{2\pi}$. Pauli [2]) vraagt zich nu af, welke electronengroepen, dit resulteerend moment veroorzaken. Wegens de periodiciteit van de eigenschappen der elementen is men genoodzaakt aan een volledig bezette electronengroep (in den zin van Bohr of Stoner) een resulteerend moment *nul* toe te kennen, wellicht met uitzondering van de beide binnenste electronen, de 1_1-electronen, de „*K*"-groep, die bij Helium reeds aanwezig zijn. Daar nu een alkaliatoomrest geheel uit afgesloten electronengroepen bestaat, moet men aannemen, dat die beide

[1]) W. Pauli Z.S. f. Phys. **20**, 371.
[2]) W. Pauli Z.S. f. Phys. **31**, 373.

binnenste electronen het resulteerend impulsmoment R veroorzaken. Berekent men nu het magnetisch moment van de atoomrest, dan mag men, zooals Pauli opmerkt, de daarin voorkomende factor $\frac{e}{\mu}$ niet voor alle alle alkalimetalen gelijk nemen. Immers bij Cesium bevinden deze beide electronen zich vlak bij den kern met de kernlading 55, terwijl deze bij Natrium maar 11 is, de massaverandering tengevolge van de zeer groote omloopssnelheid bij Cesium mag niet verwaarloosd worden. De berekeningen van Pauli leeren, dat daardoor het Zeeman-effect bij Cesium aanmerkelijk zou verschillen van dat bij Natrium, terwijl Rubidium en Kalium de geleidelijke overgang zouden vormen. Dit nu is volkomen in tegenspraak met de feiten. Hieruit volgt:

a. Het quantagetal R heeft niets te maken met het impulsmoment van de atoomrest.

b. Dit moment is gelijk aan *nul* voor de atoomrest der alkalimetalen, dus eveneens voor de edelgasatoomen, ook voor Helium, in tegenstelling met vroegere opvattingen.

c. De magnetische anomalieën moeten bij de alkalimetalen toegeschreven worden aan het valentie-electron alléén, omdat de atoomrest volgens bovenstaande hieraan niet meedoet.

2e. Volgens de definitie van atoomrest — atoom zonder het emitteerende electron — verwacht men, dat deze voor een neutraal atoom identiek is met het positieve ion. Dit nu geldt niet voor het schema van Landé. Nemen we als voorbeeld het spectrum van geioniseerd Magnesium. Voor den normaal of grondtoestand is $J = 1$ d.w.z. het totale impulsmoment is 1 quantaeenheid. Voor neutraal Magnesium verwacht men dus, dat het impulsmoment van de atoomrest ook 1 is. In werkelijkheid vindt men echter voor R de twee waarden $\frac{1}{2}$ $1\frac{1}{2}$ [enkelvoudig- en tripletsysteem van het Magnesiumspectrum]. Algemeen vindt men voor R steeds $\frac{1}{2}$ meer en $\frac{1}{2}$ minder, dan men uit ionspectrum of dat van het vorige atoom verwacht (Verzweigungssatz van Landé en Heisenberg).

3e. Uit de opstelling van het periodiek systeem der elementen van Bohr en Coster kan men met groote zekerheid het quantagetal k $(= K + \frac{1}{2})$ voor de grondtoestand der verschillende elementen aangeven. De hieruit gevonden waarde klopt nu in eenige gevallen niet met die welke men uit de analyse van het spectrum volgens het R-K-J-diagram verkrijgt. Zoo vond men b.v. uit de

analyse van het Vanadiumspectrum, dat de grondtoestand $k = 4$ draagt, terwijl volgens het periodiek systeem het Vanadiumatoom in 't geheel geen electronen met $k = 4$ bevat. Ook voldoen vele spectra niet aan de beperkingsregel voor K.

4e. Analyseert men de Röntgenspectra met behulp van de beperkingsregels op dezelfde wijze als de optische spectra, dan blijken de quantagetallen, die men den verschillenden Röntgen-energie-niveau's moet toekennen, precies dezelfde te zijn als bij de alkalispectra. Deze analogie tusschen Röntgen- en alkalispectra, kan met behulp van het schema van Landé niet zeer bevredigend verklaard worden.

5e. Ten slotte is er in het schema geen plaats voor de verklaring van het empirische feit, dat de doublets in de Röntgen-, alkali- en analoge spectra aan de relativistische formule voldoen, die door Sommerfeld voor het waterstofatoom is afgeleid.

Zien we voorloopig af van de 5e opmerking, dan merkt men op dat de andere alle in dezelfde richting wijzen, en wel, dat in het schema van Landé alleen de beteekenis, die aan de quantagetallen R, K, J gegeven wordt onjuist is.

Door Pauli [1]) is nu een nieuwen weg ingeslagen, welke eigenlijk direct aansluit bij 1c. Deze wijst er op, dat de eigenschappen van het electron niet zoo eenvoudig zijn, als men bij de theorie van het waterstofatoom aanneemt. Om de werkelijke eigenschappen van het *electron* te krijgen, *moet men een alkalispectrum* beschouwen, daar waterstof slechts een gedegenereerd geval voorstelt. Doet men dit, dan verdwijnen alle bovengegeven bezwaren, behalve het 5e. Natuurlijk verdwijnen dan niet in eens alle moeilijkheden, maar ze worden op één punt geconcentreerd; op het electron.

We beschouwen nu een alkalispectrum in een magnetisch veld. Elk niveau draagt volgens de analyse vier quantagetallen, die we dus met Pauli aan het valentieelectron toeschrijven. Ze zijn n, het hoofdquantagetal, K het azimuthale quantagetal, beide evenals vroeger, J een vector, waarvan ons nu de beteekenis duister is, en m de projectie van J op de veldrichting. De beteekenis van R, die met K samen J als resultante oplevert is nu ook onbekend [2]).

1) W. Pauli Z.S. f. Phys. **31**, 765.

2) In het schema Pauli ontbreekt helaas een modelvoorstelling, wat het geheel erg abstract maakt. Deze moeilijkheid verdwijnt, indien men het electron een rotatie toeschrijft met R als rotatie quantagetal. In het diagram van Landé verandert dan alleen de beteekenis van R. Zie hierover een weldra te verschijnen mededeeling van G. E. Uhlenbeck en S. Goudsmit in Naturw.

In een sterk magnetisch veld (Paschen-Back-effect) worden de vier quantagetallen n, K, m_K, m_R. In plaats van de gegeven viertallen, kan men ook andere viertallen nemen, mits ze zoodanig onafhankelijk zijn, dat ze met hun vieren éénduidig een niveau in het alkalispectrum bepalen. Zoo neemt b.v. Pauli in een sterk veld de vier quantagetallen

$$n, K, m_1, m_2,$$

hierin is $m_1 = m = m_R + m_K$ (zie form (6)) en $m_2 = 2\, m_R + m_K$, dus, volgens form. (5) de magnetische energie in een sterk veld in quantamaat, ingevoerd als quantagetal.

Elk electron draagt dus zoo'n viertal quantagetallen en wel juist met die waarden, welke men empirisch uit de alkalispectra kent. Deze zijn:

n loopt van 1 tot ∞,

$K < n$ loopt van $\frac{1}{2}$ tot ∞ (of k van 1 tot ∞),

R is alleen 1 (alkalispectrum is doubletspectrum),

J is $K + \frac{1}{2}$ en $K - \frac{1}{2}$, nul uitgesloten, zie form. (1),

m loopt van $-(J - \frac{1}{2})$ tot $+(J - \frac{1}{2})$,

m_K loopt van $-(K - \frac{1}{2})$ tot $+(K - \frac{1}{2})$,

m_R is $+\frac{1}{2}$ en $-\frac{1}{2}$, want $-(R - \frac{1}{2}) \leq m_R \leq +(R - \frac{1}{2})$, zie form. (2), (3) en (4)

Voor een geheel atoom worden nu de quantagetallen, die een projectie voorstellen, eenvoudig verkregen door over alle electronen te sommeeren, eveneens is de magnetische energie in een zeer sterk veld voor het geheele atoom gelijk aan de som van de magnetische energieën der electronen, dus

$$\bar{m} = \Sigma\, m, \quad \bar{m}_K = \Sigma\, m_k, \quad \bar{m}_R = \Sigma\, m_R, \quad \bar{m}_2 = \Sigma\, m_2,$$

waarin de getallen met een streep er boven voor het geheele atoom gelden. Dit is dus eigenlijk een toepassing van het „Aufbauprinzip" van Bohr.

Pauli gaf nog den zeer belangrijken regel, dat er in een atoom nooit twee electronen zijn, waarvan de vier quantagetallen identiek zijn. Deze regel, geeft rekenschap van den opbouw van het periodiek systeem volgens Stoner, zooals we in het volgende zullen zien.

Nemen we als voorbeeld de electronen met $n = 2$. Hiervoor kan k de waarden 1 en 2 ($K = \frac{1}{2}$ en $1\frac{1}{2}$) hebben. Beschouwen we eerst de electronengroep met $n_k = 2_1$. Voor deze heeft J

alleen de waarde 1 en m de waarden $+\frac{1}{2}$ en $-\frac{1}{2}$. In 't geheel kunnen dus in een atoom slechts twee electronen met het symbool 2_1 voorkomen, nl. dat met het quanta-viertal $n, k, J, m = 2, 1, 1, +\frac{1}{2}$ en dat met $2, 1, 1, -\frac{1}{2}$ [1]).

De electronen met $n_k = 2_2$ kunnen de waarden $J = 1$ en $J = 2$ hebben. Deze groep wordt dus onderverdeeld in twee groepen, zooals Stoner dat reeds deed, nml. $n_{kJ} = 2_{21}$ en $n_{kJ} = 2_{22}$. De eerste ondergroep is vol met twee electronen nl. met de quantagetallen $m = +\frac{1}{2}$ en $m = -\frac{1}{2}$, terwijl de tweede ondergroep er vier kan bevatten nl. met $m = +1\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ en $-1\frac{1}{2}$.

Verder is het gemakkelijk na te gaan, dat wegens de symmetrie van de mogelijke waarden van m, m_K, m_R, voor iedere volbezette ondergroep geldt

$$\bar{m} = \Sigma m = 0, \quad \bar{m}_K = \Sigma m_K = 0, \quad \bar{m}_R = \Sigma m_R = 0, \quad \bar{m}_2 = \Sigma m_2 = 0,$$

zoodat zoo'n groep blijkbaar geen resulteerend moment bezit en dus magnetisch onwerkzaam is. Dit geldt ook reeds voor de electronengroep met $n = 1$.

Is een electronengroep op één electron na vol, dan vindt men voor $\bar{m} = \Sigma m$, enz. volgens het vorige op het teeken na precies dezelfde waarden alsof in die groep slechts één electron aanwezig was. Het ontbreken van één electron in een volle groep geeft de energieniveau's bij de Röntgenspectra, terwijl het aanwezig zijn van één electron ons de energietoestanden van het alkalispectrum levert. Dit verklaart dus volkomen de volledige analogie tusschen deze spectra.

Heeft men voor een of anderen toestand van het atoom de mogelijke waarden van $\bar{m}, \bar{m}_R, \bar{m}_K$ enz. dan kan men [2]) uit de grenzen waarbinnen deze getallen varieeren (form. (2), (3), (4),) dezen toestanden ook weer quantagetallen $\bar{R}$, $\bar{K}$, $\bar{J}$ toekennen. In dit geval heeft $\bar{K}$ niet meer de eenvoudige beteekenis van een azimuthaal quantagetal van één electron, het blijkt de resultante te zijn van de vectoren K van alle electronen [3]). Het duidelijkst ziet men dit als men nagaat wat de waarden dezer quantagetallen worden, als we met slechts twee electronen te doen hebben, die verschillende n hebben (opdat we geen rekening behoeven te

---

1) Men vergelijke het bovenstaand lijstje voor de mogelijke waarden der quantagetallen.
2) S. Goudsmit Z.S. f. Phys. **32**, 794.
3) Dat ook $\bar{R}$ de resultante is van de vectoren R der electronen is nu duidelijk door de opmerking in noot 2 van pag. 286.

houden met de door Pauli voorgeschreven beperking). Dit heeft men o.a. bij de aangeslagen toestanden in de specta der aardalkaliën, daar volgens het vorige de volle groepen geen invloed hebben op de structuur van het spectrum, (maar natuurlijk wel op de energiewaarden der verschillende toestanden). Men vindt in zoo'n geval dat

$$|K_1 - K_2| + \tfrac{1}{2} \leq \overline{K} \leq |K_1 + K_2| - \tfrac{1}{2}$$
$$|R_1 - R_2| + \tfrac{1}{2} \leq \overline{R} \leq |R_1 + R_2| - \tfrac{1}{2} \quad (R_1 = R_2 = 1)$$
$$|J_1 - J_2| + \tfrac{1}{2} \leq \overline{J} \leq |J_1 + J_2| - \tfrac{1}{2}$$

waarin de index 1 het eene en 2 het andere electron aanduidt. Dit zijn dus weer duidelijk vector-formules van dezelfde soort, als we ze in het begin ontmoet hebben. Het spreekt ook vanzelf, dat voor $\overline{K}$ niet de beperkingsregel geldt, die voor een enkel electron is afgeleid, Heisenberg heeft de juiste beperkingsregels voor deze gevallen opgesteld. Had men bij de classificatie van de spectra streng vastgehouden aan de beperkingsregels voor K, dan had men niet de quantagetallen $\overline{K}$ gevonden, maar de juiste quantagetallen K van het ééne springende electron (als we af zien van de gevallen waarbij meer dan één electron tegelijk springt). Beschouwt men echter het Zeeman-effect en de multipletstructuur, zoo komt men voor de niveau's tot de quantagetallen $\overline{K}$. Russel en Saunders [1]) vonden het eerst in de spectra der aardalkaliën met zekerheid, dat er niveaugroepen waren die volgens de beperkingsregel andere quantagetallen K droegen, dan uit de multipletstructuur volgden. Zij duidden dit reeds als de samenwerking van twee electronen en stelden de bovengegeven formule van $\overline{K}$ vast.

De in de laatste tijden gerangschikte spectra van *Mn*, *Fe*, *Va*, *Cr*, *Sc*, enz. zijn echter alle volgens Zeeman-effect en multiplet structuur geclassificeerd. Vandaar, dat in deze spectra schijnbaar de beperkingsregels voor K niet gelden en de grondniveau's veelal in strijd schijnen te zijn met den opbouw van het periodiek systeem. Door Hund [2]) zijn deze spectra en speciaal de grondniveau's nog eens gecontroleerd in verband met deze nieuwe opvattingen. Het bleek, dat alle moeilijkheden verdwenen waren en dat men om-

1) H. N. Russel and F. A. Saunders. Astroph. Journ. **61**, 38.
2) F. Hund. Z.S. f. Phys. **33**, 345.

gekeerd nu uit deze spectra met volkomen zekerheid de rangschikking der electronen kon bepalen. Tabel I geeft de door Hund opgestelde tabel voor de elementen van *Ar* tot *Ga*:

TABEL I.

	1_1	2_1	2_2	3_1	3_2	3_3	4_1	4_2
18 *Ar*	2	2	6	2	6	—	—	—
19 *K*	2	2	6	2	6	—	1	—
20 *Ca*	2	2	6	2	6	—	2	—
21 *X*	2	2	6	2	6	1	2	—
22 *Ti*	2	2	6	2	6	2	2	—
23 V	2	2	6	2	6	3	2	—
24 *Cr*	2	2	6	2	6	5	1	—
25 *Mn*	2	2	6	2	6	5	2	—
26 *Fe*	2	2	6	2	6	6	2	—
27 *Co*	2	2	6	2	6	7	2	—
28 *Ni*	2	2	6	2	6	8	2	—
29 *Cu*	2	2	6	2	6	10	1	—
30 *Zn*	2	2	6	2	6	10	2	—
31 *Ga*	2	2	6	2	6	10	2	1

In het voorgaande hebben we gezien, hoe door de door Pauli ingeslagen nieuwe richting nagenoeg alle bezwaren tegen het schema van Landé verdwenen zijn. Een consequentie hiervan is, dat men nu ook het waterstofspectrum analoog moet stellen aan de alkalispectra. Dat dit geenszins in strijd is met de ervaring en eenige details op bevredigende wijze verklaart, is in een vorig Physicanummer [1]) aangetoond. Onverklaard is echter nog waarom bij waterstof het Zeeman-effect niet dat van de alkalispectra overeen komt.

Nog volkomen duister blijft het optreden van de relativistische doublets. Men kan echter vermoeden, dat dit zal samenhangen met de eveneens nog onbekende beteekenis van de quanta-viertallen van de electronen. Heisenberg [2]) heeft een schema opgesteld, waarin ook deze relativistische doublets formeel beschreven

1) S. Goudsmit en G. E. Uhlenbeck, Physica **5**, 276.
2) W. Heisenberg, Z.S. für Phys. **32**, 841.

kunnen worden. Het bleek daarbij noodzakelijk om een zekere „tweeduidigheid" in de atoommechanica in te voeren, indien men nog wilt vasthouden aan de quantiseering van een electronenbeweging met slechts drie quantagetallen. Het zou ons te ver voeren hier een beschrijving er van te geven.

Van veel belang is ook een artikel van G. Wentzel [1]), waarin deze nagaat hoe de quantaregels formeel gewijzigd moeten worden om overeenstemming te krijgen met de doubletspectra. Zijn berekeningen geven ook quantitatieve resultaten. Een korte samenvatting er van vindt men in het bovengenoemde artikel over waterstof en helium in het vorige Physicanummer.

Daar het in dit overzicht niet goed mogelijk is bij ieder punt precies aan te geven, waar men het in de litteratuur vinden kan, zoo volgt hier een beknopt litteratuurlijstje van artikelen, die in direct verband met het bovengeschrevene staan en die nog niet zijn opgenomen in de litteratuurlijst in

E. Back und A. Landé. Zeeman-effekt und Multiplettstruktur der Spektralinien.

A. Landé en W. Heisenberg. Termstruktur der Multipletts höherer Stufe. Z.S. für Phys. 25, 279.

W. Heisenberg. Ueber eine Abänderung der formalen Regeln der Quantentheorie beim Problem der anomalen Zeeman-effekte. Z.S. für Phys. 26, 291.

A. Landé. Zeeman-effekt bei Multipletts höherer Stufe. Ann. der Phys, 76, 273.

L. S. Ornstein u. H. C. Burger. Intensitäten der Komponenten im Zeeman-effect. Z.S. für Phys. 28, 135, Physica 4, 327.

E. C. Stoner. The distribution of electrons among atomic levels Phil. Mag. 48, 719.

A. Sommerfeld. Zur Theorie des periodischen Systems. Phys. Z.S. 25, 70.

S. Goudsmit u. R. de L. Kronig. Die Intsität der Zeemankomponenten. Naturw. 13, 90. Versl. Kon. Ak. v. Wet. Amsterdam. 34, 278.

O. Laporte u. G. Wentzel. Ueber gestrichene und verschobene Spektralterme. Z.S. für Phys. 31, 335.

1) G. Wentzel, Ann. der Phys. 76, 803.

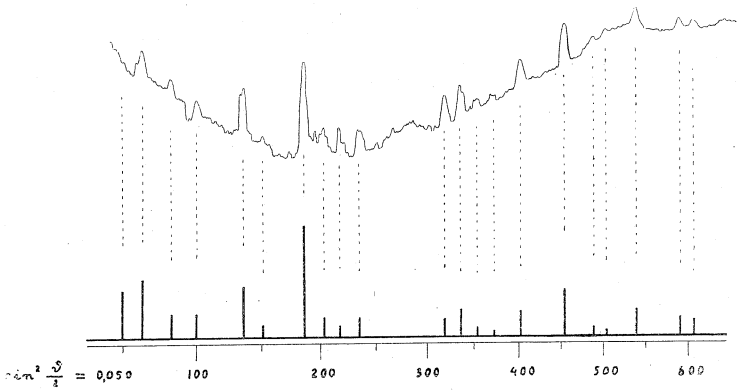
H. Hönl. Die Intensitäten der Zeeman-komponenten Z.S. f. Phys. 31, 340.
W. Pauli Jr. Ueber den Einflusz der Geschwindigkeitsabhängigkeit der Elektronenmasse auf den Zeeman-effekt. Z.S. für Phys. 31, 373.
H. N. Russell and F. A. Saunders. New Regularitres in the Spectra of the Alkaline Earths. Astroph. Journ. 61, 38.
G. Wentzel. Ueber die Komplexstruktur der Röntgenfunkenspektren. Z.S. für Phys. 31, 445.
W. Pauli Jr. Ueber den Zusammenhang des Abschlusses der Elektronengruppen im Atom mit der Komplexstruktur der Spektren. Z.S. für Phys. 31, 765.
R. de L. Kronig. Ueber die Intensität der Mehrfachlinien und ihrer Zeeman-komponenten I. Z.S. für Phys. 31, 885.
A. Sommerfeld u. H. Hönl. Ueber die Intensität der Multiplettlinien. Sitz. Ber. d. Preusz. Akad. 1925, 141.
H. N. Russell. The Intensities of Lines in Multiplets. Nature 115, 835.
S. Goudsmit. Ueber die Komplexstruktur der Spektren. Z.S. für Phys. 32, 794.
W. Heisenberg. Zur Quantentheorie der Multiplettstruktur und der anomalen Zeeman-effekte. Z.S. f. Phys. 32, 841.
R. de L. Kronig. Ueber die Intensität der Mehrfachlinien und iher Zeeman-komponenten II. Z.S. für Phys. 33, 261.
F. Hund. Zur Deutung verwickelter Spektren, insbesondere der Elemente Scandium bis Nickel. Z.S. für Phys. 33, 345.
G. Wentzel. Zum Termproblem der Dublettspektren, insbesondere der Röntgenspektren. Ann. der Phys. 76, 803.
S. Goudsmit en G. E. Uhlenbeck. Opmerking over de spectra van Waterstof en Helium. Physica 5, 266.

DE STRUCTUUR VAN SPERRYLIET.

door W. F. DE JONG.

Het platinamineraal $PtAs_2$ wordt als regulair, dyakisdodekaëdrisch of tetraëdrisch-pentagoondodekaëdrisch, opgegeven. De kleine kristallen hebben veel overeenkomst met die van pyriet, FeS_2,

maar kunnen toch niet als geheel isomorf daarmee worden opgevat [1]). Voor een nader onderzoek omtrent den atomairen opbouw is volgens de belichtingsmethode Debije-Scherrer met $Cu\ K\alpha$-stralen een röntgenopname gemaakt, waarvan het fotometrisch diagram, verkregen met behulp van de zelfregistreerende inrichting volgens Moll [2]), in fig. 1 is weergeven.



Fotodiagram en berekende verzwartingen.

Fig. 1.

De gemeten waarden van $\sin^2 \frac{\vartheta}{2}$, waarin ϑ de hoek is tusschen invallende en „gereflecteerde" straal, zijn opgenomen in de eerste kolom van de tabel 1 op blz. 294 en blijken te voldoen aan de betrekking:

$$\sin^2 \frac{\vartheta}{2} = 0{,}0168\ (h^2 + k^2 + l^2),$$

— h, k en l de symbolen volgens Miller —.

Uit dezen factor 0,0168 volgt voor de lengte van de ribbe van het elementair parallelopipedum $a = 5{,}92.10^{-8}$ cm. Er zijn geen lijnen waargenomen, die niet aan bovenstaande betrekking voldoen, er is dus geen reden een grootere ribbe aan te nemen. De aldus gevonden kubus bevat, bij een S. G. van sperryliet van 10,602, vier moleculen, dus vier atomen Pt en 8 atomen As.

Het eenvoudigst en ook wel het waarschijnlijkst is nu te veronderstellen, dat eenerzijds de Pt- en anderzijds de As-atomen

1) Verg. b.v. Groth-Mieleitner. Mineralogische Tabellen, 1921. De klasse wordt hier met een vraagteeken voorzien aangeduid.
2) Proc. of the Phys. Soc. of London 1921, p. 207.

TABEL 1.

vlak	$\sin^2\frac{\vartheta}{2}$ ber.	$\sin^2\frac{\vartheta}{2}$ waarg.	intensiteit ber.	intensiteit geschat	vlak	$\sin^2\frac{\vartheta}{2}$ ber.	$\sin^2\frac{\vartheta}{2}$ waarg.	intensiteit ber.	intensiteit geschat
100					441	555		1	
110					522	555		7	
111	0,051	0,051	12 560	2	433	572		12	
200	67	67	15 500	3	530	572		0	
210	84	85	6 220	2	531	589	589	5 090	8
211	101	101	6 550	2	442	607	607	4 463	8
220	135	135	13 500	6	600	607			
300	152	150	0		610	623	623	618	1
221	152		3 330	1	532	641	639	2 116	3
310	169		0		611	641			
311	186	184	29 400	10	620	673	673	3 850	7
222	202	203	5 220	3	443	690			
320	219	221	3 000	3	621	690		118	
321	236	236	5 120	3	540	690			
400	270		70		541	707		254	
410	286		28		533	724	723	5 010	8
322	286		23		622	741	739	3 660	7
330	303		1		630	759	756	962	1
411	303		38		542	759			
331	320	320	4 710	4	631	774	774	1 380	2
420	337	335	7 110	5					
421	354	353	2 320	2					
332	372	370	1 280	1					
422	404	405	6 500	7					
500	421		0						
430	421		25						
510	438		1						
431	438		34						
333	456	457	12 340	10					
511	456								
432	488	488	2 587	2					
520	488		0						
521	506	504	1 578	2					
440	539	539	7 350	9					

onderling gelijkwaardig zijn. Doen we dit echter niet en bepalen we van het regulaire stelsel alle ruimtegroepen, waarin de 12 atomen gerangschikt kunnen worden, dan krijgen we onderstaande tabel 2 (blz. 296) [1]). Een Romeinsch cijfer geeft het aantal naar de structuur equivalente, plaatsen aan; 1 VIII beteekent dus één maal acht atomen, die door symmetrie-elementen onderling „verbonden" zijn.

ad. kolom a. Het voorkomen van de lijn van (200) is in de groepen O^6 en O^7 niet mogelijk; die van (210) niet in de groepen T_h^2; T_h^3; O^2; O^3; O_h^4; O_h^5. Blijft T_h^6; de coördinaten van de atomen zijn dan:

$$Pt \begin{cases} 0\ 0\ 0 \\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{2}\ 0 \\ \frac{1}{2}\ 0\ \frac{1}{2} \\ 0\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{of} \quad \begin{cases} \frac{1}{2}\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}\ 0\ 0 \\ 0\ \frac{1}{2}\ 0 \\ 0\ 0\ \frac{1}{2} \end{cases} \qquad As \begin{cases} u & u & u \\ \frac{1}{2}+u & \frac{1}{2}-u & \bar{u} \\ \bar{u} & \frac{1}{2}+u & \frac{1}{2}-u \\ \frac{1}{2}-u & \bar{u} & \frac{1}{2}+u \\ \bar{u} & \bar{u} & \bar{u} \\ \frac{1}{2}-u & \frac{1}{2}+u & u \\ u & \frac{1}{2}-u & \frac{1}{2}+u \\ \frac{1}{2}+u & u & \frac{1}{2}-u \end{cases}$$

ad kolom *b*. Het vlak (400) zou bij deze rangschikkingen een sterke lijn moeten geven. Op de opname is zij echter niet waar te nemen.

ad kolom *c*. T^1 (en T_d^1). De coördinaten zijn:

$$Pt \begin{cases} u\ u\ u \\ u\ \bar{u}\ \bar{u} \\ \bar{u}\ u\ \bar{u} \\ \bar{u}\ \bar{u}\ u \end{cases} As \begin{cases} 0\ 0\ 0 \\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{2} \\ v\ 0\ 0 \\ 0\ v\ 0 \\ 0\ 0\ v \\ \bar{v}\ 0\ 0 \\ 0\ \bar{v}\ 0 \\ 0\ 0\ \bar{v} \end{cases} \text{of} \begin{cases} 0\ 0\ 0 \\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}\ v\ 0 \\ 0\ \frac{1}{2}\ v \\ v\ 0\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}\ \bar{v}\ 0 \\ 0\ \frac{1}{2}\ \bar{v} \\ \bar{v}\ 0\ \frac{1}{2} \end{cases} \text{of} \begin{cases} 0\ 0\ 0 \\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{2} \\ 0\ v\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}\ 0\ v \\ v\ \frac{1}{2}\ 0 \\ 0\ \bar{v}\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}\ 0\ \bar{v} \\ \bar{v}\ \frac{1}{2}\ 0 \end{cases} \text{of} \begin{cases} 0\ 0\ 0 \\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}\ v\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{2}\ v \\ v\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}\ \bar{v}\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{2}\ \bar{v} \\ \bar{v}\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{2} \end{cases}$$

ad kolom *d*. T^1. De coördinaten zijn:

---

1) R. W. G. Wyckoff. The analytic expression of the results of the theory of space-groups, 1922.

TABEL 2.

mogelijke plaatsen voor 4 Pt	mogelijke plaatsen voor 8 As															
	VIII	VI II	VI 2I	2IV	IV III I	IV 2II	IV II 2I	IV 4I	2III II	2III 2I	III 2II I	III II 3I	III 5I	4II	3II 2I	2II 4I	II 6I	8I
	a	*b*	*c*	*d*	*e*					*f*								
IV	T_h^2 T_h^3 T_h^6 O^2 O^3 O^6 O^7 O_h^4 O_h^5	T_h^2 O^2 O_h^4	T^1 T_d^1	T^1 T^2 T^4 T_d^1 T_d^2	T^1 T_d^1					T^1 T_d^1								
I	*g*			*h*	*i*													
III	T_h^1 O^1 O_h^1		—	T^1 T_d^1	T^1 T_d^1													
2II																		
II 2I																		
4I																		

$$Pt\begin{cases} u\ u\ u \\ u\ \bar{u}\ \bar{u} \\ \bar{u}\ u\ \bar{u} \\ \bar{u}\ \bar{u}\ u \end{cases} \qquad As\begin{cases} v\ v\ v \\ v\ \bar{v}\ \bar{v} \\ \bar{v}\ v\ \bar{v} \\ \bar{v}\ \bar{v}\ v \\ w\ w\ w \\ w\ \bar{w}\ \bar{w} \\ \bar{w}\ w\ \bar{w} \\ \bar{w}\ \bar{w}\ w \end{cases}$$

T^2. De waargenomen lijn van (210) zou in deze groep niet kunnen optreden.

T^4. De coördinaten zijn:

$$Pt\begin{cases} u & u & u \\ {}^1/_2+u & {}^1/_2-u & \bar{u} \\ \bar{u} & {}^1/_2+u & {}^1/_2-u \\ {}^1/_2-u & \bar{u} & {}^1/_2+u \end{cases} \qquad As\begin{cases} v & v & v \\ {}^1/_2+v & {}^1/_2-v & \bar{v} \\ \bar{v} & {}^1/_2+v & {}^1/_2-v \\ {}^1/_2-v & \bar{v} & {}^1/_2+v \\ w & w & w \\ {}^1/_2+w & {}^1/_2-w & \bar{w} \\ \bar{w} & {}^1/_2+w & {}^1/_2-w \\ {}^1/_2-w & \bar{w} & {}^1/_2+w \end{cases}$$

T^1_d geeft dezelfde coördinaten als T^1; volgens T^2_d kan de lijn (210) niet optreden.

ad kolom e. $T^1 = T^1_d$. De coördinaten zijn:

$$Pt\begin{cases} u\ u\ u \\ u\ \bar{u}\ \bar{u} \\ \bar{u}\ u\ \bar{u} \\ \bar{u}\ \bar{u}\ u \end{cases} \qquad As\begin{cases} v\ v\ v \\ v\ \bar{v}\ \bar{v} \\ \bar{v}\ v\ \bar{v} \\ \bar{v}\ \bar{v}\ v \\ 0\ 0\ 0 \quad \text{of } {}^1/_2\ {}^1/_2\ {}^1/_2 \\ {}^1/_2\ {}^1/_2\ 0 \quad\ {}^1/_2\ 0\ 0 \\ {}^1/_2\ 0\ {}^1/_2 \quad \text{of } 0\ {}^1/_2\ 0 \\ 0\ {}^1/_2\ {}^1/_2 \quad\ 0\ 0\ {}^1/_2 \end{cases}$$

ad kolom f. De coördinaten zijn:

$$Pt\begin{cases} u\,u\,u \\ u\,\bar{u}\,\bar{u} \\ \bar{u}\,u\,\bar{u} \\ \bar{u}\,\bar{u}\,u \end{cases} \qquad As\begin{cases} 0\ 0\ 0 \\ {}^1/_2\ {}^1/_2\ {}^1/_2 \\ {}^1/_2\ {}^1/_2\ 0 \\ {}^1/_2\ 0\ {}^1/_2 \\ 0\ {}^1/_2\ {}^1/_2 \\ 0\ 0\ {}^1/_2 \\ 0\ {}^1/_2\ 0 \\ {}^1/_2\ 0\ 0 \end{cases}$$

Bij de waarden van u van 0 — 1 blijkt de intensiteit van (400) t.o.v. die van (311) vrij belangrijk te zijn, zoodat de lijn zeker goed zichtbaar zou moeten zijn. — Deze mogelijkheid vervalt dus.

ad kolom g. $T_h^1 = O^1$ en O_h^1. De coördinaten zijn:

$$Pt\begin{cases} 0\ 0\ 0 \\ {}^1/_2\ {}^1/_2\ 0 \\ {}^1/_2\ 0\ {}^1/_2 \\ 0\ {}^1/_2\ {}^1/_2 \end{cases} \text{ of } \begin{cases} {}^1/_2\ {}^1/_2\ {}^1/_2 \\ {}^1/_2\ 0\ {}^1/_2 \\ {}^1/_2\ {}^1/_2\ 0 \\ 0\ {}^1/_2\ {}^1/_2 \end{cases} \text{ of } \begin{cases} 0\ 0\ 0 \\ {}^1/_2\ 0\ 0 \\ 0\ {}^1/_2\ 0 \\ 0\ 0\ {}^1/_2 \end{cases} \text{ of } \begin{cases} {}^1/_2\ {}^1/_2\ {}^1/_2 \\ {}^1/_2\ 0\ 0 \\ 0\ {}^1/_2\ 0 \\ 0\ 0\ {}^1/_2 \end{cases} \qquad As\begin{cases} u\ u\ u \\ u\ \bar{u}\ \bar{u} \\ \bar{u}\ u\ \bar{u} \\ \bar{u}\ \bar{u}\ u \\ u\ u\ u \\ u\ \bar{u}\ u \\ u\ u\ \bar{u} \end{cases}$$

$A \qquad B \qquad C \qquad D$

Beschouwen we achtereenvolgens de gevallen, waarin de vier Pt-atomen gerangschikt zijn volgens A-D en de As-atomen als opgegeven in de laatste kolom, waarbij u alle waarden van 0—1 kan aannemen, dan blijken A en D dezelfde rangschikkingen te geven, evenals B en C; het is bovendien slechts noodig het traject $u = 0 - 0{,}5$ te beschouwen, omdat bij $u = 0{,}5 - 1$ dezelfde rangschikkingen terugkeeren.

In het algemeen is het niet mogelijk de intensiteiten van de lijnen graphisch te construeeren. Wanneer we de verzwarting stellen:

$$\text{verzwarting} \backsim \frac{|S|^2}{\sin^2 \frac{\vartheta}{2}} \cdot n,$$ [1]

dan is $|S|^2$, de som van twee gekwadrateerde veeltermen, niet te teekenen. Wordt echter de eene veelterm steeds gelijk nul,

[1] $|S|^2$ = structuurfactor, $\frac{1}{\sin^2 \frac{\vartheta}{2}}$ /// Lorentzfactor, n = aantal kristalvlakken.

dan is de wortel uit de geheele uitdrukking gemakkelijk te construeeren en kan een voldoende indruk geven van de verzwarting.

In de beschouwde gevallen is de som van de sinustermen steeds gelijk nul.

Voor de gevallen A en D is nu het verloop van de intensiteit der lijnen (111), (210), (211), (320) en (222) geteekend in fig. 2.

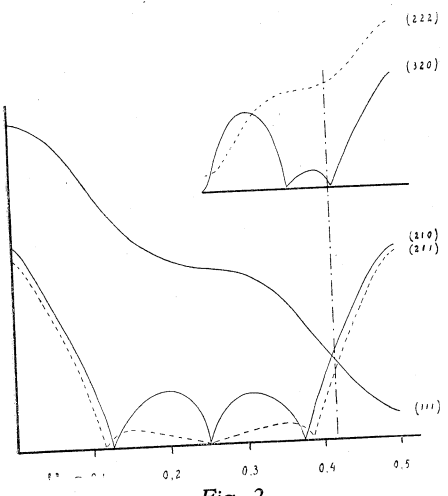


Fig. 2.

Op de ordinaatas is afgezet de absolute waarde van den wortel van $\frac{|S|^2}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}n$.

De intensiteit van de eerste drie zijn blijkens de waarneming onderling gelijk, evenals de intensiteit van de laatste twee. Het blijkt, dat bij geen waarde van u aan dit gegeven voldaan wordt; voor $u = 0{,}41$ worden weliswaar (111), (210) en (211) ongeveer even sterk, maar (320) en (222) verschillen dan aanmerkelijk.

Fig. 3 laat voor de gevallen B en C het verloop zien voor de vlakken (111), (210) en (211); uit deze teekening volgt, dat aan de gelijkheid van de lijnen niet voldaan kan worden.

ad kolom h. $T^1_d = T^1_d$. De coördinaten van Pt zijn als die voor kolom g, die van As zijn:

$$As \begin{cases} u\ u\ u \\ u\ \bar{u}\ \bar{u} \\ \bar{u}\ u\ \bar{u} \\ \bar{u}\ \bar{u}\ u \\ v\ v\ v \\ v\ \bar{v}\ \bar{v} \\ \bar{v}\ v\ \bar{v} \\ \bar{v}\ \bar{v}\ v \end{cases}$$

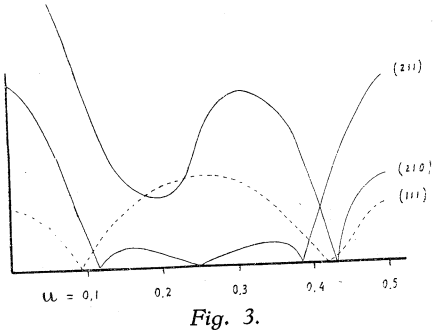


Fig. 3.

Ordinaatwaarden als in fig. 2.

ad kolom i. $T^1 = T^1_d$. Als voor kolom g laat zich ook voor deze gevallen bepalen, dat er geen intensiteitenverdeeling kan voldoen.

Uit het vorenstaand onderzoek volgt, dat wanneer niet à priori wordt aangenomen, dat alle Pt en alle alle As-atomen onderling geheel aequivalent zijn, er verschillende structuren bestaan, behoorende tot de klassen T, T_d en T_h, waarvan niet of moeilijk aangetoond kan worden, dat ze verzwartingen der lijnen meebrengen, die niet goed met de geschatte overeenstemmen [1]). Zoolang de verzwartingen niet geheel nauwkeurig te meten en te berekenen zijn, is b.v. niet te bewijzen, dat de coördinaten van T^4 in kolom d niet voldoen bij $u = 0$; $v = 0{,}38$ en $w = 0{,}62 \pm \delta$. Voor een kleine waarde van δ worden de verzwartingen bijna gelijk aan die van $\delta = 0$, toch brengt dit verschil mee, dat zelfs de symmetrieklasse niet gelijk is (voor $\delta = 0$ dyakisdodekaëdrisch, voor $\delta \neq 0$ tetraëdrisch-pentagoondodekaëdrisch).

Nemen we de beperking, dat alle Pt en alle As onderling gelijkwaardig zijn, niet aan [2]), dan zullen niet alleen bij sperryliet en ook bij pyriet (FeS_2), maar waarschijnlijk eveneens bij vele van de overige onderzochte kristallen, andere structuren even goed aan de tot nu toe beschikbare gegevens voldoen als de thans algemeen aanvaarde.

Nemen we evenwel de beperking aan, dan voldoet alleen T_h^6 (dyakisdodekaëdrische klasse — blz. 295). Ter bepaling van den parameter is het noodig aan Pt b.v. de coördinaten (000) enz. te geven en u het traject 0 — 0,5 te laten doorloopen; ($Pt = \frac{1}{2}\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{2}$) enz. is dan tevens in de beschouwing inbegrepen. Daar de sommen van de sinuswaarden in $|S|$ alle gelijk nul zijn, is een grafische constructie van de intensiteiten gemakkelijk mogelijk, zooals op blz. 298. In fig. 4 blijken alleen bij $u \backsim 0{,}38$ de intensiteiten van de lijnen (111), (210), (211) en van (222) en (320) ongeveer gelijk te zijn.

Tabel 1 geeft een overzicht van alle lijnen; fig. 1 op blz. 293 laat de goede overeenstemming tusschen berekende en geregistreerde intensiteiten zien.

Uit de waarde van de ribbe van het el. par. $a = 5{,}92$ Å volgt voor het S. G. 10,87 (Dana, A System of Mineralogy, geeft op 10,602). De kleinste afstand van Pt-As is 2,47 Å, die van As-As

---

[1]) Het fotogram geeft de verzwartingen ook niet nauwkeurig, o.a. wegens de onscherpe begrenzing der lijnen.

[2]) Inderdaad schijnen b.v. bij bariet, $BaSO_4$, de 16 atomen O van het el. par. niet gelijkwaardig te kunnen zijn. Zeitschr. f. Krist. **61**, pag. 164 en 452, 1925.

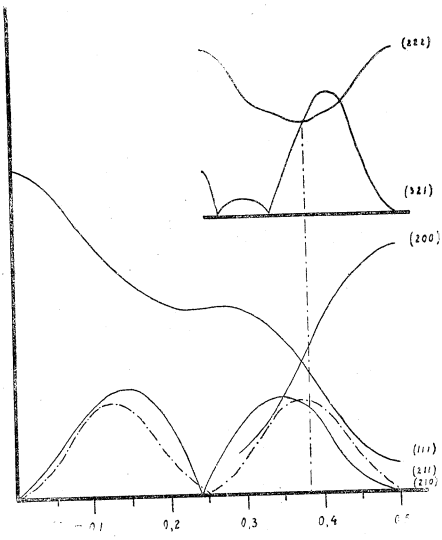


Fig. 4.

Ordinaatwaarden als in fig. 2.

bedraagt 2,46 Å. Hieruit volgt voor de werkingsradiën der atomen $As = 1{,}23$ Å en $Pt = 1{,}24$ Å, wat in vrij goede overeenstemming is met de waarden van Bragg [1]): $Pt = 1{,}39$ Å en $As = 1{,}26$ Å.

Zusammenfassung.

Die verschiedenen möglichen Strukturen von Sperrylith, $PtAs_2$, werden diskutiert. Es wird gezeigt, dass man nicht im Stande ist, die Struktur und und die Symmetrieklasse zu bestimmen, wenn man nicht von vornherein annimmt, dass die Pt-und die As-Atome unter einander strukturell vollkommen gleichwertig sind.

Unter Voraussetzung der gemeinten Beschränkung, wird berechnet, dass die Symmetriegruppe T_h^6 (= Pyritstruktur) mit den Beobachtungen stimmt, die Länge des Elementarabstandes $a = 5{,}94$ Å und der Parameter u $\backsim$ 0,38 beträgt.

Delft, MINERALOGISCH LABORATORIUM DER TECHNISCHE HOOGESCHOOL.

1) X rays and Crystal Structure, 1924.

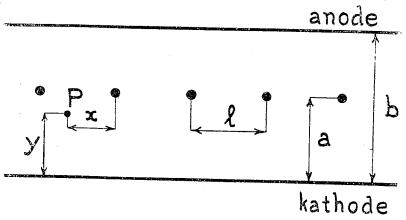
DE GROOTTE VAN DE EMISSIESTROOM IN EEN TRIODE

door B. D. H. TELLEGEN Bzn.

Wanneer wij in een hoogvacuum-triode het rooster een potentiaal V_g en de anode een potentiaal V_a geven t.o.v. de kathode dan zijn daardoor de stroom naar het rooster i_g en de stroom naar de anode i_a bepaald, dus ook de emissiestroom $i_e = i_g + i_a$. Het eerste probleem dat zich bij de berekening van de stroomen voordoet is de bepaling van $i_e = f(V_a, V_g)$.

Wij beginnen met de eenvoudigste opstelling te beschouwen n.l. die waarbij *kathode en anode bestaan uit oneindig groote*

evenwijdige platen en het rooster uit een oneindig aantal aequidistante evenwijdige draden gelegen in een vlak tusschen kathode en anode



a = afstand kathode-rooster
b = afstand kathode-anode
c = straal roosterdraden
l = afstand roosterdraden.

Voor het geval dat de kathode koud is, waarbij wij dus geen stroom krijgen, is het electrostatische veld berekend door Maxwell [1]).

Met x en y als coördinaten, waarbij wij de kathode als het vlak $y = 0$ kiezen en het vlak door een roosterdraad loodrecht op de kathode als het vlak $x = 0$, vond hij voor de potentiaal V in het punt (x, y), met de kathode als nulpunt van potentiaal:

$$\left\{ b\gamma + a(b-a) \right\} V = \left| \frac{a\,l}{4\pi}\ ln\ \left\{ 1 - 2\,e^{\frac{2\pi(a-y)}{l}} \cos\frac{2\pi x}{l} + \right.\right.$$
$$\left. + e^{\frac{4\pi(a-y)}{l}} \right\} + y\gamma + a(y-a) \Big] V_a + \Big[-\frac{b\,l}{4\pi}\ ln\ \Big\{ 1 -$$
$$\left. - 2e^{\frac{2\pi(a-y)}{l}} \cos\frac{2\pi x}{l} + e^{\frac{4\pi(a-y)}{l}} \right\} + a(b-y) \Big] V_g \qquad (1)$$

waarin $\gamma = \frac{l}{2\pi}\ ln\ \frac{l}{2\pi c}$,

en waarbij gebruik gemaakt werd van de onderstellingen:

$$l << 2\pi a;\ l << 2\pi(b-a);\ 2\pi c << l. \qquad (2)$$

Dit is gemakkelijk te verifieeren: V voldoet aan $\frac{\delta^2 V}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 V}{\delta y^2} = 0$. Voor $y = 0$ vinden wij $V = 0$; voor $y = b$ vinden wij $V = V_a$; voor $y = a$ en $x = c$ vinden wij $V = V_g$.

De gevonden uitdrukking geldt echter slechts bij benadering zoolang aan (2) voldaan wordt, dat is voor het geval van een dicht rooster uit dunne draden. Voor een juist inzicht en ter vereenvoudiging van (1) is het nu van belang te zorgen dat aan (2) streng voldaan wordt door l en c steeds kleiner te laten worden.

[1] Maxwell, Treatise on Electricity and Magnetism, deel I § 203.

Dan toch kan (1) nog aanmerkelijk vereenvoudigd worden door daarin $l << 2\pi\,|a-y|$ te stellen. Voor een punt tusschen kathode en rooster, $y < a$, vinden wij dan:

$$V = \frac{y\,\gamma\,V_a + y\,(b-a)\,V_g}{b\,\gamma + a\,(b-a)} = \frac{y}{a}\,\frac{V_a + \dfrac{b-a}{\gamma}\,V_g}{\dfrac{b}{a} + \dfrac{b-a}{\gamma}} \qquad (3)$$

En voor een punt tusschen rooster en anode, $y > a$:

$$V = \frac{\{y\,\gamma + a\,(y-a)\}\,V_a + a\,(b-y)\,V_g}{b\,\gamma + a\,(b-a)} =$$

$$= \frac{b-y}{b-a}\cdot\frac{V_a + \dfrac{b-a}{\gamma}\,V_g}{\dfrac{b}{a} + \dfrac{b-a}{\gamma}} + \frac{y-a}{b-a}\,V_a \qquad (4)$$

In (3) en (4) komen l en c alleen nog maar voor in de uitdrukking $\gamma = \dfrac{l}{2\pi}\,ln\,\dfrac{l}{2\pi c}$. Als wij l nu steeds kleiner maken, maar tegelijkertijd c zoo veranderen dat γ constant blijft, dan verandert het veld dus niet. Om γ constant te houden moet dus $ln\,\dfrac{l}{2\pi c}$ steeds grooter worden dus ook $\dfrac{l}{2\pi c}$, zoodat dan eveneens aan de laatste voorwaarde uit (2) steeds beter voldaan wordt.

Uitgaande van een gegeven triode kunnen wij ons nu l steeds kleiner wordend denken, terwijl wij c tegelijkertijd zooveel kleiner maken dat γ constant blijft. Wij kunnen ons dit idealiseeringsproces willekeurig ver doorgevoerd denken en spreken nu van *de ideale triode*.

Alle verdere beschouwingen gelden nu streng voor de ideale triode, dus ook (3) en (4). Stellen wij hierin:

$$\frac{b-a}{\gamma} = \frac{2\pi\,(b-a)}{l\,ln\,\dfrac{l}{2\pi c}} = g, \qquad (5)$$

wat verderop zal blijken de versterkingsfactor van de triode te zijn, die dus bij het idealiseeren van de triode niet verandert, en:

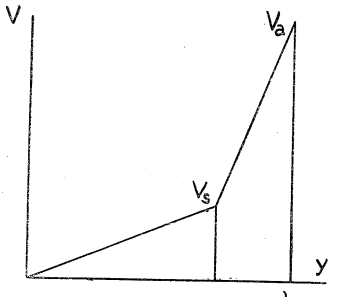
$$\frac{V_a + g\, V_g}{\frac{b}{a} + g} = V_s, \qquad (6)$$

dan gaan (3) en (4) over in:

$$V = \frac{y}{a}\, V_s \text{ en}$$

$$V = \frac{b-y}{b-a}\, V_s + \frac{y-a}{b-a}\, V_a$$

Dit is echter niets anders dan het veld, dat men krijgt door het rooster te vervangen door een vol oppervlak van de potentiaal V_s, want V is onafhankelijk geworden van x en een lineaire functie van y, terwijl voldaan wordt aan de randvoorwaarden.



Koude triode

Het idealiseeren van de triode heeft dus ten gevolge dat het veld wordt opgebouwd uit de velden van twee dioden. De ongelijkmatigheid van het veld veroorzaakt door het rooster trekt zich terug tot een gebied vlak om het rooster.

De hier ingevoerde potentiaal V_s is ingevoerd door Schottky [1]) onder den naam van „Effektivpotential". Schottky vindt:

$$V_s = \frac{V_a + g\, V_g}{1 + g} \text{ terwijl in (6) in de noemer staat } \frac{b}{a} + g.$$

De beteekenis van de term $\frac{b}{a}$ blijkt uit het volgende:

Schottky zegt, als wij rooster en anode met elkaar verbinden zal hun gemeenschappelijke potentiaal gelijk zijn aan V_s, wat klopt met zijn formule. Denken wij ons echter het rooster weg, dan zal op de plaats, waar het rooster zich bevond, de potentiaal $\frac{a}{b}\, V_a$ bedragen. Brengen wij nu het rooster weer aan en geven dit de potentiaal $V_g = \frac{a}{b}\, V_a$, dan zal het veld niet veranderen

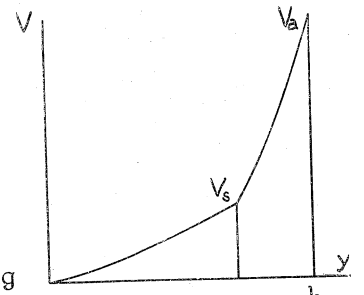
[1]) W. Schottky, Arch. f. Elektrot. 8, 13, 1920.

zoodat dan dus $V_s = \frac{a}{b} V_a$ moet zijn, wat klopt met onze formule [1]).

Gaan wij nu *de kathode verwarmen*, dan gaat er stroom vloeien en krijgen wij te maken met de ruimtelading. Evenals de koude ideale triode is ook de warme ideale triode op te vatten als de som van twee dioden.

Wij krijgen nu geen rechte lijnen meer maar lijnen met de bolle zijde naar beneden gekeerd.

Wij moeten dus nu eerst de warme diode beschouwen.



Warme triode

Is e = lading van een electron;
m = massa van een electron;
v = snelheid van een electron;
ϱ = dichtheid van de ruimtelading gevormd door de electronen;
i = stroomdichtheid,

dan geldt voor de vlakke diode, als de kathode een aequipotentiaalvlak is [2]): de vergelijking van Poisson:

$$\frac{d^2V}{dy^2} = 4\pi\varrho;$$

de energievergelijking, die bij verwaarloozing van de snelheden, waarmede de electronen de kathode verlaten, luidt:

$$\tfrac{1}{2} m v^2 = e V;$$

en de continuiteitsvergelijking:

$$\varrho v = i = \text{constant}.$$

Elimineeren wij ϱ en v dan krijgen wij:

$$\sqrt{V}\frac{d^2V}{dy^2} = 4\pi i\sqrt{\frac{m}{2e}} \quad \text{Stel dit } p.$$

Beide leden met $\frac{2\,dV}{\sqrt{V}\,dy}$ vermenigvuldigd en geintegreerd geeft:

1) Achteraf vernam ik van Dr. Balth. van der Pol Jr. dat het begrip ideale triode, waarbij deze is op te vatten als de som van twee dioden en de roosterstroom te verwaarloozen is (zie pag. 307), reeds eenige jaren geleden door hem was opgesteld (niet gepubliceerd).

2) C. D. Child, Phys. Rev. 32, 498, 1911; I. Langmuir, Phys. Rev. (?) 2, 455, 1913.

$$\left(\frac{dV}{dy}\right)^2 = 4p\left(\sqrt{V}+q\right);$$

$$\frac{dV}{dy} = 2\sqrt{p\left(\sqrt{V}+q\right)}; \tag{7}$$

$$y = \frac{2\sqrt{V}-4q}{3\sqrt{p}}\sqrt{\sqrt{V}+q}+s. \tag{8}$$

q en s zijn de integratieconstanten.

Zien wij, terugkeerende tot onze ideale triode, van secundaire electronen af dan moet nu zoowel tusschen kathode en rooster als tusschen rooster en anode deze betrekking tusschen V en y bestaan, in elk gedeelte echter met zijn eigen constanten. Wij hebben dus nu 6 constanten, waarvoor wij 6 randvoorwaarden moeten zoeken.

Voor het gedeelte tusschen kathode en rooster geldt:

bij de kathode is $V=0$;

bij het rooster is $V=V_s$.

Is de stroom niet verzadigd, wordt deze dus begrensd door de ruimtelading, dan geldt aan de kathode:
$dV/dy=0$. Was dV/dy n.l. negatief dan zouden de electronen de kathode niet kunnen verlaten en was dV/dy positief, dan zou de stroom toenemen, net zoolang totdat door de grooter wordende ruimtelading aan de kathode $dV/dy=0$ zou zijn geworden.

Uit deze drie voorwaarden volgt:

$$q=0;\ s=0;\ p=\frac{4}{9}\frac{V_s^{\frac{3}{2}}}{a^2} \tag{9}$$

en dus uit de beteekenis van p:

$$i=\frac{1}{9\pi}\sqrt{\frac{2e}{m}}\frac{V_s^{\frac{3}{2}}}{a^2} \tag{10}$$

Dit is de bekende vergelijking voor de stroom in een vlakke diode.

Voor het gedeelte tusschen rooster en anode geldt:

bij het rooster is $V=V_s$;

bij de anode is $V=V_a$.

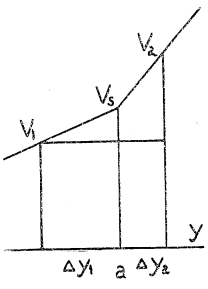
De stroom tusschen rooster en anode bedraagt $i_a = i_e - i_g$. Nu wordt bij het idealiseeren van de triode het totale oppervlak van het rooster steeds kleiner, waardoor ook i_g steeds kleiner wordt. Bij de ideale triode mogen wij dus i_g verwaarloozen t.o.v. i_a, zoodat dan dus de stroom aan beide zijden van het rooster even groot is. Uit deze voorwaarde volgt dat de $p's$ aan beide zijden van het rooster gelijk zijn en dus gegeven worden door (9). Uit de beide andere voorwaarden volgt met behulp van (8):

$$b - a = \frac{2\sqrt{V_a} - 4q}{3\sqrt{p}} \sqrt{\sqrt{V_a} + q} - \frac{2\sqrt{V_s} - 4q}{3\sqrt{p}} \sqrt{\sqrt{V_s} + q} \quad (11)$$

waardoor q wordt bepaald.

V_s is echter nog niet bekend. Wij mogen daarvoor niet vergelijking (6) gebruiken, want die is afgeleid voor de koude triode. Om V_s te vinden denken wij ons aan beide zijden van het rooster een vlak eraan evenwijdig aangebracht, op afstanden $\triangle y_1$ en $\triangle y_2$, die nog wel groot zijn t.o.v. l maar klein zijn t.o.v. a en $b - a$. Door de triode maar ideaal genoeg te denken kunnen wij aan deze voorwaarden net zoo nauwkeurig voldoen als wij willen.

Deze twee vlakken vormen nu met het rooster een nieuwe ideale triode, die wij als koud mogen beschouwen, d.w.z. dat wij de ruimtelading erin mogen verwaarloozen. De totale ruimtelading, die zich in die triode bevindt is n.l. zeer klein, doordat het volume zeer klein is. De lading, die zich op de electroden bevindt, is echter van dezelfde grootte als de ladingen in de oorspronkelijke triode. Op deze nieuwe triode mogen wij dus nu (6) wel toepassen. Is de veldsterkte bij het rooster aan de zijde van de kathode E_1 en aan de zijde van de anode E_2, beide positief gerekend in de richting van anode naar kathode, dan is dus de potentiaal van de nieuwe kathode:



$$V_1 = V_s - E_1 \triangle y_1, \text{ en van de nieuwe anode:}$$
$$V_2 = V_s + E_2 \triangle y_2.$$

Betrekken wij alles weer op de kathode als nulpunt van potentiaal dan is dus:

$$V_a' = V_2 - V_1 = E_1 \triangle y_1 + E_2 \triangle y_2;$$
$$V_g' = V_g - V_1 = V_g - V_s + E_1 \triangle y_1;$$

$$V_s' = V_s - V_1 = E_1 \triangle y_1 \text{ ; en uit (5):}$$

$$g' = \frac{\triangle y_2}{\gamma}.$$

(6) wordt hiermee:

$$V_s' = \frac{V_a' + g' V_g'}{\frac{\triangle y_1 + \triangle y_2}{\triangle y_1} + g'},$$

$$E_1 \triangle y_1 = \frac{E_1 \triangle y_1 + E_2 \triangle y_2 + \frac{\triangle y_2}{\gamma}(V_g - V_s + E_1 \triangle y_1)}{\frac{\triangle y_1 + \triangle y_2}{\triangle y_1} + \frac{\triangle y_2}{\gamma}},$$

$$(E_1 - E_2)\gamma = V_g - V_s. \qquad (12)$$

De waarden van E_1 en E_2 volgen uit (7):

$$E_1 = 2\sqrt{p\sqrt{V_s}}\,; E_2 = 2\sqrt{p\sqrt{V_s} + q}\,.$$

Daarmee wordt (12):

$$\left\{\sqrt{p\sqrt{V_s}} - \sqrt{p(\sqrt{V_s} + q)}\right\} 2\gamma = V_g - V_s. \qquad (13)$$

Door uit (9), (11) en (13) nu p en q te elimineeren krijgen wij een verband tusschen V_s, V_a en V_g, en dit geeft met (10) i als functie van V_a en V_g.

Aan bovenstaande berekeningen ligt de onderstelling ten grondslag, dat de *electronen tusschen rooster en anode evenwijdig blijven loopen* en dus niet door het rooster worden afgebogen. Tevens is aangenomen dat alle electronen, die het rooster passeeren, de anode bereiken en *niet tusschen rooster en anode omkeeren.*

Om aan te toonen dat de electronen recht door loopen beschouwen wij het veld in de buurt van het rooster. Daartoe keeren wij weer terug tot vergelijking (1) en stellen daarin $y = a + k$ waarin k van dezelfde grootte-orde is als l. Daarmee gaat (1) over in:

$$\{b\gamma + a(b-a)\}V = \left[\frac{al}{4\pi} ln \left\{1 - 2e^{-\frac{2\pi k}{l}} \cos\frac{2\pi x}{l} + e^{-\frac{4\pi k}{l}}\right\} + \right.$$

$$\left. + (a+k)\gamma + ak \right] V_a + \left[-\frac{bl}{4\pi} ln \left\{1 - 2e^{-\frac{2\pi k}{l}} \cos\frac{2\pi x}{l} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + e^{-\frac{4\pi k}{l}}\right\} + a(b-a-k) \right] V_g .$$

Voeren wij met behulp van (6) V_s in in plaats van V_a, dan wordt dit:

$$V = \frac{l}{4\pi\gamma} ln \left\{1 - 2e^{-\frac{2\pi k}{l}} \cos\frac{2\pi x}{l} + e^{-\frac{4\pi k}{l}}\right\}(V_s - V_g) +$$

$$+ \frac{k}{\gamma}\left\{\left(1 + \frac{\gamma}{a}\right) V_s - V_g\right\} + V_s .$$

Hierin heeft alleen a niet betrekking op de omgeving van het rooster. Wij kunnen deze nog verwijderen door $a = \frac{V_s}{E_1}$ te stellen. Met behulp van (12) krijgen wij dan:

$$V = \frac{l}{4\pi\gamma} ln \left\{1 - 2e^{-\frac{2\pi k}{l}} \cos\frac{2\pi x}{l} + e^{-\frac{4\pi k}{l}}\right\}(V_s - V_g) +$$

$$+ k E_2 + V_s .$$

In deze gedaante is de vergelijking nu ook geldig voor de warme triode. Hieruit blijkt dat de potentiaal in alle punten, behalve op de roosterdraden, bij het idealer worden van de triode tot V_s nadert [1]).

---

1) In het roostervlak, dus $k = 0$, geldt:
$V = V_s + (V_s - V_g)\frac{l}{2\pi\gamma} ln (2 \sin\frac{\pi x}{l})$, waaruit volgt dat $V = V_s$ voor $x = \frac{l}{6}$. W.H. Eccles Radio Rev. 1, 67, 1920 stelt de potentiaal midden tusschen twee roosterdraden gelijk V_s, wat dus onjuist is. Een doorvoering van zijn methode leidt dan ook tot een onjuiste formule voor de g.

Bij de ideale triode is de ongelijkmatigheid van het veld beperkt tot een smal gebied om het rooster. De electronen kunnen alleen van hun rechte baan afgebogen worden gedurende de tijd dat zij door dat gebied gaan. Hoe idealer de triode is, des te korter is die tijd zoodat wij alleen een afbuigen zullen kunnen krijgen als bij het idealer worden van de triode de veldsterkte loodrecht op de bewegingsrichting steeds toeneemt. Die veldsterkte nu bedraagt:

$$\frac{\delta V}{\delta x} = \frac{1}{\gamma} \frac{e^{-\frac{2\pi k}{l}} \sin \frac{2\pi x}{l}}{1 - 2e^{-\frac{2\pi k}{l}} \cos \frac{2\pi x}{l} + e^{-\frac{4\pi k}{l}}} (V_s - V_g)$$

Beschouwen wij een punt dat een bepaalde stand heeft t.o.v. het rooster, waarvoor dus x/l en k/l bepaalde waarden hebben, dan zal de veldsterkte in dat punt bij het idealiseeren van de triode niet steeds toenemen maar constant blijven. *De electronen zullen dus in de ideale triode door het rooster niet worden afgebogen.*

Hieruit volgt dat de electronen slechts dan tusschen rooster en anode zullen omkeeren als hun snelheid nul wordt, wat alleen het geval is als de potentiaal nul wordt. Behalve bij negatieve V_a kan dit ook nog gebeuren bij kleine positieve V_a en groote positieve V_g. [1]). Wij moeten dus aan het bovenstaande toevoegen dat het alleen geldt zoolang *de potentiaal tusschen rooster en anode nergens nul wordt.*

Wij hebben dus nu de warme ideale triode berekend uit de koude ideale triode en de warme diode. De vergelijkingen worden echter zeer ingewikkeld. Het is daarom van belang naar vereenvoudiging te zoeken. Nu ligt het voor de hand *de ruimtelading tusschen rooster en anode te verwaarloozen.* Daar de electronen na het rooster al vrij groote snelheden bezitten is de invloed van de ruimtelading daar veel kleiner dan tusschen kathode en rooster. Tusschen rooster en anode gelden dan (7) en (8) niet meer, maar krijgen wij een constante veldsterkte, die gegeven wordt door:

$$E_2 = \frac{V_a - V_s}{b - a}.$$

$$E_1 \text{ blijft} = 2\sqrt{p}\sqrt{V_s} = \frac{4}{3}\frac{V_s}{a}.$$

[1]) E. W. B. Gill. Phil. Mag. **49**, 993, 1925.

Daarmee wordt (12):

$$\left(\frac{4}{3}\frac{V_s}{a} - \frac{V_a - V_s}{b-a}\right)\gamma = V_g - V_s, \text{ waaruit volgt:}$$

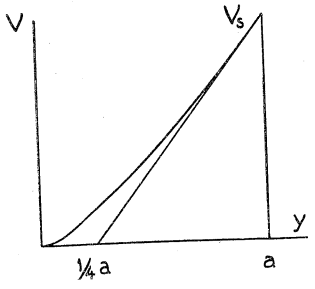
$$V_s = \frac{V_a + g\,V_g}{\frac{b - \frac{1}{4}a}{\frac{3}{4}a} + g} \qquad (14)$$

Vergelijken wij dit met (6) dan blijkt dat *de V_s van een warme triode gelijk is aan de V_s van een koude triode, die uit de warme triode ontstaat door de afstand kathode-rooster op $\frac{3}{4}$ van zijn oorspronkelijke waarde te brengen.* Dat wij dit moesten vinden is ook nog op andere wijze in te zien.

Het verloop van de spanning in een warme diode volgt uit (8), als wij daarin q en s nul zetten en p vervangen door (9).

Dan krijgen wij:

$$V = V_s\left(\frac{y}{a}\right)^{\frac{4}{3}}$$



Wij zoeken nu bij de warme diode die koude diode, welke bij dezelfde spanning op de electroden dezelfde lading op de anode heeft, dus ook dezelfde veldsterkte bij de anode. Daar het spanningsverloop in een koude diode gegeven wordt door een rechte lijn, trekken wij daarvoor een raaklijn aan de V-kromme van de warme diode in het punt op de anode. De helling van die lijn is:

$$\left(\frac{d\,V}{d\,y}\right)_{y=a} = \frac{4}{3}\frac{V_s}{a},$$

dus snijdt deze de y-as op een afstand $\frac{3}{4}\,a$ van de anode. Dus: hebben wij een warme diode en een koude diode, waarvan de afstand van de electroden $\frac{3}{4}$ bedraagt van die van de warme diode, dan hebben beide dioden bij gelijke spanningen gelijke veldsterkten bij de anode [1]).

Of ook: *in een warme diode verandert het veld bij de anode*

1) B. van der Pol Jr., Physica 3, 253, 1923.

niet als wij de ruimtelading concentreeren in een vlak op $\frac{3}{4}$ van de afstand kathode-anode.

Wij vergelijken nu met elkaar een warme triode, waarbij de afstand van kathode tot rooster a bedraagt, en een koude triode, waarbij die afstand $\frac{3}{4}\ a$ bedraagt, doch die overigens geheel gelijk is aan de warme triode. Wij geven beide trioden dezelfde V_a en kiezen de V_g's zoo dat zij ook dezelfde V_s hebben. Dan hebben zij dus ook dezelfde waarden voor de veldsterkten voor en na het rooster, E_1 en E_2. Uit (12) volgt dan dat zij ook dezelfde V_g hebben. Het verband tusschen V_s, V_a en V_g is dus voor beide trioden hetzelfde, zoodat wij zoo ook tot vergelijking (14) komen.

Wij kunnen deze beschouwingen eveneens op een triode toepassen waarbij *rooster en anode* gelegen zijn *in concentrische cylinders met de gloeidraad als as.* Het rooster mag daarbij bestaan uit draden evenwijdig aan de as (stavenrooster) of uit een schroef (schroefrooster). De triode wordt weer oneindig lang gedacht en voorzien van een ideaal rooster.

Wij kiezen nu de volgende notaties:

a = straal rooster,
b = straal anode,
c = straal roosterdraden,
k = straal gloeidraad,
l = bij het stavenrooster: afstand roosterdraden gemeten langs de omtrek van de roostercirkel;
bij het schroefrooster: de spoed.

Voor de koude triode met stavenrooster vinden wij dan op geheel dezelfde wijze als boven uit de berekening van het electrostatische veld van Abraham [1]) en v. Laue [2]):

$$V_s = \frac{V_a + g\,V_g}{\dfrac{ln\frac{b}{k}}{ln\frac{a}{k}} + g}. \qquad (15)$$

Is $V_g = \dfrac{ln\frac{a}{k}}{ln\frac{b}{k}}\ V_a$, dat is de potentiaal die in het roostervlak zou

[1]) M. Abraham, Arch. f. Elektrot. 8, 42, 1920; Van der Pol l.p. c. 257.
[2]) M. v. Laue, Ann. d. Phys. 59, 465, 1919.

heerschen als er geen rooster was, dan is weer eveneens

$$V_s = \frac{ln\frac{a}{k}}{ln\frac{b}{k}} V_a .$$

Voor de koude triode met schroefrooster vinden wij dezelfde waarde voor V_s [1]).

De waarde van g is in beide gevallen:

$$g = \frac{2\pi a}{l} \frac{ln\frac{b}{a}}{ln\frac{l}{2\pi c}}. \qquad (16)$$

Wij zien dat de afmetingen van het rooster, l en c, ook hier alleen voorkomen in de uitdrukking $\frac{l}{2\pi} ln\frac{l}{2\pi c}$ in de noemer van g, zoodat wij bij het idealiseeren deze uitdrukking constant moeten houden.

Passen wij de afleiding van (12) toe op de cylindrische triode dan blijkt dat deze vergelijking ook hier nog geldig is.

Met de warme triode met een gloeidraad van straal k zal nu overeenkomen een koude triode met een dikkere gloeidraad, straal k'. De waarde van k' vinden wij door de warme en de koude diode met elkaar te vergelijken.

Is de potentiaal op de diode V_s, de straal van de anode a, dan geldt voor de koude diode:

$$V = V_s \frac{ln\frac{r}{k'}}{ln\frac{a}{k'}}, \text{ dus de veldsterkte bedraagt:}$$

$$\frac{dV}{dr} = \frac{V_s}{r\, ln\frac{a}{k'}}, \text{ en de veldsterkte aan de anode:}$$

$$\left(\frac{dV}{dr}\right)_{r=a} = \frac{V_s}{a\, ln\frac{a}{k'}}.$$

1) Tijdsch. Ned. Radiogenootsch. 2, G. J. Elias 23, 1923, verg. (16), (17) en (37); B. van der Pol Jr 53, 1924; B. D. H. Tellegen Bzn. 95, 1925.

Voor de warme diode geldt bij benadering:

$$V = V_s \left(\frac{r}{a}\right)^{\frac{2}{3}}\ ^{1)};\ \frac{dV}{dr} = \frac{2}{3} V_s \frac{1}{r^{\frac{1}{3}} a^{\frac{2}{3}}};\ \left(\frac{dV}{dr}\right)_{r=a} = \frac{2}{3}\frac{V_s}{a}.$$

Stellen wij de veldsterkten aan de anoden aan elkaar gelijk dan vinden wij:

$$ln\ \frac{a}{k'} = \frac{3}{2};\ k' = a \,.\, e^{-\frac{3}{2}} \infty \frac{2}{9} a.$$

Met de warme cylindrische diode komt dus overeen een koude diode waarbij de straal van de gloeidraad $\frac{2}{9}$ van die van de anode bedraagt.

Hiermee krijgen wij voor de warme triode uit (15):

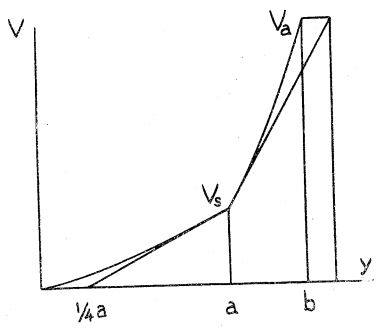
$$V_s = \frac{V_a + g\,V_g}{\frac{ln\frac{b}{k'}}{ln\frac{a}{k'}} + g} = \frac{V_a + g\,V_g}{\frac{2}{3}\,ln\frac{b}{a} + 1 + g} \qquad (17)$$

Dit komt geheel overeen met een reeds door Schottky langs anderen weg gevonden waarde[2]). De boven gebruikte vergelijking voor de warme diode geldt slechts bij benadering voor een dunne gloeidraad. De exakte oplossing, bij verwaarloozing van de uittreesnelheden van de electronen en het potentiaalverval over de gloeidraad, is berekend door Langmuir en Blodgett[3]). Daaruit is af te leiden, dat, zoolang $a/k > 28$ dus bij voldoend dunne gloeidraad, de coëfficient van $ln\ b/a$ in de noemer van (17) hoogstens 3% naar boven of naar beneden van $\frac{2}{3}$ kan afwijken.

Bij de boven gebruikte toevoeging van een koude triode aan een gegeven warme triode werd de invloed van de ruimtelading tusschen rooster en anode verwaarloosd. Daardoor konden wij volstaan met alleen de afstand kathode-rooster te veranderen.

1) Langmuir l.c.
2) W. Schottky, Wiss. Veröffentl. a.d. Siemens-Konz. I Heft 1, 64, 1920.
3) I. Langmuir and K. B. Blodgett, Phys. Rev. **22**, 347, 1923.

Willen wij die *ruimtelading weer in rekening brengen* dan moeten wij ook de afstand rooster-anode veranderen. Hebben wij n.l. de lijn $V = f(y)$ van de warme triode dan moeten wij in het roosterpunt lijnen trekken die raken aan V-lijnen en die voldoen aan de vergelijkingen voor de koude triode, dus in het vlakke geval rechte lijnen en in het cylindrische geval logarithmische lijnen. Op deze lijnen moeten wij nu zoeken de punten met potentiaal 0 resp. V_a. De zoo gevonden koude triode heeft nu bij dezelfde V_a en V_s als de warme triode ook dezelfde V_g. Voor de kathodeverandering krijgen wij dan de boven gevonden waarde, die onafhankelijk is van de spanningen op de triode. De anodeverandering hangt echter af van de verhouding van die spanningen en is daardoor niet eenvoudig toe te passen. Is $V_s << V_a$, dan zal de anodeverandering klein zijn en mag de ruimtelading tusschen rooster en anode dus verwaarloosd worden. Is V_s echter slechts weinig kleiner dan V_a dan kan de anodeverandering zeer groot worden en als $V_s \geqq V_a$ is, kan de hier gebruikte toevoeging niet meer gebruikt worden, daar $d\,V/d\,y$ dan in de warme triode direct na het rooster negatief is.



Wij mogen dus de gevonden waarden voor V_s: (14) en (17) alleen toepassen als $V_s << V_a$. In hoeverre zij nog te gebruiken zijn voor andere waarden van V_s zou door een nader onderzoek moeten worden uitgemaakt.

Summary.

A method is given for the calculation of the current to the cathode of a parallel-plane triode taking into account the effect of the space-charge. By neglecting the space-charge between grid and anode the result is much simplified and can then be extended to the case of cylindrical electrodes where it leads to a formula already found by Schottky.

Eindhoven, Sept. 1925. NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN.

VERSLAGEN.

NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

Vergadering te Amsterdam op Zaterdag 26 September 1925.

De heer J. Droste doet eene mededeeling over

De wet van Clapeyron bij de verdamping van electronen.

In een luchtledige ruimte, geheel begrend door lichamen van hetzelfde metaal, zal bij verhitting een „electronengas" ontstaan doordat het metaal electronen uitzendt. Er worde door verbindingsdraden voor gezorgd dat alle lichamen denzelfden electrostatischen potentiaal hebben, maar wij onderstellen dat die draden geen weerstand bieden aan een beweging der lichamen ten opzichte van elkaar. Wij denken ons nu een stationairen toestand ontstaan, waarbij overal dezelfde temperatuur T heerscht en waarbij het electronengas een concentratie N (aantal electronen per volume-eenheid) heeft, die van punt tot punt verandert. De concentratie aan het oppervlak der lichamen, die wij N_o noemen, denken wij ons echter overal even groot en wel een functie van T. Ten slotte onderstellen wij dat de electronen, die het metaal verlaten om zich bij het „gas" te begeven, een energievermeerdering van het stelsel teweegbrengen, die per electron ε bedraagt.

Men kan nu den gemiddelden potentiaal φ beschouwen, d.i. de potentiaal gemiddeld over een volume, dat klein is t.o. van de afmetingen der holte, maar dat toch nog een groot aantal electronen bevat. Deze φ voldoet aan de vergelijking van Poisson

$$\triangle \varphi = Ne\,, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

waarin $-e$ de lading van een electron voorstelt. Is verder $p = k\,N\,T$ de druk in het electronengas, dan is grad $p = N\,e$ grad φ, daar er evenwicht is, d.i.

$$N\,e \text{ grad } \varphi = k\,T \text{ grad } N$$

en dus

$$N = N_o\, e^{\frac{e}{k\,T}\varphi}\,, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

indien men onderstelt dat $\varphi = 0$ is in het metaal. Dat e in (2) twee beteekenissen heeft zal wel geen verwarring veroorzaken. Wegens (2) gaat (1) over in

$$\triangle \varphi = e\, N_o\, e^{\frac{e}{k\,T}\varphi} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Men denke zich nu φ uit deze vergelijking en uit de voorwaarde, dat $\varphi = 0$ moet zijn aan het oppervlak, gevonden; φ wordt dan een bekende functie van de coördinaten en bevat bovendien N_o en T als parameters. Wegens (2) geldt dan hetzelfde van N.

Men denke zich nu een oneindig kleine verandering van T en van den stand der lichamen oneindig langzaam teweeggebracht en passe op het stelsel de tweede hoofdwet der Thermodynamica toe, die zegt dat

$$\frac{\delta U + \delta A}{T}$$

of wat op hetzelfde neerkomt

$$\frac{\delta U + \delta A}{T} - \delta\left(\frac{U}{T}\right) = \frac{U}{T^2}\,\delta T + \frac{\delta A}{T} \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

een volkomen differentiaal moet zijn; U stelt hierin de energie van het stelsel voor, δA den arbeid, dien het stelsel bij de toestandsverandering verricht. Deze laatste ontstaat door den druk $k\,N_o\,T$, dien het gas op de zich verplaatsende lichamen uitoefent, en door de spanningen van Maxwell, die in tegengestelde richting werkten en de grootte $\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial n}\right)^2$ (n beteekent den naar het inwendige van het metaal getrokken normaal) heeft, zoodat de geheele druk $k\,N_o\,T - \frac{1}{2}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial n}\right)^2$ bedraagt. De verrichte arbeid bij een verschuiving van het oppervlak σ der holte naar buiten langs een oneindig kleinen vector (die in elk punt van het oppervlak verschillend kan zijn), waarvan de projectie op den normaal $\delta\alpha$ is, bedraagt

$$\delta A = \int \left\{ k\,N_o\,T - \tfrac{1}{2}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial n}\right)^2 \right\} \delta\alpha \,.\, d\sigma$$

Denkt men zich nu de verplaatsingen $\delta\alpha$ ontstaan door de oneindig kleine verandering $\delta\lambda$ van een parameter, die met andere den stand der lichamen bepaalt, dan is $\delta\alpha = \frac{\delta\alpha}{\delta\lambda}\,\delta\lambda$ en hierin is $\frac{\delta\alpha}{\delta\lambda}$ een functie van λ en van de plaats op σ, zoodat men heeft $\delta A = \mathrm{B}\,\delta\lambda$, waarin

$$B = \int \left\{ k\, N_0\, T - \tfrac{1}{2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial n} \right)^2 \right\} \frac{\delta \alpha}{\delta \lambda}\, d\sigma \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Daar nu (4) een volkomen differentiaal moet zijn, heeft men

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} \left(\frac{U}{T^2} \right) = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{B}{T} \right),$$

d.i.

$$\frac{\partial U}{\partial \lambda} = T \frac{\partial B}{\partial T} - B \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Nu bestaat de energie U ten deele uit de energie van het electrische veld en deze bedraagt $\int \frac{1}{2} (\text{grad } \varphi)^2\, dS$, geïntegreerd over de ruimte binnen σ. Verder zal het aantal electronen in het gas, dat $\int N\, dS$ bedraagt, eveneens veranderen en die verandering, vermenigvuldigd men ε, zal eveneens tot de verandering van U bijdragen. Men heeft dus

$$\frac{\partial U}{\partial \lambda} = \frac{\partial}{\partial \lambda} \int \tfrac{1}{2} (\text{grad } \varphi)^2\, dS + \varepsilon \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(\int N\, dS \right) \ldots \quad (7)$$

Heeft men nu φ en N berekend, dan zullen daarin, behalve de coördinaten, ook N_0, T en λ voorkomen, waarbij N_0 een onbekende functie van T voorstelt; men kan dan $\frac{\partial U}{\partial \lambda}$ als functie van N_0 en T (en λ) berekenen en hetzelfde kan men met B doen volgens (5). Substitueert men dan deze functies in (6), dan krijgt men een betrekking tusschen N_0 en T. In eenvoudige gevallen, bv. wanneer het electronengas zich bevindt tusschen twee vlakke evenwijdige platen, die zich tot in het oneindige uitstrekken, kan men φ en N berekenen en vindt dan voor de betrekking tusschen N_0 en T

$$\frac{d \log N_0}{dT} = \frac{\varepsilon}{k\, T^2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

een betrekking die overeenkomt met de wet van Clapeyron bij het evenwicht van een vloeistof met haar damp.

De vraag rijst nu, of deze wet ook geldt, wanneer de ruimte, die het electronengas bevat, een willekeurige gedaante heeft. De berekening van φ uit (3) is dan niet meer mogelijk. Gaat men echter alles zorgvuldig na, dan blijkt het dat men (3) niet behoeft te integreeren, maar dat men (6), na substitutie van (5) en (7) zoo herleiden kan, dat toch (8) voor den dag komt. Deze berekening, die zich tot een voordracht minder goed leent, zal weldra worden gepubliceerd in de Verslagen der Kon. Acad. van Wetensch.

RECTIFICATIE.

DE LICHTSTERKTE VAN HET ZWARTE LICHAAM.

De in het artikel, getiteld: „Physische eigenschappen van wolfraam bij hooge temperaturen" van de hand van ondergeteekende in het vorige nummer van „Physica" voorkomende tabel II (p. 256) aangevende het verband tusschen temperatuur en lichtsterkte van het absoluut zwarte lichaam, is niet goed. De gegeven getallen stellen niet voor de metingen van den schrijver, maar die van Hyde, Cady en Forsythe [1]). In onderstaande tabel worden deze waarden nog eens gegeven, tezamen met de metingen van den schrijver.

T	B (Hydec s.)	B (Zwikker)
1300	0,015	0,015
1336	0,107	0,111
1400	0,242	0,261
1500	0,755	0,819
1600	2,06	2,26
1700	5,04	5,74
1800	11,1	12,4
1900	22,8	25,7
2000	43,8	50,1
2100	80,4	91,6
2200	137	156
2300	226	256
2400	360	410
2500	543	620
2600	800	915
° K.	Int. K./cm².	Int. K./cm².

Schrijver beschikte slechts over standaardlampen, waarvan de lichtsterkte was opgegeven in Hefnerkaarsen. Deze zijn omgerekend op Internationale kaarsen in de onderstelling, dat 1 $IK.$ = 1,111 $H.K$; 1,111 was de officieele omrekeningsfactor voor de oorlog. Deze omrekeningsfactor schijnt op het oogenblik 1,15 te zijn [2]). Aangezien nog niet is uitgemaakt, of de Hefnerkaars kleiner dan wel de internationale kaars grooter is geworden, heeft het geen zin aan te geven, welke gegevens voor dit gebrek gecorrigeerd moeten worden, die van Hyde c.s. of die van den schrijver. In ieder geval komen onze lichtsterkten na aanbrengen van de hier bedoelde correctie $3\frac{1}{2}$ % dichter bij elkaar.

Uit de gegevens die ons op het oogenblik ter beschikking staan, blijkt, dat we voor het mechanisch equivalent van het licht kunnen nemen:

$M = 0{,}00153 \pm 5$ % Watts/lumen, betrokken op de lichtsterkte van het Bureau of Standards (Int. kaars).

$M = 0{,}00133 \pm 5$ % Watts/lumen, betrokken op de lichteenheid van de Physikalisch Technische Reichsanstalt (Hefnerkaars).

Deze waarden zijn berekend met behulp van de ooggevoeligheidsmetingen van Gibson en Tyndall [3]).

C. ZWIKKER.

1) Phys. Rev. 1919 I, p 45.
2) Volgens mededeeling van dr. Geiss.
3) Scient. Papers. Bur. of Stands **19**, 1923, p. 131.

TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN.

O. D. Chwolson, Die Evolution des Geistes der Physik 1873—1923, 197 blz. — Friedr. Vieweg und Sohn, Braunschweig, 1925. Prijs M. 10.—.

John Joly, The Surface-History of the Earth, 192 blz., 10 fig., platen, uitslaande kaart. — Oxford, Clarendon Press, 1925.

Dr. Everh. Bouwman, Natuurkundige Vraagstukken, tiende geheel herziene druk. 159 blz. — J. B. Wolters, Groningen, Den Haag, 1925. Prijs f 1.80.

P. H. Heynen, Natuurkundige Vraagstukken behoorende bij het Leerboek der Natuurkunde en het beknopt Leerboek der Natuurkunde, zesde druk, 750 vraagstukken, 26 fig. — J. B. Wolters, Groningen, Den Haag, 1924. Prijs f 1.90,

J. W. Boerman en K. M. Knip, Physica. Beknopt Leerboek der Natuurkunde, voornamelijk ten dienste van Kweek- en Normaalscholen, herzien door *Drs. M. Hellingman* en *K. M. Knip,* eerste deel, eerste en tweede cursus, met 177 fig. in den tekst, tal van vragen en opgaven en alphabetisch register, 250 blz. — J. B. Wolters, Groningen, Den Haag, 1925. Prijs ingen. f 2.90, geb. f 3.25.

Prof. Dr. Paul Schreiber †, Wärmemechanik wasserhaltiger Gasgemische mit den Hilfmitteln der Flächennomographie bearbeitet, mit 24 Rechentafeln auf logarithmischen Grunddrucken, 10 Rechentafeln auf gleichmäszig geteilten Grunddrucken und 3 Instrumentenskizzen. 195 blz. — Friedrich Vieweg und Sohn, Braunschweig, 1925. Prijs M. 14.—.

O. D. Chwolson, Das Problem Wissenschaft und Religion, Versuch einer Lösung in neuer Richtung. 37 blz. — Friedr. Vieweg und Sohn, Braunschweig, 1925, Prijs M. 1.80.

Müller-Pouillet, Lehrbuch der Physik, Elfte Auflage, Dritter Band, Zweite Hälfte: Kinetische Theorie der Wärme, von Karl Herzfeld, München, unter Mitwirkung von H. C. Grimm, Würzburg, 436 blz. — Friedr. Vieweg und Sohn, Braunschweig, 1925. Prijs M. 21.—.

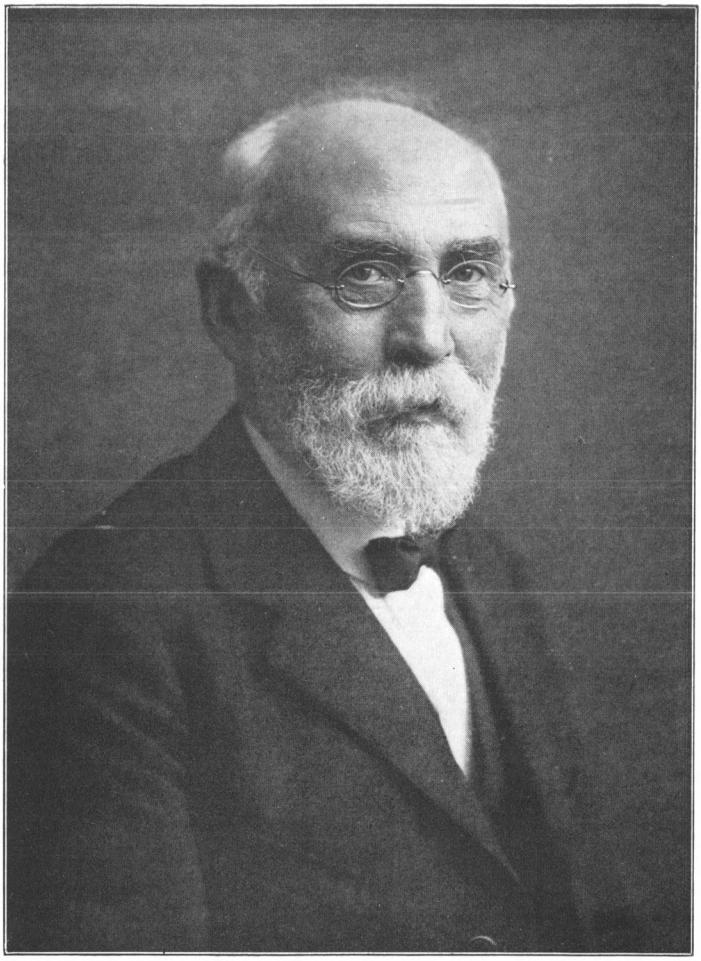
Franz Wolf, Die schnellbewegten Elektronen, Sammlung Vieweg, Heft. 80. 125 blz., 24 fig. — Friedr. Vieweg und Sohn, Braunschweig, 1925. Prijs M. 7.50.

Andreas Gyemant, Grundzüge der Kolloidphysik vom Standpunkte des Gleichgewichtes. Sammlung Vieweg, Heft 81. 93 blz., 8 fig. — Friedr. Vieweg und Sohn Braunschweig, 1925. Prijs M. 10.—.

STRIKVRAGEN.

Het antwoord op vraag XXIX, luidende: *Wanneer bij zonsondergang een volledige regenboog zichtbaar is, en de zon zinkt achter de kim, op welke wijze verdwijnt dan de regenboog?* ligt in de opmerking dat gaandeweg de aardschaduw hooger en hooger rijst, en van beneden naar boven eerst de beide voeten en tenslotte den top van den regenboog verduistert.

Nadruk der artikelen en reproductie der illustraties voorkomende in dit tijdschrift wordt bij deze overeenkomstig Art. 15 der Auteurswet 1912. uitdrukkelijk verboden.



1875 – Dr. H. A. LORENTZ – 1925

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

5e JAARGANG NOV.-DEC. 1925 NUMMER 11 en 12.

Doctor H. A. LORENTZ

„Maar juist hierin is voor een deel het nut van elke uitbreiding onzer natuurkennis gelegen, dat zij ons duidelijker voor oogen stelt, wat er nog te doen overblijft, en de richting aangeeft, waarin men zich met goed gevolg bij verder onderzoek zal kunnen bewegen."

Met bovenstaanden zin besloot, 50 jaar geleden, Hendrik Antoon Lorentz, geboren te Arnhem, zijn Academisch proefschrift handelend „Over de theorie der terugkaatsing en breking van het licht", waarop hij den 11den December 1875, des namiddags te 1 uur promoveerde tot Doctor in de Wis- en Natuurkunde aan de Hoogeschool te Leiden.

Het is niet makkelijk voor ons, jongere physici, om de sfeer van de physica van 50 jaar geleden juist aan te voelen. Maxwell's standaard werk: A treatise on electricity and magnetism was wel juist verschenen, maar weinigen konden toentertijd de zware stof in den moeilijken vorm daaraan door Maxwell gegeven, beheerschen. Het werk van J. J. Thomson, de bepaling van e/m, was nog niet geschied, de proeven van Hertz waren nog niet uitgevoerd, het electron was nog onbekend en niemand droomde van relativiteit of Bohr-banen. Een opmerking van Helmholtz echter was den 22 jarigen Lorentz opgevallen, n.l. dat de randvoorwaarden, die men aan de grens van twee doorschijnende media moest aannemen, — op de basis van een lichtvoortplanting die analoog zou verloopen aan de mechanische verstoringen in een vaste elastische stof, — verschillend waren van die welke men noodig had om de wetten van de breking en terugkaatsing van het licht te beschrijven, terwijl de electromagnetische lichttheorie van Maxwell randvoorwaarden levert die in overeenstemming zijn met de bekende feiten,

mits men in de beide stoffen òf de magnetische permeabiliteit, òf de diëlectrische constante als gelijk aanneemt. Deze opmerking van Helmholtz was aanleiding voor Lorentz de kwestie nader te onderzoeken en in een zeer helder en volledig betoog (ook reflectie tegen kristallen en metalen worden uitvoerig bezien) komt Lorentz in zijn dissertatie tot de conclusie dat aan Maxwell's opvatting de voorrang boven de vroegere undulatietheorie moet worden toegekend.

> „Zoo brengt ons het onderzoek der terugkaatsing en breking tot de slotsom, dat aan Maxwell's hypothese de voorrang boven de vroegere undulatietheorie moet toegekend worden. Ook de andere lichtverschijnselen belooven, in verband met die hypothese beschouwd veel bij te dragen tot vermeerdering onzer kennis. Men denke slechts aan de kleurschifting, de draaiing van het polarisatievlak, en de wijze, waarop deze met de moleculaire structuur samenhangen; verder aan de mechanische krachten, die misschien bij de lichtverschijnselen kunnen optreden en aan den invloed, dien uitwendige krachten, of de beweging der middenstoffen daarop uitoefenen. Eindelijk aan de emissie en absorptie van het licht en de stralende warmte.
>
> Met betrekking tot de laatste verschijnselen ligt een belangrijke gevolgtrekking uit Maxwell's theorie voor de hand. Wanneer het waar is, dat licht en stralende warmte in electrische trillingen bestaan, dan is de onderstelling zeer natuurlijk, dat ook in de moleculen der lichamen die deze trillingen in het omringende medium opwekken, electrische bewegingen plaats hebben, waarvan de intensiteit met de temperatuur toeneemt. Dit denkbeeld, dat niet nieuw is, maar vooral aan de electromagnetische theorie van het licht een hoogen graad van waarschijnlijkheid ontleent, schijnt mij toe, zeer vruchtbaar te zijn. In de theorie der warmte mag men misschien van de beschouwing dier electrische bewegingen niet onbelangrijke resultaten verwachten, vooral met 't oog op de energie der bewegingen, die in de moleculen plaats hebben, en waarvan het bedrag tot nog toe tot groote moeilijkheden aanleiding gaf. Op het gebied der electriciteitsleer zou het genoemde denkbeeld kunnen voeren tot een verklaring van de warmteontwikkeling door den stroom, van de thermostroomen en de daarmede verwante verschijnselen. Eindelijk zou de theorie van het licht hebben aan te wijzen, hoe de bedoelde electrische bewegingen met den physischen en chemischen toestand der stof samenhangen, een samenhang, die aan de in verrassende resultaten zoo rijke, spectraalanalyse ten grondslag ligt."

Reeds in de dissertatie van den jeugdigen Lorentz vindt men een helderheid, klaarheid en eenvoudigheid van betoog, die steeds kenmerkend gebleven is voor zijn geschriften, colleges en voordrachten. Een college van Professor Lorentz is een wetenschappelijk en aesthetisch genot. De meest gecompliceerde problemen worden er op een wijze voorgedragen en doorgerekend, die slechts gelukken kan bij een zóó volledige beheersching van en diep inzicht in de stof als maar zeer zelden worden aangetroffen. En steeds is het weer een treffend gekozen woord dat een moeilijkheid opheldert, of een analogon dat het inzicht verdiept, of een elegante benadering die het probleem nader tot een oplossing brengt, welke de aandacht van de toehoorders gebonden houden. De uitermate heldere wijze van behandelen van de problemen doen de minder ingewijden misschien de moeilijkheden van de vraagstukken wel eens onderschatten, moeilijkheden die eerst recht naar voren komen als later geprobeerd wordt het gelezene of gehoorde te reproduceren.

Maar het exposé van het reeds bekende gaat in de colleges van Professor Lorentz zóó geleidelijk en continu over in de behandeling van het, vaak eerst de vorige week ontwikkelde, eigen, origineele werk, dat een volledige kennis der literatuur van het onderwerp noodzakelijk is om deze overgang op te merken. Vaak is het een „kleine finesse" in het gerefereerde werk die tot een onverwacht nieuwe conclusie voert, vaak ook een geheel nieuwe oplossingsmethode van het behandelde probleem, die een nieuw verband legt tusschen oogenschijnlijk los van elkaar staande kwesties.

Het diepe en heldere inzicht in natuurkundige problemen, te zamen met een zuiver logisch, mathematisch voortbouwen en combineeren heeft Professor Lorentz gevoerd tot de tallooze wetenschappelijke triumfen waaraan zijn naam overal en steeds gebonden zal blijven. Met bewondering zien wij op naar het bouwwerk van de electronentheorie en beschouwen we de fundamenten en de eerste verdieping van de relativiteitstheorie.

Wèl was het een voorrecht voor den schrijver drie jaar in onmiddellijk contact met Professor Lorentz in Teyler's Stichting te mogen werken en zijn onderzoekingsmethode en vooral hem zelf nader te leeren kennen.

Daar hebben we gezien hoe hij in stilte werkt met intens genoegen en wars van alle ophef.

Eens was Professor Lorentz naar aanleiding van enkele oude berekeningen die theoretisch dubbele breking in regulaire kristallen

deden verwachten, erin geslaagd deze theorie experimenteel te bevestigen. Dit was een journalist van een Haarlemsch dagblad ter oore gekomen, waarop deze zich aan het laboratorium vervoegde om Professor Lorentz naar aanleiding van diens vondst te interviewen, wat Professor Lorentz echter bijtijds voorkwam.

Vaak komt het voor, dat jongere physici bij de bewerking van hun problemen Professor Lorentz om raad vragen. Steeds vindt men hem bereid de moeilijkheden onder oogen te zien, en niet zelden gebeurt het, dat de gevraagde de vraag daarop zóó scherp formuleert, dat het antwoord er niet alleen reeds in opgesloten ligt maar klaar naar voren springt.

Met intens genoegen kan Professor Lorentz, die zich nog steeds, zooals hij eenmaal zeide, als jongen van 20 jaar zich voelt, vertellen van den ouden tijd, „toen het nog mogelijk was een probleem, netjes afgerond, geheel volkomen op te lossen", b.v. het aangeven der nauwkeurige beteekenis van de behandeling van golfproblemen met complexe grootheden, zooals die door Frensel werd ingevoerd en tegenwoordig in de wisselstroomtechniek algemeen goed geworden is. Of hij vertelt „heel huiselijk" van zijn eigen studententijd „toen de studie zooveel gemakkelijker was dan tegenwoordig, omdat de toenmalige physische problemen zooveel eenvoudiger waren dan de hedendaagsche."

Zóó spreekt Lorentz, die in de afgeloopen vijftig jaar aan schier alle hoofdstukken der natuurkunde zijn bijdragen leverde, bijdragen, die onze wetenschap steeds in nieuwe en belangrijke banen leidden!

Het is ons als redactie van „*Physica*" een eer en een genoegen Professor Lorentz van harte geluk te wenschen met zijn gouden doctors-jubileum. En we spreken daarbij de hoop uit dat hij, mèt Mevrouw Lorentz, nog lang in goede gezondheid en kracht in ons midden zal zijn.

BALTH. VAN DER POL.

HERINNERING UIT DEN SCHOOLTIJD VAN LORENTZ.

Hoewel de herdenking van het 50-jarig doctoraat van Lorentz uit den aard der zaak hoofdzakelijk gewijd moet zijn aan zijn wetenschappelijk werk gedurende een halve eeuw, zoo moge de mededeeling van een herinnering uit zijn schooljaren hier een

plaatsje vinden, omdat er zoo duidelijk uit blijkt, hoe toen reeds zijn groote gaven voor den dag kwamen.

De vijfde klasse van de hoogere burgerschool te Arnhem bestond in 1869 uit drie leerlingen; Lorentz, de Jongh (als controleur B. B. op Java overleden) en den ondergeteekende.

De natuurkunde werd onderwezen door Dr. H. v. d. Stadt, wiens uitnemend en bezielend onderwijs bij Lorentz en bij mij de liefde voor de natuurkunde heeft opgewekt.

Eens, bij de afleiding van de wetten van Snellius uit de undulatie-theorie, bleef van de Stadt in het bewijs steken, keek ons aan en vroeg: „Lorentz, zie jij het soms?" waarop Lorentz antwoordde: „ja, ik geloof het wel Mijnheer" en Mijnheer zei: „nu, kom dan maar voor het bord". Lorentz kwam uit de bank en bracht het bewijs onmiddellijk in het goede spoor, zoodat v. d. Stadt spoedig zei: „nu zie ik het weer, ga maar zitten, dank je wel". Lorentz was toen nog geen 16 jaar.

Zeist, Oct. 1925. H. HAGA.

LORENTZ EN DE HYPOTHESE DER LICHTQUANTA BIJ DE VOORTPLANTING VAN LICHT.

door P. ZEEMAN.

De vergelijking waarmede Einstein het photo-electrisch effect heeft beschreven is door de ervaring met zeldzame nauwkeurigheid bevestigd geworden.

Niet slechts voor het zichtbare licht, dat uit de alkali metalen de electronen uitwerpt, maar ook voor de hardste Röntgenstralen, blijkt Einstein's vergelijking van kracht. Daarentegen kon Einstein's afleiding zijner vergelijking met behulp van de hypothese der „lichtquanta" n.l. de onderstelling dat de energie der straling in ondeelbare quanta is geconcentreerd, niet de algemeene instemming der natuurkundigen verwerven.

Deze hypothese schijnt onvereenigbaar met de grondslagen der undulatie theorie. Niemand heeft de bezwaren, die er tegen pleiten met zooveel nadruk en duidelijkheid uiteengezet als Lorentz o.a. op het Nederlandsch Natuur- en Geneeskundig Congres te Utrecht,

in April 1909. Wij veroorloven ons een stuk uit Lorentz's voordracht over te nemen :

> Meer gewicht mag men m.i. hechten aan eenige andere overwegingen, die tot het besluit leiden, dat de lichtquanta zeker niet, terwijl zij zich voortplanten, in kleine ruimten geconcentreerd blijven.
>
> Dat zij zich vooreerst in de voortplantingsrichting over vrij aanmerkelijken afstand moeten uitbreiden, volgt uit het feit dat men met „homogeen" licht nog bij een phaseverschil van 2 millioen trillingstijden interferentieverschijnselen heeft waargenomen. Men kan daaruit besluiten dat in de gebezigde stralen minstens 2 millioen golven (en allicht niet minder dan b.v. 3 millioen) regelmatig op elkaar volgden, een gevolgtrekking die, waar het nu vooral op aankomt, voor elk lichtquantum afzonderlijk moet gelden. Immers, men dient zich deze wel als geheel onafhankelijk van elkaar voor te stellen, zoodat er niet de minste reden is waarom de trillingen van twee quanta eer in dezelfde dan in tegengestelde phase zouden verkeeren, en er van een bijzondere versterking of van een verzwakking door interferentie bij het licht van twee verschillende quanta geen sprake kan zijn. Geeft dus een quantum op zich zelf geen duidelijke interferentiestrepen, dan kunnen een aantal quanta te zamen het evenmin doen. Men moet derhalve wel aannemen dat in het beschouwde geval in elk lichtquantum minstens 2 millioen golven op elkaar volgen, en dat dus, wanneer men de golflengte op 4.10^{-5} cm. stelt, elk quantum zich in de richting van voortplanting over een afstand van minstens 80 cm. uitstrekt.
>
> De voorstelling waartoe men aldus geraakt, dat n.l. de lichtquanta niet in zeer kleine ruimten zijn opeengehoopt, maar dat men steeds met een opeenvolging van golven te doen heeft, leidt tot een eigenaardige moeilijkheid wanneer men het opnemen van licht door een absorbeerend deeltje beschouwt. Volgens de onderstelling zal zulk een deeltje niet minder dan een vol quantum kunnen opnemen, maar het kan dit alleen doen wanneer het zich van het arbeidsvermogen van een groot aantal trillingen meester maakt. Hoe kan nu echter op het oogenblik waarop de eerste golven aankomen worden beslist of het arbeidsvermogen daarvan moet worden geabsorbeerd, daar het er op aankomt of al dan niet nog genoeg golven zullen volgen om een vol quantum op te leveren ? Men zou zich haast moeten voorstellen, dat het deeltje voorloopig de energie opneemt, om die voor goed vast te houden als het een vol quantum heeft bijeengegaard, maar weer los te laten als dat niet gelukt.

Ten slotte moge nu nog worden aangetoond dat een lichtquantum zich ook zijdelings, in een richting loodrecht op die der voortplanting, over een aanmerkelijken afstand kan uitbreiden. Verbeelden wij ons dat een ster wordt waargenomen met een kijker, en dat daarbij het beeld zoo goed is als men het bij de grootte der objectiefopening naar de gewone, experimenteel bevestigde diffractietheorie kan verwachten. . . . . .

Het feit dat er kijkers met een objectiefmiddellijn van 50 cm. bestaan, waarbij de grootte der opening ook werkelijk tot haar recht komt, noodzaakt ons, een uitbreiding der lichtquanta over oppervlakken van vele honderden cm^2 aan te nemen, en tot een nog hooger getal komt men als men bedenkt dat de nieuwe spiegeltelescoop van Hale een middellijn van 150 cm. heeft, en beelden geeft die aan deze opening beantwoorden. Trouwens, men mag verwachten dat de zijdelingsche uitbreiding der van een ster komende lichtquanta nog wel wat grooter is, want het zou een zonderling toeval zijn zoo die uitgebreidheid juist paste bij de afmetingen van onze instrumenten.

Er werd reeds met een enkel woord gesproken van het opnemen van *deelen* van lichtquanta. Hoever het met de versnippering dezer „eenheden" kan gaan, blijkt het duidelijkst als men zich voorstelt dat de ster nu eens met het ongewapende oog gezien wordt. Uit de zijdelingsche uitbreiding waarvan wij spraken, volgt dat dan van elk quantum maar een zeer klein gedeelte, misschien een 10000ste, in de pupil kan binnendringen. Wilde men nu toch nog vasthouden aan het denkbeeld dat het licht slechts bij geheele quanta op het netvlies kan werken, dan zou er niets anders overblijven dan te onderstellen dat op een of andere wijze binnen het oog de kleine gedeelten van een groot aantal verschillende eenheden weer tot volle quanta worden vereenigd.

Het gezegde moge voldoende zijn om te doen zien, dat van lichtquanta die bij de voortplanting in kleine ruimten geconcentreerd blijven en steeds onverdeeld blijven, geen sprake kan zijn."

Wij kunnen ons de verrassing der toehoorders voorstellen toen zij voor hun geestesoog de geconcentreerde lichtquanten in lengte en breedte zoo geweldig zagen groeien. Thans kan men nog veel verder gaan. De recente interferometerproeven van Michelson over de bepaling van den diameter der vaste sterren werden met spiegels verricht die tot 22 M. van elkaar staan, zoodat de zijdelingsche begrenzing nog meer dan 15 maal grooter wordt dan Lorentz

kon aannemen. Herhaaldelijk heeft men naar Lorentz's bezwaren tegen lichtquanten, die wel niet te overwinnen zijn, met instemming verwezen, en ze ook vertaald [1]).

Op de vergadering der British Association te Birmingham in 1913 heeft Lorentz zijn standpunt over de lichtquanta nog eens uiteengezet, toen hij deelnam aan de discussie over „Radiation", met het gevolg dat „his command of english, his extraordinary capacity for exposition, and his quiet humour made his paper and his speeches in discussion one of the most enjoyable features of the proceedings of Section A."

Terwijl Lorentz uit algemeen bekende feiten zijne conclusies trok, heeft men ook getracht de vraag naar het bestaan van afzonderlijke lichtquanta door directe proeven te beslissen. J. J. Thomson, die beschouwingen heeft gegeven welke veel op de theorie der lichtquanta gelijken [2]), heeft de opmerking gemaakt dat met zeer zwak licht een diffractiebeeld geheel zou moeten verdwijnen, daar dan het gelijktijdig voorkomen van twee ondeelbare lichtquanta een zeer zeldzaam verschijnsel moest worden, terwijl toch voor interferentie twee of meer quanta op een punt moeten samenkomen. G. S. Taylor [3]) heeft de schaduw van een naald gephotographeerd, met als lichtbron een nauwe spleet die voor een lichtende vlam was geplaatst. De diffractiebeelden bleken met zeer zwak licht toch onverminderd in scherpte te blijven. Er blijkt dus niets van het bestaan van geconcentreerde lichtquanta. Een recente proef van G. P. Thomson [4]) voert tot dezelfde conclussie.

Ik mag er wel mijne verontschuldiging over uitspreken dat ik nu in een nummer van Physica nog wel ter eere van Lorentz uitgegeven op deze lichtquanta terugkom. Telkens wanneer zich aan mij een gelegenheid aanbood, heb ik echter naar het bestaan van deze quanta in den aether uitgezien, hoewel, dat mag dadelijk gezegd worden, tevergeefs.

Daar ik bij deze feestelijke gelegenheid niet wil ontbreken, mogen enkele der in mijn laboratorium genomen proeven, die met ons onderwerp in verband staan, hier worden beschreven.

Bij eene proef werd als lichtbron gebruikt een lichtend kwikbuisje. Met een grooten echelon spectroscoop werd het licht van

[1]) Physikalische Z.S. **11**, 349, 1910. Jeans. The Dynamical Theory of Gases, 1921, p. 378. Jeans Report on Radiation and the Quantum Theory, 1913.
[2]) J. J. Thomson. Electricity and Matter, p. 63, 1904.
[3]) Proc. Cambridge. Phil. Soc. **15**, 114, 1909.
[4]) Proc. Royal. Soc. **104** A. 115, 1923.

de groene kwiklijn geanalyseerd. Voor de spleet van den spectroscoop werd (met de ribbe horizontaal) een wig geplaatst, van rookglas, waarvan de deviatie was opgeheven door een tweede wig van helder glas. Men krijgt dan zeer verschillende intensiteiten, tot zeer kleine toe, gelijktijdig onder elkaar in het gezichtsveld. Noch bij de directe waarneming, noch bij photographische opnamen was eenige verwazing op te merken der lijnen, ofschoon die eerder dan bij Taylor's foto's zou zijn opgevallen. Na urenlange expositie bleven zoowel de hoofdlijn als de talrijke satellieten in hun laatste zeer zwakke deel zonder verbreeding.

Een andere proef heeft betrekking op het uiterst zwakke licht dat uitgaat van sommige gassen, waarin de α-stralen van polonium een straling opwekken. Een buisje met helium, waarin een spoor stikstof en een polonium preparaat, werd voor de spleet van een kleinen kwartspectograaf gebracht (spleetwijdte 0,05 mm). Het spectrum kwam volgens een proef van Dr. P. Bosch overeen met dat van het kathodelicht, dat in een met stikstof gevulde Geisslersche buis wordt opgewekt. De belichtingstijd bedroeg 78 dagen = 1872 uur. Het spectrum vertoonde geen merkbaar verschil met wat onder gewone omstandigheden waargenomen wordt.

Een derde proef, waarop ik door het lezen van G. P. Thomson's onderzoek kwam, werd genomen met als lichtbron een bundel waterstof kanaalstralen. Een horizontale bundel kanaalstralen (snelheid van de orde $1{,}1.10^8$) werd op halve grootte afgebeeld op een verticale spleet (wijd 0,03 mm.). Het licht van de spleet viel op 22,5 cm. afstand op een lens waarachter een dubbele spleet was geplaatst (de afstand van het paar 4.0 mm.), zoodat in het focale vlak van de lens, op 105 cm. afstand interferentielijnen ontstonden, die gephotographeerd werden in omstreeks 2 uur. Zooals uit afzonderlijke proeven bleek, was de grootste intensiteit der waterstoflijnen afkomstig van de bewegende deeltjes. Wij kunnen nu tot een schatting komen van de gezamenlijke lengte van de golven die telkens door een lichtend deeltje wordt uitgezonden en komen dan tot een golftrein van ongeveer 9 mm. Enkele seconden zijn voldoende om een foto te maken met een lichtende waterstofbuis van Geissler. De interferentiestrepen in beide gevallen onderscheiden zich in niets van elkaar. Dat de afgekapte „golven"

dezelfde diffractiefiguur geven als de onder meer gewone omstandigheden uitgezonden golven schijnt in de theorie der lichtquanta vreemd.

Ten slotte wil ik nog een proef van geheel andere strekking vermelden, waarvan de bedoeling was om den invloed na te gaan van een niet homogeen magnetisch veld op de richting van een lichtstraal. Een veld dus dat niet slechts richtend werkt maar ook zijwaartsche krachten op een gepolariseerd deeltje zou kunnen uitoefenen. Het magnetisch veld werd terweeggebracht door een electromagneet met kernen van 18 cm. diameter. Tegenover een vlak poolstuk was geplaatst een poolstuk met een prismatisch weekijzeren stuk, van driehoekige doorsnede, zoodat het magnetische veld zoo inhomogeen mogelijk was. De lichtstraal liep evenwijdig aan de ribbe van het prisma. In een gewijzigde proef waren eenige weekijzeren prisma's naast elkaar opgesteld met de ribben parallel en in een vlak. De lichtstraal kruiste dan loodrecht al de bovenste ribben der prismas. In geen enkel geval was er eenig effect waar te nemen. Evenmin met electrische velden bij een analoge proef.

Wij mogen ons dus wel aansluiten bij die physici, die meenen, dat waar materie afwezig is, de voortplanting volgens de klassieke wetten plaats vindt. Eerst dan wanneer de materie in het spel komt, wordt de stralende energie gegeven en genomen volgens de ons zoo vreemd aandoende quanta-wetten.

Het doet mij genoegen den Heer J. van der Mark mijn dank te betuigen voor zijn hulp bij de proeven.

ELEKTRON UND ALLGEMEINE RELATIVITÄTSTHEORIE.

von A. EINSTEIN.

Die nachfolgende Bemerkung ist so einfacher Art, dass ich nicht glaube, etwas Neues damit zu sagen. Da mir der zu beweisende Satz aber selbst neu war, so glaube ich jedenfalls, dass seine Darlegung an dieser Stelle manchem willkommen sein wird. Dieser Satz lautet so:

Wenn es wahr ist, dasz das elektromagnetische Feld durch einen antisymmetrischen Tensor $(f_{\mu\nu})$ vom Range 2 darzustellen ist, so kann es nicht allgemein kovariante Gleichungen geben, die

1) das negative Elektron als Lösung in sich begreifen,

2) *keine* Lösung enthalten, die einem positiven Elektron von gleicher Masse entspräche.

Beweis. Es sei eine Lösung gegeben, die einem ruhenden negativen Elektron von der elektrischen Ladung ε und mechanischen Masse μ entspricht. Diese Lösung sei charakterisiert durch den elektromagnetischen Tensor $(f_{\mu\nu})$ und den metrischen Tensor $(g_{\mu\nu})$.

Führe ich diejenige Raum-Zeit-Transformation aus, die durch die Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} x_1' = x^1 = x &= x_1 \\ x_2' = y^1 = y &= x_2 \\ x_3' = z^1 = z &= x_3 \\ x_4' = t^1 = -t &= -x_4 \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

charakterisiert ist, so erhalten wir eine formal neue Lösung, die mit der ursprünglichen durch die Relationen verknüpft ist:

$$\left.\begin{aligned} g_{11}' = g_{11} & \qquad f_{23}' = f_{23} \quad f_{14}' = -f_{14} \\ \cdots\cdots\; g_{44}' = g_{44} & \qquad f_{31}' = f_{31} \quad f_{24}' = -f_{24} \\ g_{33}' = g_{33} & \qquad f_{12}' = f_{12} \quad f_{34}' = -f_{34} \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Interpretieren wir f_{23}, f_{31}, f_{12} als Komponenten der magnetischen, f_{14}, f_{24}, f_{34} als Komponenten der elektrischen Feldstärke, so verschwinden die f_{23} etc. Die Komponenten der elektrischen Feldstärke aber ändern ihr Vorzeichen bei der Transformation. Bilden wir die zugehörigen Komponenten der elektrischen Stromdichte

$$\frac{\partial f^{\mu\nu}}{\partial x_\nu}$$

und speziell die Dichte der Elektrizität

$$\frac{\partial f^{41}}{\partial x_1} + \frac{\partial f^{42}}{\partial x_2} + \frac{\partial f^{43}}{\partial x_3},$$

so erkennt man, dass diese bei der Transformation ihr Vorzeichen wechselt, während doch gemäss (2) das Gravitationsfeld, also auch die (gravitierende) Masse ungeändert bleibt.

Gibt es also eine Lösung, die einem negativen Elektron von der Masse μ und Ladung $-\varepsilon$ entspricht, so gibt es auch eine Lösung, welche der Masse μ und der Ladung $+\varepsilon$ enspricht.

Ich habe ohne Erfolg nach einem befriedigenden Ausweg aus dieser Schwierigkeit gesucht. Es mag aber nützlich sein, hier noch einige mit dem Gegenstand zusammenhängende Bemerkungen beizufügen.

1) In einer jüngst publizierten Arbeit über Gravitation und Elektrizität habe ich die genannte Schwierigkeit überwinden zu können geglaubt durch eine veränderte Zuordnung des Tensors $f_{\mu\nu}$ zum elektromagnetischen Felde, indem ich

$$f_{23},\ f_{31},\ f_{12} \text{ als den elektrischen}$$
$$f_{14},\ f_{24},\ f_{34} \text{ als den magnetischen}$$

Feldvektor auffasste. Dann ist die Stromdichte als kovarianter Tensor vom 3. Range

$$\frac{\partial f_{\mu\nu}}{\partial x_\sigma} + \frac{\partial f_{\nu\sigma}}{\partial x_\mu} + \frac{\partial f_{\sigma\mu}}{\partial x_\nu}$$

aufzufassen und die Dichte der Elektrizität gegeben durch

$$\frac{\partial f_{23}}{\partial x_1} + \frac{\partial f_{31}}{\partial x_2} + \frac{\partial f_{12}}{\partial x_3}.$$

In der That erreicht man so, dass die Substitution (1) das Vorzeichen des elektrischen Feldes und der elektrischen Dichte nicht ändert. In diesem Falle führt aber die Substitution.

$$t^1 = t$$
$$x^1 = -x$$
$$y^1 = y$$
$$z^1 = z$$

zu der entsprechenden Schwierigkeit. Denn bei dieser Substitution kehrt sich das Vorzeichen der so interpretierten elektrischen Dichte um, ohne dass sich an einer zentralsymmetrischen elektrostatischen Lösung sonst etwas änderte.

2) Man könnte daran denken, nicht alle Transformationen zuzulassen, sondern nur solche mit positiver Substitutions-Determinante. Denn nur solche lassen sich aus infinitesimalen Transformationen zusammensetzen; die oben ins Auge gefassten Transformationen waren aber solche mit negativer Substitutions-Determinante.

Dass dies nicht wesentlich ist, erkennt man jedoch daraus, dass bei jeder der ins Auge gefassten Interpretationen für die elektrische Dichte letztere bei der Substitution

$$x^1 = -x$$
$$y^1 = y$$
$$z^1 = z$$
$$t^1 = -t$$

ihr Vorzeichen ändert. Diese Substitution hat aber eine positive Determinante.

Nachtrag zur Korrektur.

Weiteres Nachdenken über diese Schwierigkeit führte mich auf einen möglichen Weg zu deren Beseitigung oder jedenfalls auf eine tiefere Kenntnis des Wesens der Schwierigkeit. Die aus der Erfahrung bekannte Verschiedenheit der positiven und negativen Elementarteilchen lässt sich nicht aus einer Theorie ableiten die lediglich die $g_{\mu\nu}$ und $f_{\mu\nu}$ als Feld-Variable benützt. Dies hängt damit zusammen, das der Skalar ϱ der elektrischen Dichte sich nicht eindeutig durch die Feldvariablen $g_{\mu\nu}$ und $f_{\mu\nu}$ darstellen lässt.

Es ist nämlich

$$\varrho = \sqrt{g_{\mu\nu}\, i^\mu\, i^\nu},$$

wobei

$$i^\mu = \frac{\partial f^{\mu\nu}}{\partial x_\nu}.$$

Die hierbei auftretende Wurzel macht es zunächst unmöglich, die positive und die negative elektrische Dichte gesondert auszudrücken. Solange diese Unbestimmtheit besteht, kann man nicht Gesetze aufstellen, bei denen das Vorzeichen von ϱ massgebend ist. Es muss vielmehr die Möglichkeit gegeben sein die elektrische Dichte ϱ *nebst dem Vorzeichen* aus den Feld-Tensoren zu bestimmen. Dies gelingt auf folgende Weise.

Bei dem Lichtkegel $ds^2 = 0$ jedes Weltpunktes denke man sich den Vor-Kegel und den Nach-Kegel von vorneherein unterschieden. Dies kommt darauf hinaus, dass man a priori der Zeit eine Richtung des Verlaufes gibt, d. h. jedem zeitartigen Linienelement einen Pfeil zuweist (Vergangenheit → Zukunft).

Sei a_μ irgend ein zeitartiger Vektor, l^i ein nach dem Nach-Kegel zeigender zeitartiger Vektor. Dann können wir festsetzen, dass das Vorzeichen des Skalars

$$a = \sqrt{g_{\mu\nu}\, a^\mu\, a^\nu}$$

dasselbe sein soll wie das Vorzeichen von

$$l^i a_i .$$

So gelingt es z. B., die elektrische Dichte (Dichteskalar) eindeutig durch das Feld auszudrücken. Das Vorzeichen dieses Skalars ist kennzeichnend für das Vorzeichen der elektrischen Ladungsdichte.

Nun ist es leicht möglich, auf dem Boden der allgemeinen Relativitätstheorie Gesetze aufzustellen, gemäss welchen die positive Elektrizität in anderer Konfiguration im Gleichgewicht ist als die negative. Man kann dies z. B. dadurch erreichen, dass man der Hamilton'schen Funktion ein Glied zufügt, welches eine nicht gerade Funktion des Skalars der elektrischen Dichte oder des Skalars des elektromagnetischen Potentials ist. Hierauf soll hier nicht näher eingegangen werden.

Wesentlich scheint mir die Erkenntnis zu sein, dass eine Erklärung der Ungleichartigkeit der beiden Elektrizitäten nur möglich ist, wenn man der Zeit eine Ablaufsrichtung zuschreibt und diese bei der Definition der massgebenden physikalischen Grössen heranzieht. Hierin underscheidet sich die Elektromagnetik grundsätzlich von der Gravitation; deshalb erscheint mir auch das Bestreben, die Elektrodynamik mit dem Gravitationsgesetz zu einer Einheit zu verschmelzen, nicht mehr gerechtfertigt.

ELEKTRONENGELEIDING IN VERDUNDE EDELE GASSEN

door A. D. FOKKER.

Men kan van de geleiding door verdunde edele gassen eene theorie geven, die zich aansluit bij de door Lorentz gegeven afleiding van de elektronenbeweging in metalen [1]). Het onderscheid ligt voornamelijk hierin dat in de theorie der metallische geleiding de gemiddelde elektronensnelheid ondersteld wordt niet toe te nemen, terwijl in het geval van een verdund gas ongetwijfeld de elektronen, wanneer zij door een zekeren potentiaalval zijn gegaan, aanzienlijk grootere snelheden hebben verkregen.

Ter *vereenvoudiging* zullen wij het probleem door de volgende onderstellingen *idealiseeren:*

[1]) Theory of Electrons, note 29.

1. De botsingen der elektronen tegen de gasmoleculen vallen uit als die van volkomen veerkrachtige bollen.

2. Omdat de atomen vergeleken bij de electronen zoo zwaar zijn zullen zij geacht worden bij de botsing stil te staan en bij de botsingen geen kinetische energie op te nemen of af staan; evenmin zullen zij hun inwendige energie vermeerderen.

3. Ter plaatse waar de elektronen in het veld komen, bij de elektronenbron, zullen zij snelheden bezitten volgens een maxwelliaansche verdeeling: snelheden tusschen v en $v + dv$ zullen er hebben

$$4\pi\varrho_0\sqrt{\frac{h^3}{\pi^3}}e^{-hv^2}v^2\,dv$$

per volumeneenheid, met een temperatuur $T = m/2\,h\,k$.

4. De elektronendichtheid zij zoo gering dat de elektronen het electrische veld waarin zij bewegen niet merkbaar beïnvloeden. Dit veld oefent op de electronen een kracht uit met componenten mX, mY, mZ.

Om de snelheidsverdeeling $F(x, y, z, \xi, \eta, \zeta)\,dS\,d\lambda$ te vinden, die ons in den stationairen toestand het aantal elektronen binnen het volumenelement dS met snelheden binnen de speelruimte $d\lambda$ van het snelheidsdiagram geven moet, gaan wij uit van de door Boltzmann opgestelde *differentiaalvergelijking*

$$\frac{\partial F}{\partial t}+\xi\frac{\partial F}{\partial x}+\eta\frac{\partial F}{\partial y}+\zeta\frac{\partial F}{\partial z}+X\frac{\partial F}{\partial \xi}+Y\frac{\partial F}{\partial \eta}+Z\frac{\partial F}{\partial \zeta}=b-a,$$

waarbij $a\,dS\,d\lambda$ voorstelt hetgeen van de beschouwde groep $F\,dS\,d\lambda$ bij haar beweging door de botsingen per tijdseenheid aan electronen afgaat, en $b\,dS\,d\lambda$ het overeenkomstige aantal zal zijn, dat er per tijdseenheid bijkomt.

Wij zullen onderstellen dat de snelheden der elektronen *bijna isotroop* zullen zijn verdeeld. Er zal echter een gering overschot moeten zijn van electronen die tegen het veld in loopen. Indien wij ons nu beperken tot het geval van een homogeen elektrisch veld in de richting der negatieve X-as, dan kunnen wij dit uitdrukken door te stellen

$$F = f(V) + \xi\,\chi(V),$$

waarbij de functies f en χ, behalve van de coördinaten, uitsluitend van de snelheid V van de beschouwde groep elektronen zullen afhangen.

Letten wij alleen op de grootte der snelheid, en niet op haar richting, dan zullen er per volumeneenheid

$$\varrho = 4\pi \int V^2 f(V)\, dV$$

elektronen zijn.

Wat nu de relatieve sterkten $4\pi V^2 f(V)\, dV/\varrho$ van de elektronen-groepen met verschillende snelheden betreft, zullen wij ons de onderstelling veroorlooven, dat indien men alle elektronen de kinetische energie ontneemt, die zij in het veld gekregen hebben sinds zij de electronenbron verlieten, de relatieve sterkten der groepen moeten beantwoorden aan die welke in de elektronenbron worden aangetroffen.

Electronen ter plaatse x in het veld hebben een snelheidskwadraat V^2. Daar zij geen energie verloren aan gasatomen vindt men voor hun snelheidskwadraat aan de bron (waarin de oorsprong $x = 0$ ligt):

$$v^2 = V^2 - 2Xx.$$

De snelheidsintervallen dV en dv van één en dezelfde beschouwde groep hangen dus als volgt samen:

$$v\, dv = V\, dV,$$

zoodat de relatieve sterkte $4\pi V^2 f(V)\, dV/\varrho$ beantwoorden moet aan die van een groep aan de bron met snelheid $v = \sqrt{V^2 - 2Xx}$, binnen een snelheidsinterval

$$dv = \frac{V}{\sqrt{V^2 - 2Xx}}\, dV.$$

In verband met onze derde onderstelling vinden wij dus

$$\frac{1}{\varrho} \cdot 4\pi V^2 f(V)\, dV = 4\pi \sqrt{\frac{h^3}{\pi^3}}\, V \sqrt{V^2 - 2Xx}\, e^{-h(V^2 - 2Xx)}\, dV,$$

en dus

$$f\, d\lambda = \varrho \sqrt{\frac{h^3}{\pi^3}}\, e^{-h\{V^2 - 2Xx\}}\, \frac{\sqrt{V^2 - 2Xx}}{V}\, d\xi\, d\eta\, d\zeta.$$

Voor negatieve waarden van $V^2 - 2Xx$ is de functie f nul. Vergeleken bij het isotrope gedeelte f der verdeelingsfunctie F nemen wij aan dat het anisotrope gedeelte $\xi\chi(V)$ zeer klein zal zijn.

Ter bepaling van de winst $(b - a)\, dS\, d\lambda$ die een bepaalde groep $F\, dS\, d\lambda$ tengevolge van de botsingen der electronen tegen de gasatomen per tijdseenheid mag boeken, kunnen wij opmerken, dat, aangezien de botsingen volkomen elastisch ondersteld zijn tegen stilstaande atomen, alle richtingen der snelheid na de botsing even waarschijnlijk zijn. Indien dus de snelheidsrichtingen vóór de botsingen isotroop verdeeld zijn, zal dit ook na de botsingen het geval zijn, ja zelfs zullen. ook wanneer de richtingen vóór de botsingen anisotroop verdeeld zijn. zij na de botsing isotroop geworden zijn.

Hieruit volgt dat de winst $b\, dS\, d\lambda$ per tijdseenheid van elektronen die na de botsing tot de groep gaan behooren even groot zal zijn als het verlies door de botsing zou zijn van een groep zoo sterk als bij een isotrope richtingsverdeeling van het totale aantal botsende elektronen zou passen. Dat wil dus zeggen dat het isotrope gedeelte f van onze verdeelingsfunctie tot $b\, dS\, d\lambda$ en tot $a\, dS\, d\lambda$ even groote aantallen per secunde bijdraagt, en dat het anisotrope stuk $\xi\, \chi\, (V)$ alleen iets bijdraagt tot het verlies door botsingen $a\, dS\, d\lambda$.

Stellen wij den botsingsafstand voor door σ, en het aantal atomen per volumeneenheid door n dan wordt zooals men nu gemakkelijk inziet.

$$(b - a)\, dS\, d\lambda = - n.\, \pi\sigma^2.\, V.\, \xi\, \chi\, (V).\, dS\, d\lambda.$$

Bij de berekening van het linkerlid uit de grondvergelijking van Boltzmann:

$$\xi \frac{\partial F}{\partial x} + X \frac{\partial F}{\partial \xi} = - n\, \pi\sigma^2.\, V\, \xi\, \chi\, (V),$$

zullen wij er gebruik van maken dat $\xi\, \chi$ zeer klein moet heeten vergeleken bij f, zoodat wij de bijdragen van dit stuk tot het linker lid mogen verwaarloozen.

Voor zoover f afhangt van $(V^2 - 2\, X\, x)$ levert zij tot $\xi\, \partial F/\partial x + X\, \partial F/\partial \xi$ geen bijdragen, en dus wordt

$$\xi \frac{\partial f}{\partial \xi} + X \frac{\partial F}{\partial \xi} = f \left[\frac{\xi}{\varrho} \frac{\partial \varrho}{\partial x} - \frac{X\xi}{V^2} \right] = - n\, \pi\sigma^2.\, V.\, \xi.\, \chi\, (V),$$

zoodat, met invoering van $l = 1/n\, \pi\sigma^2$ als gemiddelde vrije weglengte, wij voor $\xi\, \chi$ vinden

$$\xi\, \chi = \frac{l\, \xi}{V} f \left[\frac{\chi}{V^2} - \frac{1}{\varrho} \frac{\partial \varrho}{\partial x} \right].$$

De *elektronenstroom* per vlakte-eenheid wordt gegeven door $\int \xi F \, d\lambda$. In dezen integraal zal het isotrope deel van F niets kunnen bijdragen. Wij houden dus:

$$i = \int \xi^2 \chi \, d\lambda = l \left[X \int \xi^2 \frac{f}{V^3} \, d\lambda - \frac{1}{\varrho} \frac{\partial \varrho}{\partial x} \int \xi^2 \frac{f}{V} \, d\lambda \right].$$

Daar de functie f isotroop is wat de snelheden betreft, mogen wij ξ^2 vervangen door de gemiddelde waarde $\frac{1}{3} V^2$, en wij krijgen

$$i = \frac{4\pi}{3} l \left[X \int_{\sqrt{2Xx}}^{\infty} V f(V) \, dV - \frac{1}{\varrho} \frac{\partial \varrho}{\partial x} \int_{\sqrt{2Xx}}^{\infty} V^3 f(V) \, dV \right].$$

Van de integralen kan een *benaderde waarde* worden gegeven indien de energie, welke de elektronen uit het veld krijgen, groot is vergeleken bij de aanvankelijk gemiddelde energie hunner warmtebeweging in de elektronenbron.
Dan kunnen wij n.l. met substitutie $V^2 - 2Xx = y^2$, stellen dat $2Xx >> y^2$, en ontwikkelen als volgt:

$$\int_{\sqrt{2Xx}}^{\infty} V^3 f(V) \, dV = \varrho \sqrt{\frac{h^3}{\pi^3}} \int_{\sqrt{2Xx}}^{\infty} V^2 \sqrt{V^2 - 2Xx} \, e^{-h\left\{V^2 - 2Xx\right\}} dV,$$

$$= \varrho \sqrt{\frac{h^3}{\pi^3}} \int_0^{\infty} y^2 \sqrt{y^2 + 2Xx} \, e^{-hy^2} \, dy,$$

$$= \varrho \sqrt{\frac{h^3}{\pi^3}} \sqrt{2Xx} \left[\frac{1}{4} \sqrt{\frac{\pi}{h^3}} + \frac{3}{32} \frac{1}{Xxh} \sqrt{\frac{\pi}{h^3}} + \ldots \right],$$

en

$$\int_{\sqrt{2Xx}}^{\infty} V f(V) \, dV = \varrho \sqrt{\frac{h^3}{\pi^3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2Xx}} \left[\frac{1}{4} \sqrt{\frac{\pi}{h^3}} - \frac{2}{32} \frac{1}{Xxh} \sqrt{\frac{\pi}{h^3}} + \ldots \right].$$

Verwaarloozen wij hierin $1/Xxh$, dan vinden wij voor den elektronenstroom:

$$i = \tfrac{1}{3} \frac{lX}{\sqrt{2Xx}} \varrho - \tfrac{1}{3} l \sqrt{2Xx} \frac{\partial \varrho}{\partial x}.$$

Deze formule komt overeen met een uitkomst van Hertz [1]).

[1]) G. Hertz, Zschr. f. Phys. **32**, p. 298, 1925.

Men had tot deze formule ook op een andere wijze kunnen geraken, die zich aansluit bij de beschouwingen van wat met de elektronen bij het doorloopen der vrije weglengte gebeurt, en waarbij men aanneemt dat de snelheid der elektronen uitsluitend aan het veld te danken is. Indien een elektron met een snelheid $w = \sqrt{2Xx}$ onder een hoek Θ met de richting zijner versnelling X een vrijen weg begint, en de vluchttijd is τ, dan is de afgelegde weg in eerste benadering $s = w\tau$, en in de volgende benadering

$$s = w\tau + \tfrac{1}{2} X \cos\Theta\, \tau^2 .$$

Aangezien bij een gemiddelde vrije weglengte l de wegen tusschen s en $s + ds$ een fractie

$$e^{-\frac{s}{l}} \frac{ds}{l}$$

uitmaken van het geheele aantal, zullen wij voor de fractie der vluchttijden tusschen τ en $\tau + d\tau$, voor de wegen die een aanvangshoek Θ met X maken, vinden

$$e^{-\frac{w\tau + \frac{1}{2} X \cos\Theta\, \tau^2}{l}} \frac{(w + X\cos\Theta\,\tau)\, d\tau}{l},$$

hetgeen, aannemende dat $X\tau \ll w$ is (evenals hierboven $\xi\,\chi(V) \ll f(V)$ gesteld werd), mag geschreven worden

$$\frac{w}{l}\, d\tau\, e^{-\frac{w\tau}{l}} \left(1 - \tfrac{1}{2} \frac{X\cos\Theta\,\tau^2}{l} + \frac{X\cos\Theta\,\tau}{w}\right).$$

Gedurende den vluchttijd τ vordert dus het elektron in de X-richting een eind

$$s_x = w\cos\Theta\,\tau + \tfrac{1}{2} X\tau^2 .$$

Gemiddeld vordert dus het elektron per weg die in de door Θ gegeven richting begonnen wordt

$$\int_0^\infty d\tau\, \frac{w}{l}\, e^{-\frac{w\tau}{l}} \left(1 - \tfrac{1}{2} \frac{X\cos\Theta\,\tau^2}{l} + \frac{X\cos\Theta\,\tau}{w}\right)\left(w\cos\Theta\,\tau + \tfrac{1}{2} X\tau^2\right).$$

De botsingen zijn als die van veerkrachtig bollen; alle beginrichtingen der wegen vallen dus even waarschijnlijk uit. Daarom mogen wij het gemiddelde van deze integraal over de verschillende richtingen nemen en vinden zoo voor de gemiddelde vordering

van een electron per vrije weglengte $\frac{2}{3} X l^2/w^2$, en dus per tijdseenheid waarin er w/l vrije wegen zijn:

$$\tfrac{2}{3} \frac{X l}{w} = \tfrac{2}{3} \frac{X l}{\sqrt{2 X x}}.$$

Uit dezen hoofde zou het transport per oppervlakte-eenheid zijn

$$i_1 = \tfrac{2}{3} \varrho \frac{X l}{\sqrt{2 X x}}$$

Echter is er ook een transport in tegenovergestelde richting, omdat zoowel de dichtheid der elektronen, als hun individueele snelheid $w = \sqrt{2 X x}$ niet overal dezelfde zijn. Dit diffusietransport bedraagt per oppervlakte-eenheid, als wij afzien van de in het bovenstaande verdisconteerde versnellingen gedurende de vrije vlucht:

$$i_2 = -\tfrac{1}{3} l \frac{d}{dx}(\varrho w) = -\tfrac{1}{3} l \sqrt{2 X x} \frac{d\varrho}{dx} - \tfrac{1}{3} l \frac{X}{\sqrt{2 X x}} \varrho.$$

In het geheel vinden wij dus, als boven, een transport

$$i = \tfrac{1}{3} \varrho \frac{X l}{\sqrt{2 X x}} - \tfrac{1}{3} l \sqrt{2 X x} \frac{d\varrho}{dx}.$$

Deze transportvergelijking kan nog iets leeren omtrent de *ladingsverdeeling* door de elektronen in het gas, vooropgesteld zijnde, dat de dichtheid zoo gering blijft dat zij het veld niet stoort. Immers, bij de stationaire strooming moet het transport door iedere doorsnede even groot zijn, zoodat zich een dusdanige elektronenverdeeling instelt dat

$$\frac{di}{dx} = 0.$$

Werkt men dit nu uit, dan krijgt men de differentiaalvergelijking

$$\varrho + 4 x^2 \frac{d^2 \varrho}{dx^2} = 0,$$

waaruit om te beginnen blijkt dat de elektronenverdeeling niet van het veld afhangt, en waaraan voldaan wordt door

$$\varrho = B \sqrt{x} \log \frac{a}{x}.$$

Zet men dit wederom in de transportvergelijking dan krijgt men

$$i = \tfrac{1}{3} B \sqrt{2X}.$$

De integratieconstanten B en a zouden bepaald moeten worden door een aansluiting aan de grensvoorwaarden. Echter hebben wij bij de afleiding onzer benadering aangenomen dat de uit het veld gewonnen snelheid $\sqrt{2Xx}$ groot zou zijn vergeleken bij die der warmtebeweging in de elektronenbron, zoodat de benadering niet geldig blijft aan de grens van het gas voor $x = 0$.

Toch zal men mogen zeggen, daar deze ruimteverdeeling der elektronen niet van het veld afhangt, dat het elektronentransport evenredig zal zijn met den wortel uit de veldsterkte.

Summary.

The conduction of electrons through rarefied inert gases under a homogeneous electric field is discussed. The atoms are supposed to be perfectly elastic immovable spheres, and the density of electrons so low as not to disturb the electric field. Then the *flow of electrons* is expressed in terms of the mean free path l, the acceleration X in the field, the electron density ϱ and its gradient, the first approximation being

$$i = \frac{1}{3} l \left\{ \frac{X}{\sqrt{2Xx}} \varrho - \sqrt{2Xx} \frac{\delta \varrho}{\delta x} \right\}.$$

The density in the steady flow is not influenced by the strength of the field and for a homogeneous field is shown to be

$$\varrho = B \sqrt{x} \log \frac{a}{x},$$

where B and a are integration constants. The flow of electrons is found to be proportional to the square root of the electric force.

LICHTQUANTA EN STRAALKROMMING,

door L. S. ORNSTEIN.

In een verhandeling „Zur Rotverschiebung der Spectrallinien" [1]) leidt K. Schaposchnikow een betrekking af voor de verandering van de frequentie van licht dat een zwaarteveld doorloopt. Hij bedient zich daarbij van de theorie der lichtquanta en gaat van de volgende onderstellingen uit.

1) Zeitchr. f. Phys. **33**, 1925, p. 710.

1. De lichtsnelheid is een overal gelijke natuurconstante.
2. Lichtquanta bezitten een hoeveelheid van beweging $h\nu/c$
3. Lichtquanta bezitten een zware massa $h\nu/c^2$, zoodat een massa μ die zich op een afstand r van het quantum bevindt dit aantrekt volgens de betrekking $f\frac{\mu h\nu}{r^2 c^2}$.

Het is opmerkelijk dat deze onderstellingen niet alleen de roodverschuiving doch ook de straalkromming in een zwaarteveld als gevolg hebben. Of deze resultaten eenige diepere beteekenis hebben valt wellicht te betwijfelen, het is echter toch wel interessant dat zij bestaan.

Wij zullen ons bij het afleiden van de conclusies beperken tot een plat vlak, hetgeen geen beperking van de algemeenheid beteekent daar de baan een vlakke kromme is. Indien nu x en y de coordinaten van het quantum t.o.z. van de massa μ zijn en α en β de richtings cos van de snelheid c van het quantum zijn, zoo is $\alpha^2+\beta^2=1$, $\dot{x}=\alpha c$, $\dot{y}=\beta c$ terwijl

$$\frac{d}{dt}\frac{h\nu}{c}\alpha=-\frac{x}{r^3}f\frac{h\nu}{c^2}\mu \quad \alpha\frac{d\nu}{dt}+\nu\frac{d\alpha}{dt}=-\frac{x}{r^3}\frac{f\mu}{c}\nu$$
$$\frac{d}{dt}\frac{h\nu}{c}\beta=-\frac{y}{r^3}f\frac{h\nu}{c^2}\mu \quad \text{of} \quad \beta\frac{d\nu}{dt}+\nu\frac{d\beta}{dt}=-\frac{y}{r^3}\frac{f\mu}{c}\nu$$

Vermenigvuldigt men deze vergelijkingen resp. met α en β en telt men op zoo krijgt men

$$\frac{d\nu}{dt}=-\frac{1}{r^2}\frac{dr}{dt}\frac{f\mu}{c^2}\nu \quad \left(\frac{d\,h\nu}{dt}=-\frac{1}{r^2}\frac{dr}{dt}\frac{f\mu}{c^2}h\nu\right)$$

een vergelijking die de rol van *energie-vergelijking* speelt. Integreert men de gevonden vergelijking zoo verkrijgt men

$$\nu=\nu_0\, e^{+\frac{f\mu}{c^2 r}}$$

waarin ν_0 de frequentie op ∞ afstand van de massa voorstelt. Een formule die in 1e benadering met de 1e benadering der roodverschuiving volgens Einstein overeenstemt (Dit resultaat verkrijgt Schaposchnikow op analoge wijze). Om nu verdere conclusies te trekken maken wij de *momenten integraal* op, dit levert

$$-y\left(\alpha\frac{d\nu}{ct}+\nu\frac{d\alpha}{dt}\right)+x\left(\beta\frac{d\nu}{dt}+\nu\frac{d\beta}{dt}\right)=0.$$

Voeren wij hier de waarde $d\nu/dt$, α en β in, zoo verkrijgen wij

$$\alpha \frac{f\mu}{c^2} \frac{1}{2^2} \frac{dr}{dt} = \frac{\frac{d}{dt}(x\dot{y} - y\dot{x})}{\dot{y} - y\dot{x}},$$

of dus

$$x\dot{y} - y\dot{x} = C\, e^{-\frac{f\mu}{c^2 r}}.$$

Om de constante C te bepalen overwegen wij dat voor $x = 0$, $y = \triangle$, het perihelium $r = \triangle$ is, terwijl $\dot{x} = -c$. Wij verkrijgen dus

$$x\dot{y} - y\dot{x} = c \triangle e^{\frac{f\mu}{c^2}\left(\frac{1}{\triangle} - \frac{1}{r}\right)}$$

Deze vergelijking kan nu met

$$\dot{x}^2 + \dot{y}^2 = c^2$$

gecombineerd worden. Voeren wij poolcoordinaten r en φ in zoo wordt

$$\begin{aligned} r^2 + r^2\dot{\varphi}^2 &= c^2 \\ r^2\dot{\varphi} &= c \triangle e^{-\frac{f\mu}{c^2}\left(\frac{1}{\triangle} - \frac{1}{r}\right)} \end{aligned}.$$

De vergelijking voor de baan luidt nu

$$\frac{c \triangle\, dr\, e^{\frac{f\alpha}{c^2}\left(\frac{1}{\triangle} - \frac{1}{r}\right)}}{r^2 \sqrt{c^2 - \frac{c^2 \triangle^2 e^{2\frac{f\mu}{c^2}\left(\frac{1}{\triangle} - \frac{1}{r}\right)}}{r^2}}} = d\varphi.$$

De hoek der asymptoten wordt gevonden door tweemaal de integraal van het eerste lid naar r van $\triangle \ldots \infty$ te nemen. Voert men deze integratie tot de eerste orde in $\frac{f\mu}{c^2 \triangle}$ uit, zoo vindt men

$$\pi - \frac{2f\mu}{c^2 \triangle}.$$

De straalbuiging door de massa μ bedraagt dus

$$\frac{2f\mu}{c^2 \triangle},$$

wat met de uit de gravitatie-theorie afgeleide uitkomst overeenkomt. Indien men de quanta op deze wijze zwaarte-massa toekent zou

het voor de hand liggen ook de onderlinge aantrekkende werking van lichtquanta te onderstellen. Doet men dit dan zou een zich voortplantende bundel steeds enger worden en daarbij een frequentie verandering ondergaan in de richting naar het violet. Experimenteel zal dit verschijnsel wegens de kleinheid der effecten wel nooit te constateeren zijn. Verder zou men voor quanta besloten binnen spiegelende wanden door deze onderlinge werking tot uitwisselling van energie en wellicht dus tot evenwichtsstraling kunnen komen. Men stuit op moeilijkheden wanneer de massa μ nietrustend ondersteld mag worden.

Utrecht, 24 Oct. 1925.

DE KRISTALSTRUCTUUR VAN ARGON.

ONDERZOEKINGEN NAAR DE STRUCTUUR VAN STIKSTOF EN ZUURSTOF BIJ DE TEMPERATUUR VAN VLOEIBARE WATERSTOF [1])

door J. DE SMEDT en W. H. KEESOM.

In vervolg op onze onderzoekingen betreffende de diffractie van Röntgenstralen in vloeistoffen [2]) en van de kristalstructuur van gecondenseerde gassen [3]), tot welke onderzoekingen de Teyler-voordrachten over Röntgenstralen en kristalstructuur door H. A. Lorentz in 1916 gehouden mede de opwekking hebben gegeven, hebben wij in den loop van 1923 en '24 onderzoekingen verricht naar de structuur van vaste stikstof, zuurstof en argon, volgens de methode (Debije en Scherrer) en met het apparaat, die reeds vroeger door ons werden beschreven [3]). Daarbij werd nu het vacuumglas gevuld met vloeibare waterstof. Al de hieronder vermelde kristallogrammen zijn opgenomen met een koperen antikathode. De straal der camera was 27.3 mm.

Hoewel wij scherpe en intense kristallogrammen verkregen, hebben deze onderzoekingen tot nu toe slechts geleid tot de bepaling van de *stuctuur van vast argon*. Terwijl wij met dit onderzoek bezig waren, is de structuur van argon onderzocht en

[1]) Mededeeling No. 178*b* uit het Natuurkundig Laboratorium te Leiden.
[2]) Versl. Kon. Akad. Amsterdam **31**, 87, 1922; 32, 72, 1923.
[3]) Proceedings Kon. Akad. Amsterdam **27**, 839, 1924. Leiden Comm. Suppl. No. 53a.

gepubliceerd door F. Simon en Clara von Simson [1]). Niettegenstaande wij tot dezelfde structuur zijn gekomen, schijnt het ons toch nuttig ook onze resultaten te publiceeren, daar eene bevestiging van verkregen resultaten in het bijzonder in dit gebied van waarde is. Zie tabel I.

TABEL I.

Straal in mm.	int. waargen.	$10^3 \sin^2 \frac{\Theta}{2}$	$\sin^2 \frac{\Theta}{2} : 0.0240$	*h k l*	int. berekend
				111β	
13.2	*z*	60	2.93	111α	21.3
14.5	*z . st*	159	7.80	220	12
23.3	*z . z*			311β	
24.6	*z . z*			222	
26.0	*z*	221	10.82	311α	17.5
27.5	*m*	244	11.96	222	5.3
29.0	*st*	333	16.34	$400\alpha + 420\beta$	3
34.3	*z . z*	388	19.01	331	10
37.3	*z . z*	410	20.07	420	9.6
38.5	*m*			$333\beta + 511\beta$	
40.9	*z . z*	490	23.98	422α	8
42.8	*z*	556	27.22	$333 + 511$	9.5
46.4	*st*			531β of 600β	
48.0	*z . z*	727	35.60	531α of 600α	11.2 of 6.7
56.0	*st*				

Hieruit is te besluiten tot eene *kubische structuur* met eene riblengte 5.40 Å $\pm$ 0.06, wat goed overeenstemt met de waarde 5.42 van bovengenoemde onderzoekers. De intensiteitsberekeningen bevestigen de sructuur van *gecenterde zijvlakken*, in dien zin, dat geene lijnen aanwezig zijn die volgens deze atoomschikking eene intensiteit nul zouden moeten hebben; en dat al de lijnen, op twee na (200 en 440), die aanwezig moeten zijn, werkelijk geobserveerd worden.

De intensiteitsverhoudingen tusschen de verschillende lijnen, kloppen echter niet geheel; zie in het bijzonder 311 en 322. Hierbij valt op te merken dat deze anomalie op de filmen van Simon en Cl. v. Simson niet voorkomt. Ook hebben zij de lijn 200 als

[1]) F. Simon en Clara von Simson. ZS. f. Physik **25**, 160 1924.

sterk waargenomen. Dit verschil in de verhoudingen der intensiteiten is nog niet opgehelderd [1]). Het is niet geheel uitgesloten, dat hier van invloed is de manier waarop de kristallen op het glas komen vast te zitten. Gebeurt dit bij voorkeur volgens een bepaald kristalvlak, dan heeft men niet meer te doen met willekeurige georiënteerde kristallen en moet het kristallogram eene andere intensiteitsverdeeling vertoonen.

Onze metingen geven voor de dichtheid van vast argon bij ongeveer 20° K. 1.68.

Van *stikstof* en *zuurstof* werden resp. 6 en 4 opnamen gedaan. Deze leverden voor elk van deze stoffen overeenstemmende kristallogrammen. Bij een deel der opnamen werd het kristalcylindertje volgens de lengte half afgeschermd door een nikkelplaatje, geplaatst tusschen het diaphragma en het kristalpoeder, ten einde het optreden van parasitaire lijnen [2]) te vermijden.

Wij berekenden de atoomvlakafstanden en trachtten deze met de figuren van Hull en Davey [3]) tot dekking te brengen. Dit is ons noch voor stikstof, noch voor zuurstof gelukt. Dit maakt het waarschijnlijk dat deze gassen bij de temperatuur van vloeibare waterstof niet kristalliseeren in het regulaire, tetragonale of hexagonale (inclusief trigonale) stelsel, doch in een stelsel van lager symmetrie.

Het onderzoek naar de structuur van deze vastgemaakte gassen zal te Leiden voortgezet worden, eenerzijds bij hoogere temperaturen, bij welke modificaties van hooger symmetrie optreden, waarbij gehoopt wordt ook vingerwijzingen te verkrijgen voor het ontcijferen van de structuren van lager symmetrie, anderzijds door opnamen te doen met een grootere camera ten einde de afstanden der atoomvlakken met grooter nauwkeurigheid te bepalen.

Summary.

Solid argon, nitrogen and oxygen were investigated by Debije-Scherrer's method at the temperature of liquid hydrogen. For argon face-centered cubical arrangement was found, as already published by Simon and Cl. von Simson. Lattice-constant 5.40 $Å \pm 0.06$. Nitrogen and oxygen at ± 20° K. probably have lower symmetry than corresponds to the regular, tetragonal and hexagonal (included trigonal) systems.

[1]) De publicatie van ons resultaat voor argon is aanvankelijk uitgesteld, wijl wij met het oog op deze afwijking in de intensiteitsverhoudingen ter controle eene rechtstreeksche bepaling van de dichtheid van vast argon wenschten te doen. Wij zijn in deze meting nog niet geslaagd wijl het niettegenstaande herhaalde pogingen niet gelukte argon in een piezometer in een gewenschte hoeveelheid in compacte massa vast te maken.

[2]) Zie Leiden Comm. Suppl. No. 53*a* § 4.

[3]) A. W. Hull en W. P. Davey. Phys. Rev. **17**, 549, 1921.

HET AANDEEL VAN DE VERSCHILLENDE ENERGIE-NIVEAU'S EENER STOF IN DE DOOR VERWARMING VRIJGEMAAKTE ELECTRONEN

door H. J. VAN LEEUWEN.

In een artikel genaamd „Thermionic emission from systems with multiple thresholds" behandelt O. W. Richardson [1]) het evenwicht, dat zich instelt, wanneer een stof verwarmd wordt, die electronen op verschillende energie-niveau's kan binden. Een aantal dier electronen zal daarbij vrij blijven (verdampt zijn). Hij onderstelt daarbij, dat aan die verschillende energie-niveau's volumina toekomen van gelijke orde van grootte en komt bij toepassing van de klassieke, statistische theorie tot het resultaat, dat het verloop van het aantal vrije electronen met de temperatuur in hoofdzaak bepaald wordt door den factor $e^{-\frac{\varepsilon_1}{kT}}$, waar k de constante van Boltzmann, T de absolute temperatuur is, en ε_1 de energie, die afgegeven wordt, als een vrij electron opgenomen wordt op dat niveau, waarvoor die energie het grootste is (het K-niveau dus), terwijl uit het experimenteele materiaal bekend is, dat hier integendeel de energie van het buitenste niveau (met de kleinste bindingsenergie) beslissend is. Hieruit besluit Richardson, dat de klassieke theorie te kort schiet, om dit geval te behandelen. De bedoeling van deze mededeeling is, te laten zien, dat de klassieke theorie een resultaat in overeenstemming met de experimenteele uitkomsten geeft, indien men onderstelt, dat aan elk niveau niet een zeker eindig volumen (van dezelfde orde van grootte voor alle), doch slechts een eindig aantal plaatsen, elk voor één enkel electron, toekomt, welk aantal voor de verschillende niveau's van dezelfde orde van grootte is, n.l. gelijk aan enkele malen het aantal atomen [2]).

Ter bekorting zullen we slechts twee niveau's aannemen, voor een grooter aantal blijft toch de afleiding en het resultaat van denzelfden aard. Stel dus, dat in het materiaal A_1 plaatsen van de 1e, A_2 van de 2e soort aanwezig zijn, en dat de (positieve) energie ε_1, resp. ε_2 vrijkomt, als een electron uit de „gas"-phase op

1) O. W. Richardson: Proc of the Phys. Soc. of London, Vol 36, Part 5, 1924, p. 383.
2) In een gesprek met prof. dr. P. Ehrenfest over deze opmerking kreeg ik goeden raad betreffende de eraansluitende berekening, waarvoor ik ook hier gaarne mijn dank betuig.

een plaats van de 1e, resp. 2e soort gebonden wordt. De totale energie, die aan alle Z electronen te zamen toekomt, moge E zijn. Wanneer b_1, resp. b_2 electronen op de plaatsen van de 1e, resp. 2e soort gebonden zijn, komt hun de energie $-b_1\,\varepsilon_1 - b_2\,\varepsilon_2$ toe, zoodat voor de f electronen van de gasphase, die het volumen V moge hebben, een energie $K = E + b_1\,\varepsilon_1 + b_2\,\varepsilon_2$ overblijft.

In welk $(6Z-1)$ dimensionaal volumen γ van de $6Z$ dimensionale phaseruimte van Gibbs liggen de systemen, waarvan bij de gegeven energie E op de plaatsen van de 1e, 2e soort en in V resp. b_1, b_2 en f electronen aanwezig zijn?

Voor elk bepaald electron van de groepen b_1 en b_2 brengen we het phasevolumen h^3 in rekening [1]), dus komt in γ de factor $h^{3(b_1+b_2)}$ voor. Op hoeveel manieren kan men ze plaatsen? Het 1e van de b_1 electronen kan men op A_1 manieren plaatsen; is dit geplaatst dan het 2e op $A_1 - 1$ manieren, het 3e dan nog op $A_1 - 2$ manieren, enz, in het geheel op:

$$A_1\,(A_1-1)\,(A_1-2)\,\ldots\ldots\,(A_1-b_1+1) = \frac{A_1!}{(A_1-b_1)!} \text{ wijzen.}$$

Voor de gebonden electronen krijgt men dus den factor:

$$h^{3(b_1+b_2)}\,\frac{A_1!}{(A_1-b_1)!}\,\frac{A_2!}{(A_2-b_2)!}.$$

Voor de vrije electronen komt er een factor V^f, vermenigvuldigd met het oppervlak van den „bol", waarvan de vergelijking is:

$$\frac{p_1^{\,2}}{2m} + \frac{p_2^{\,2}}{2m} + \ldots\ldots \frac{p_{3f}^{\,2}}{2m} = K,$$

als $p_1, \ldots p_{3f}$ de bewegingsmomenten der vrije electronen en m hun massa is. Dit oppervlak is [2]):

$$\frac{1}{\Gamma\left(\frac{3f}{2}\right)}\sqrt{2\pi m K}^{\,3f},$$

waarvoor wegens de groote waarde van $3f/2$, (dat een geheel getal moge zijn) geschreven kan worden:

---

1) Deze electronen zijn feitelijk wegens de quanta-voorwaarden binnen het volumen h^3 beperkt tot een gebied van lager dimensie dan dat volumen. Dit gebied krijgt echter zoodanig „gewicht" bij de berekening van het aantal stelsels, dat men dezelfde einduitkomst krijgt, als wanneer men het geheele volumen h^3 met constante dichthetd in rekening brengt, wat hier gedaan is.

2) Verg. b.v. P. Ehrenfest und V. Trkal, *Ann. d. Phys.* IV, Bd. **65**, 1921, pag. 619, 620.

$$\frac{1}{\left(\frac{3f}{2}\right)!}\sqrt{2\pi m K}^{3f}.$$

Voor de vrije electronen komt in γ dus een factor:

$$V^f\frac{1}{\left(\frac{3f}{2}\right)!}\sqrt{2\pi m K}^{3f} \text{ voor.}$$

Nu hebben we nog een bepaalde groep van b_1 electronen, een bepaalde van b_2 en een bepaalde van f electronen. Op hoeveel manieren zijn die te maken? Verwisseling van alle electronen zou een factor $Z!$ brengen, maar in de groepen van b_1, b_2 en f electronen heeft de onderlinge verwisseling der electronen al plaats gehad, dus moet er nog vermenigvuldigd worden met $\frac{Z!}{b_1!\,b_2!\,f!}$.

Dus is:

$$\gamma = C\,h^{3(b_1+b_2)}\frac{A_1!}{(A_1-b_1)!}\frac{A_2!}{(A_2-b_2)!}\frac{V^f}{\left(\frac{3f}{2}\right)!}(2\pi m K)^{\frac{3f}{2}}\times$$

$$\times\frac{Z!}{b_1!\,b_2!\,f!},$$

waarin $f = Z - b_1 - b_2$ en C een constante is.

Voor het evenwicht zoeken we, omdat de dichtheid der systemen bij gegeven waarde der energie constant is, bij gegeven waarde van Z en E het maximum van:

$$\log\gamma = \log C + 3(b_1+b_2)\log h + \log A_1! + \log A_2! - \log(A_1-b_1)! - \log(A_2-b_2)! + (Z-b_1-b_2)\log V - \log\left[\frac{3(Z-b_1-b_2)}{2}!\right] + \frac{3(Z-b_1-b_2)}{2}\log 2\pi m(E+b_1\varepsilon_1+b_2\varepsilon_2) + \log Z! - \log b_1! - \log b_2! - \log(Z-b_1-b_2)!.$$

We stellen dus $\frac{\partial\log\gamma}{\partial b_1}=0$ en $\frac{\partial\log\gamma}{\partial b_2}=0$ en vinden, omdat $K = {}^3f/_2\,kT$ en A_1, A_2, A_1-b_1, A_2-b_2, b_1, b_2, Z en $Z-b_1-b_2$ groote getallen zijn:

$$\begin{aligned}\frac{A_1-b_1}{b_1} &= \frac{2}{3}\frac{V}{h^3}\frac{(2\pi m K)^{\frac{3}{2}}}{f^2}e^{-\frac{\varepsilon_1}{kT}} = B\,e^{-\frac{\varepsilon_1}{kT}}\\ \frac{A_2-b_2}{b_2} &= \frac{2}{3}\frac{V}{h^3}\frac{(2\pi m K)^{\frac{3}{2}}}{f^2}e^{-\frac{\varepsilon_2}{kT}} = B\,e^{-\frac{\varepsilon_2}{kT}}\end{aligned} \qquad (1)$$

zoodat:

$$b_1 = \frac{A_1}{B\,e^{-\frac{\varepsilon_1}{kT}}+1},\quad b_2 = \frac{A_2}{B\,e^{-\frac{\varepsilon_2}{kT}}+1} \text{ en}$$

$$f = Z - \frac{A_1}{B\,e^{-\frac{\varepsilon_1}{kT}}+1} - \frac{A_2}{B\,e^{-\frac{\varepsilon_2}{kT}}+1},$$

$$f = Z - A_1 - A_2 + A_1 \frac{1}{1+\frac{3}{2}\frac{h^3}{V}\frac{f^2}{(2\pi m K)^{\frac{3}{2}}}e^{-\frac{\varepsilon_1}{kT}}}, + \\ + A_2 \frac{1}{1+\frac{3}{2}\frac{h^3}{V}\frac{f^2}{(2\pi m K)^{\frac{3}{2}}}e^{-\frac{\varepsilon_2}{kT}}}. \qquad (2)$$

Uit de vergelijkingen (1) zien we, dat als op de niveau's slechts een klein deel der plaatsen vrij is, wat meestal het geval zal zijn, de rechterleden klein zijn t.o. van 1, zoodat voor vergelijking (2) geschreven kan worden:

$$f = Z - A_1 - A_2 + \frac{2}{3}\frac{V}{h^3}\frac{(2\pi m K)^{\frac{3}{2}}}{f^2}\left(A_1\,e^{-\frac{\varepsilon_1}{kT}} + A_2\,e^{-\frac{\varepsilon_2}{kT}}\right), \quad (3)$$

welke vorm meer gelijkt op de gewoonlijk gegeven formules voor het geval, dat men slechts met een enkel niveau te doen heeft.

Zoowel uit vergelijking (2) als uit vergelijking (3) blijkt, dat als ε_1 veel grooter is dan ε_2, de term die op het eerste niveau betrekking heeft veel kleiner is, dan de term, die het aantal vrije electronen aangeeft, dat van het tweede niveau afkomstig is, mits de grootheden A niet te veel verschillen en de temperatuur niet al te hoog is. In dat geval zal het temperatuurverloop van het aantal vrije electronen dus in hoofdzaak door ε_2, de kleinste van de bindingsenergieën bepaald worden in overeenstemming met de experimenteele resultaten.

Zusammenfassung.

Gezeigt wird, dasz die klassische statistische Theorie in Bezug auf das Elektronen-Gleichgewicht eines erhitzten Körpers, bei dem die freien Elektronen aus verschiedenen Energie-Niveau's stammen, nicht, wie Richardson glaubt, zu einem Resultat führt, das mit dem Experiment in Widerspruch steht, falls man nur den Niveau's eine vergleichbare endliche Zahl von Stellen für einzelne Elektronen zuschreibt, anstatt endlicher Volumina von derselben Gröszenordnung.

IETS OVER DE ENERGIE VAN EEN STELSEL ZICH BEWEGENDE ELECTRONEN

door G. J. ELIAS.

Omtrent de beweging van de electronen, die den electrischen stroom vormen in een metaalkristal, kan men zich verschillende voorstellingen maken. Eén uiterste is de voorstelling van het electronengas, waarbij de electronen zich zonder eenige orde zouden bewegen, terwijl een ander uiterste de voorstelling is, waarbij de electronen zich als electronenrooster met eenparige snelheid zouden voortbewegen [1]). Ik wil er hier op wijzen, dat beide voorstellingen moeten leiden tot eene verschillende waarde van de magnetische energie der electronenbeweging, die tot uiting komt in den coëfficiënt van zelfinductie.

Bij de eerste voorstelling zullen in verband met het feit, dat de beweging der electronen naar plaats en naar tijd geheel ongeordend is, voor het magnetische veld van den stroom nagenoeg dezelfde regels gelden, die ook zouden gelden bij de opvatting van den electrischen stroom als een vloeistofstroom. De magnetische veldenergie voor het electronengas kan verkregen worden door de energie, zooals die volgt uit de opvattingen van Maxwell omtrent den electrischen stroom te vermeerderen met de kinetische energie, samenhangende met de electromagnetische massa en snelheid der electronen, tenminste zoolang de onderlinge afstand der electronen groot is t.o.v. hun straal. Hierop is door Lorentz gewezen [2]).

Deze wijze van berekening der veldenergie kan echter niet meer worden toegepast, wanneer de electronen zich als een ruimterooster zouden bewegen. Beschouwen we eerst de energie buiten den geleider, dien wij als cylindrisch aannemen en omhuld door een coaxialen terugleider. Daarbij zal als benadering worden aangenomen, dat de zich bewegende ladingen in aequidistante vlakken op afstanden l continu zijn verdeeld, waarbij l de afstand der moleculen in het b.v. kubisch onderstelde rooster is. Laat elk vlak eene lading Q bevatten, die zich met de snelheid v voortbeweegt, terwijl de straal van den binnensten cylinder r_1, die van den buitensten r_2 zij, waarbij $r_2 >> r_1$, ondersteld wordt. Onder die omstandigheden zal de veldenergie tusschen de beide geleiders voornamelijk bepaald

1) Zie o.a F. A. Lindemann, Phil. Mag. **29**, p. 127, 1915; J. J. Thomson, Phil. Mag. **44**. p. 657, 1922
2) H. A. Lorentz. Theory of Electrons, Teubner 1909, p. 47, 48.

worden door den stroom in den binnensten cylinder. In een vlak loodrecht op de as van dien cylinder nemen we coördinaten r en φ aan, terwijl de coördinaat in de richting van den cylinder z zij. De vectorpotentiaal in een punt P van alle ladingen, die zich in de punten r, φ van de aequidistante vlakken bevinden, wordt dan

$$dA = \frac{Q \cdot v \cdot r\, dr\, d\varphi}{4c \cdot \pi^2 r_1^{\,2}} \Sigma \frac{1}{R} =$$

$$= \frac{Q \cdot v \cdot r\, dr\, d\varphi}{4c \cdot \pi^2 r_1^{\,2}} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \frac{1}{\sqrt{\varrho^2 + (z+nl)^2}}$$

wanneer de R de afstand is van P tot de beschouwde ladingen, ϱ die van P tot de lijn, waarop ze liggen, en z de afstand in de richting van die lijn van P tot het dichtstbijzijnde vlak, dat de lading Q bevat. We kunnen bovenstaande som in eene reeks van Fourier ontwikkelen, n.l.

$$\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \frac{1}{\sqrt{\varrho^2 + (z+nl)^2}} = \sum_{m=0}^{\infty} \beta_m \cos \frac{2\pi m z}{l},$$

waarbij de term met den index $m = 0$ logaritmisch oneindig groot wordt, hetgeen echter verder geen bezwaar oplevert. Nu wordt

$$\beta_m = \frac{2}{l} \int_0^l \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{\cos \frac{2\pi m z}{l}}{\sqrt{\varrho^2 + (z+nl)^2}}\, dz.$$

Door te stellen $z + nl = y$ en verder integratie en sommatie te verwisselen komt er dan na eenige herleiding

$$\beta_m = \frac{2}{l} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos \frac{2\pi m y}{l}}{\sqrt{\varrho^2 + y^2}}\, dy = \frac{2\pi i}{l} H_0^{(1)} \left(\frac{2\pi i m \varrho}{l}\right)$$

waarin $H_0^{(1)}$ de Hankel'sche functie van de eerste soort en van de orde nul is. Verder is

$$\beta_0 = \frac{2}{l} ln \frac{2 z_\infty}{\varrho},$$

wanneer $2 z_\infty$ de lengte van den „oneindig" langen stroomgeleider voorstelt. Nu is

$$\varrho^2 = r^2 + r_0^{\,2} - 2 r r_0 \cos \varphi,$$

als r_0 de afstand is van P tot de as van den cylinder. Aangezien $r_0 > r$, kan nu ontwikkeld worden

$$H_0^{(1)}\left(\frac{2\pi i m \varrho}{l}\right) = H_0^{(1)}\left(\frac{2\pi i m r_0}{l}\right) I_0\left(\frac{2\pi i m r}{l}\right) + \\ + 2 \sum_{s=1}^{\infty} H_s^{(1)}\left(\frac{2\pi i m r_0}{l}\right) I_s\left(\frac{2\pi i m r}{l}\right) \cos s\varphi .$$

De vectorpotentiaal van de ladingen Q wordt dan

$$A = \frac{Q.v}{2c.\pi^2 r_1^2.l} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{r_1} r\, dr\, ln \frac{2z\infty}{\varrho} + \\ + \frac{Q.v.i}{2\pi c.r_1^2 l} \sum_{m=1}^{\infty} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{r_1} r\, dr \left[H_0^{(1)}\left(\frac{2\pi i m r_0}{l}\right) \right.$$

$$\left. I_0\left(\frac{2\pi i m r}{l}\right) + 2 \sum_{s=1}^{\infty} H_s^{(1)}\left(\frac{2\pi i m r_0}{l}\right) I_s\left(\frac{2\pi i m r}{l}\right) \cos s\varphi \right] .$$

$$. \cos \frac{2\pi m z}{l} = \frac{Q.v}{2\pi c l} ln \frac{2z\infty}{r_0} + \frac{Q.v}{2\pi c.r_1} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} .$$

$$. I_1\left(\frac{2\pi i m r_1}{l}\right) H_0^{(1)}\left(\frac{2\pi i m r_0}{l}\right) \cos \frac{2\pi m z}{l} .$$

Voor de magnetische kracht geldt $H = -\frac{\partial A}{\partial r_0}$, derhalve

$$H = \frac{I}{2\pi c r_0} + \frac{iI}{c r_1} \sum_{m=1}^{\infty} I_1\left(\frac{2\pi i m r_1}{l}\right) H_1^{(1)}\left(\frac{2\pi i m r_0}{l}\right) \cos \frac{2\pi m z}{l},$$

waarin $\frac{Q.v}{l} = I$ de stroomintensiteit voorstelt.

Ter bepaling van de veldenergie moet deze uitdrukking in het quadraat worden verheven, vervolgens naar z en r_0 geïntegreerd en gehalveerd worden. Integratie naar z tusschen de grenzen 0 en l geeft, na verheffing in het quadraat

$$\frac{I^2 l}{4\pi^2 c^2 r_0^2} - \frac{I^2 l}{2 c^2 r_1^2} \sum_{m=1}^{\infty} I_1^2 \left(\frac{2\pi i m r_1}{l}\right) H_1^{(1)2} \left(\frac{2\pi i m r_1}{l}\right)$$

Bij de integratie naar r_0 moet met $2\pi r_0$ worden vermenigvuldigd en vervolgens tusschen de grenzen r_1 en r_2 worden geïntegreerd. Ten slotte wordt voor de veldenergie tusschen de geleiders per eenheid van lengte gevonden

$$\frac{I^2}{4\pi c^2} ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{\pi I^2 l}{2 c^2 r_1} \sum_{m=1}^{\infty} I_1^2 \left(\frac{2\pi i m r_1}{l}\right) \left\{ H_1^{(1)2} \left(\frac{2\pi i m r_1}{l}\right) - \right.$$

$$\left. - H_0^{(1)} \left(\frac{2\pi i m r_1}{l}\right) H_2^{(1)} \left(\frac{2\pi i m r_1}{l}\right) \right\},$$

wanneer gebruik wordt gemaakt van de onderstelling $r_2 >> r_1$, tengevolge waarvan de Hankel'sche functies met het argument $2\pi i m r_2/l$ kunnen worden verwaarloosd t. o. v. die met het argument $2\pi i m r/l$. Nadere beschouwing van deze uitdrukking leert, dat de som convergent is en dat voor $r_1 >> l$, wat wel steeds het geval zal zijn, de som van de orde l^3/r_1^3 wordt, vergeleken met de bekende uitdrukking voor de veldenergie, zoodat ze altijd zeer klein zal zijn t.o.v. die uitdrukking. Wat de uitwendige energie betreft is dus het verschil tusschen de beide boven geschetste voorstellingen uiterst klein.

Evenwel is binnen den geleider het verschil grooter. Eene exacte beschouwing van de inwendige veldenergie voor het geval, dat het electronenrooster zich als geheel met eenparige snelheid voortbeweegt, gaat gepaard met vrij groote mathematische moeilijkheden. Om echter omtrent de orde van grootte van de inwendige veldenergie in dat geval een oordeel te verkrijgen, kunnen we gebruik maken van de volgende benadering. We beschouwen eene cylindervormige ruimte met straal l binnen den geleider en nemen aan, dat de zich buiten dezen cylinder bewegende electrische ladingen met constante dichtheid verdeeld zijn over aequidistante vlakken op afstanden l, die loodrecht staan op de as van den cylinder, terwijl binnen den cylinder aequidistante electronen, eveneens op afstanden l, zich bewegen langs de as. De vectorpotentiaal in een punt P binnen den cylinder van de ladingen buiten den cylinder,

die gelegen zijn op eene lijn evenwijdig aan de cylinderas en op een afstand ϱ vanaf P bedraagt

$$dA = \frac{Q.v.r\,dr\,d\varphi}{4\pi^2 c r_1^2}\left[\frac{2}{l} ln \frac{2z\infty}{\varrho} + \right.$$

$$\left. + \frac{2\pi i}{l} \sum_{m=1}^{\infty} H_0^{(1)}\left(\frac{2\pi i m \varrho}{l}\right) \cos\frac{2\pi m z}{l}\right],$$

wanneer r de afstand is vanaf de cylinderas tot de lijn, waarop de ladingen liggen. Is r_0 de afstand van P tot de as van den cylinder, dan geldt

$$\varrho^2 = r^2 + r_0^2 - 2 r r_0 \cos\varphi,$$

waarin φ de hoek is tusschen r en r_0. Bij invoering hiervan en integratie naar φ tusschen o en 2π, naar r tusschen l en ∞ wordt de vectorpotentiaal

$$A = \frac{Q v l}{2\pi c r_1^2}$$

$$\left[C_\infty - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} I_0\left(\frac{2\pi i m r_0}{l}\right) H_1^{(1)}(2\pi i m) \cos\frac{2\pi m z}{l}\right],$$

waarin C_∞ eene „oneindig" groote constante voorstelt, die ontstaat door integratie van $ln\frac{2z\infty}{\varrho}$. Hieruit volgt de magnetische kracht van de zich buiten den cylinder bewegende ladingen

$$H = -\frac{i l I}{c r_1^2} \sum_{m=1}^{\infty} I_1\left(\frac{2\pi i m r_0}{l}\right) H_1^{(1)}(2\pi i m) \cos\frac{2\pi m z}{l}$$

als weer de stroomsterkte $I = Q v/l$ wordt ingevoerd.
Hierbij moet worden opgeteld de magnetische kracht van de zich binnen den cylinder bewegende ladingen. In verband met de gemaakte onderstellingen omtrent de afmetingen van cylinder en geleider kunnen we voor deze ladingen, die zich op afstanden l bevinden, het bedrag $Q.l^2/r_1^2$ invoeren, hetwelk we ook als de lading van één electron kunnen beschouwen. Noemen we den straal hiervan r^1, dan kunnen we de magnetische kracht van deze aequidistante ladingen voor $r_0 > r^1$ voorstellen door

$$H = \frac{I\,l^2}{2\,\pi\,c\,r_0\,r_1^{\,2}} +$$

$$+ \frac{i\,I\,l^2}{c\,r^1\,r_1^{\,2}} \sum_{m=1}^{\infty} I_1\left(\frac{2\,\pi\,i\,m\,r^1}{l}\right) \cdot H_1^{(1)}\left(\frac{2\,\pi\,i\,m\,r_0}{l}\right) \cos\frac{2\,\pi\,m\,z}{l}$$

gebruik makende van de uitdrukking op blz. 353.
De veldenergie verkrijgen we door de som van beide uitdrukkingen voor H in het quadraat te verheffen, naar z en r_0 te integreeren en te halveeren. Als grenzen van r_0 nemen we r^1 en l, waarbij de energie binnen r^1 wordt verwaarloosd, hetgeen geen bezwaar zal opleveren. Om de geheele inwendige energie te verkrijgen moeten we dan nog met $r_1^{\,2}/l^2$ vermenigvuldigen, aangezien de geleider eene doorsnede heeft, die $r_1^{\,2}/l^2$ maal zoo groot is als de doorsnede van één cylinder. Zoedoende wordt gevonden voor de veldenergie per eenheid van lengte

$$\frac{I^2\,l^2}{4\,\pi\,c^2 r_1^{\,2}} \ln\frac{l}{r^1} - \frac{\pi\,I^2}{2\,c^2\,r_1^{\,2}} \sum_{m=1}^{\infty} \Big[H_1^{(1)\,2}(2\,\pi\,i\,m) \Big\{ \frac{l^2}{2} I_1^{\,2}(2\,\pi\,i\,m) -$$

$$- \frac{l^2}{2} I_0(2\,\pi\,i\,m)\, I_2(2\,\pi\,i\,m) - \frac{r^{1\,2}}{2} I_1^{\,2}\left(\frac{2\,\pi\,i\,m\,r^1}{l}\right) +$$

$$+ \frac{r^{1\,2}}{2} I_0\left(\frac{2\,\pi\,i\,m\,r^1}{l}\right) I_2\left(\frac{2\,\pi\,i\,m\,r^1}{l}\right) \Big\} - \frac{2\,l}{r^1} H_1^{(1)}(2\,\pi\,i\,m)\, I_1\left(\frac{2\,\pi\,i\,m\,r^1}{l}\right) \cdot$$

$$\cdot \Big\{ \frac{l^2}{2} I_1(2\,\pi\,i\,m)\, H_1^{(1)}(2\,\pi\,i\,m) + \frac{l^2}{2} I_0(2\,\pi\,i\,m)\, H_0^{(1)}(2\,\pi\,i\,m) -$$

$$- \frac{r^{1\,2}}{2} I_1\left(\frac{2\,\pi\,i\,m\,r^1}{l}\right) \cdot H_1^{(1)}\left(\frac{2\,\pi\,i\,m\,r^1}{l}\right) -$$

$$- \frac{r^{1\,2}}{2} I_0\left(\frac{2\,\pi\,i\,m\,r^1}{l}\right) H_0^{(1)}\left(\frac{2\,\pi\,i\,m\,r^1}{l}\right) - \frac{l^2}{4\,\pi\,i\,m} I_1(2\,\pi\,i\,m) \cdot$$

$$H_0^{(1)}(2\,\pi\,i\,m) - \frac{l^2}{4\,\pi\,i\,m} I_0(2\,\pi\,i\,m)\, H_1^{(1)}(2\,\pi\,i\,m) +$$

$$+ \frac{l\,r^1}{4\,\pi\,i\,m} I_1\left(\frac{2\,\pi\,i\,m\,r^1}{l}\right) H_0^{(1)}\left(\frac{2\,\pi\,i\,m\,r^1}{l}\right) +$$

$$+ \frac{l\,r^1}{4\,\pi\,i\,m} I_0\left(\frac{2\,\pi\,i\,m\,r^1}{l}\right) H_1^{(1)}\left(\frac{2\,\pi\,i\,m\,r^1}{l}\right) \Big\} + \frac{l^2}{r^{1\,2}} I_1^{\,2}\left(\frac{2\,\pi\,i\,m\,r^1}{l}\right) \cdot$$

$$\cdot \Big\{ \frac{l^2}{2} H_1^{(1)\,2}(2\,\pi\,i\,m) - \frac{l^2}{2} H_0^{(1)}(2\,\pi\,i\,m)\, H_2^{(1)}(2\,\pi\,i\,m) -$$

$$- \frac{r^{1\,2}}{2} H_1^{(1)\,2}\left(\frac{2\,\pi\,i\,m\,r^1}{l}\right) + \frac{r^{1\,2}}{2} H_0^{(1)}\left(\frac{2\,\pi\,i\,m\,r^1}{l}\right) H_2^{(1)}\left(\frac{2\,\pi\,i\,m\,r^1}{l}\right) \Big\} \Big].$$

Nadere beschouwing van deze uitdrukking leert, dat, in verband met het feit, dat $r^1 << l$, de laatste twee termen ver overwegen, zoodat alle andere termen t.o.v. deze twee kunnen worden verwaarloosd. Wordt in deze termen de grootheid $m\,r^1/l$ door x vervangen, dan kunnen we wegens de kleinheid van r^1/l voor de sommatie naar m der beide laatste termen schrijven

$$-\frac{l^3}{2\,r^1}\int_0^\infty I_1^{\,2}(2\pi i x)\left\{H_1^{(1)\,2}(2\pi i x) - H_0^{(1)}(2\pi i x).H_2^{(1)}(2\pi i x)\right\}dx.$$

Door gebruik te maken van integralen met cylinderfuncties blijkt deze integraal met voldoende benadering gelijk te zijn aan $-\frac{l^3}{40.\pi.r^1}$

Nu vertegenwoordigt deze integraal het verschil in veldenergie tusschen de hier beschouwde „geordende" electronenbeweging en de ongeordende beweging van het electronengas. Per eenheid van lengte bedraagt dit volgens de hier gebezigde wijze van benadering $\frac{I^2\,l^3}{80\,c^2\,r_1^{\,2}\,r^1}$, terwijl de uit de electromagnetische massa's der electronen berekende energie bedraagt $\frac{I^2\,l^3}{12\,\pi\,c^2\,r_1^{\,2}\,r^1}$. Bij volkomen ongeordende beweging moet de veldenergie afgeleid uit de theorie van Maxwell met laatstgenoemd bedrag vermeerderd worden, terwijl er bij geordende beweging nog het voorlaatste bedrag bij komt. Ongetwijfeld zou dit bedrag nog grooter blijken bij eene volkomen strenge berekening van de veldenergie voor het geval van geordende beweging. Immers we zouden dan ook ontwikkelingen in algemeen harmonische functies verkrijgen naar r en naar φ, die bij verheffing in het quadraat en integratie aanleiding zouden geven tot eene reeks van positieve termen, terwijl we bij de hier toegepaste benadering alleen te maken hebben met de nultermen van deze ontwikkelingen.

Wat betreft de orde van grootte van den term, die bij de hier gebezigde benadering het gevolg is van de geordende electronenbeweging, deze komt t.o.v. de energieuitdrukking volgens de theorie van Maxwell alleen in aanmerking bij zeer dunne draden, b.v. van 10^{-4} m.m.

BROWNSCHE BEWEGINGEN VAN EEN GESPANNEN SNAAR

door W. EINTHOVEN, W. F. EINTHOVEN, W. VAN DER HORST en H. HIRSCHFELD.

Laat men in een snaargalvanometer de veldsterkte, de vergrooting van het snaarbeeld, de lengte der snaar en het materiaal waaruit zij vervaardigd is, onveranderd, dan neemt de normaalgevoeligheid van het instrument toe, wanneer de diameter der snaar afneemt, en wel is in deze omstandigheden de normaalgevoeligheid omgekeerd evenredig aan den snaardiameter. Door gebruik te maken van dunne snaren, welker diameter de orde van grootte van 0,1 μ hebben, kan men de normaalgevoeligheid tot een ongeëvenaard hoog bedrag opvoeren. Maar hiervan kan praktisch alleen nut worden getrokken, wanneer men stroomschommelingen van zeer korten duur, bijv. van minder dan 0,001 sec. wenscht te meten en ten behoeve daarvan de snaar sterk spant.

Een strak gespannen snaar heeft een geringe stroomgevoeligheid. Ontspant men haar, ten einde ook zwakke stroomen te kunnen meten, dan wordt de snaarbeweging door de luchtdemping overmatig vertraagd; de beweging wordt overaperiodisch en al het voordeel van de groote normaalgevoeligheid gaat verloren.

Om aan dit bezwaar te gemoet te komen hebben wij de snaar in een luchtledige ruimte geplaatst, waardoor wij inderdaad verkregen hebben, dat zeer zwakke stroomen gemeten kunnen worden, terwijl toch ten volle van de normaalgevoeligheid wordt geprofiteerd.

Maar nu doet zich een andere moeilijkheid voor: in verslapten toestand vertoont de snaar voortdurend kleine trillingen. Het denkbeeld, dat wij hier met Brownsche bewegingen der snaar te maken hebben, hebben wij ontleend aan het werk van P. Zeeman, die deze soort van bewegingen aan een vrij hangenden draad heeft bestudeerd. [1]) Dat wij in ons geval inderdaad met Brownsche snaartrillingen te maken hebben, kan op de volgende wijze worden bewezen:

1e. De trillingen zijn niet van electrischen oorsprong, daar de periode afhangt van de spanning der snaar en deze in haar eigen frequentie trilt.

2e. De trillingen worden niet veroorzaakt door de dreuningen van den bodem, die mogelijkerwijze op de snaar zouden kunnen

[1]) A. Houdijk en P. Zeeman, De Brownsche bewegingen van een draad. Zittingsverslag Kon. Akad. v. Wetensch. Novemb. 1924, p. 930.

worden overgebracht. Nachtelijke waarnemingen brachten geen verandering in het verschijnsel. Evenmin een goed geslaagde ophanging volgens Julius. Een schaal kwik, die op den galvanometer was geplaatst, gaf vóór de ophanging een rimpelig oppervlak te zien, terwijl door de ophanging praktisch alle rimpels verdwenen.

3e. Luchtstroomingen konden het verschijnsel niet verklaren. Bij een vacuum van bijvoorbeeld 1 μ *Hg* kan men nauwelijks meer van luchtstroomingen spreken, daar de gemiddelde vrije weglengte der luchtmoleculen daarbij ongeveer 10 cm bedraagt, terwijl de snaar zich in een ruimte bevindt, waarvan de voornaamste afmetingen veel kleiner zijn.

4e. Sterke of zwakke bestraling der snaar en toepassing van lichtfilters, die in hoofdzaak de photographisch sterk werkzame stralen doorlaten, terwijl de meer energie bevattende stralen worden tegengehouden, brengen nauwelijks eenige verandering in het verschijnsel.

5e. Ten slotte zij vermeld, dat de gemiddelde kinetische energie Q der snaar, beantwoordende aan één der graden van vrijheid, van dezelfde orde van grootte is als het bedrag, dat volgens de theorie voor de Brownsche snaartrilling kan worden berekend. Bij een zekere temperatuur moet namelijk

$$Q = \tfrac{1}{6} m v^2$$

zijn, wanneer $\frac{1}{2}$ mv^2 de gemiddelde energie van een gasmolecule bij dezelfde temperatuur voorstelt.

Inderdaad wordt uit de massa der snaar en de frequentie en amplitude harer trillingen voor Q een bedrag berekend, dat binnen de grenzen der waarnemingsfouten met den theoretischen eisch overeenkomt.

In de onderstaande drie figuren reproduceeren wij eenige photographische opnamen van Brownsche snaartrillingen. Zij zijn van dezelfde snaar genomen. Deze is 18 mm lang, heeft een diameter van minder dan 0,2 μ en een weerstand van 250.000 Ohm, terwijl zij in alle drie figuren even sterk gespannen is geweest. De lineaire vergrooting van het snaarbeeld bedraagt ongeveer 2000. Om het beeld scherp te houden, niettegenstaande toch ook trillingen plaats grijpen in de richting der optische as van het mikroskoop, was het noodig, dat de snaar met een stralenbundel van relatief kleine opening werd verlicht. Terwijl de bewegingssnelheid der gevoelige plaat ongeveer 50 mm per sec. bedraagt, geven de toppen der tijdlijnen nauwkeurig tijden van 0,2 sec. aan.

De omstandigheden, waaronder de figuren 1 en 2 genomen zijn, verschillen slechts in zoo verre, dat het vacuum in figuur 1 hooger was dan in figuur 2. Bij beide was de veldmagneetstroom uitgeschakeld en de snaarkring open. Het effect van de aanwezigheid van meer lucht rondom de snaar komt door onderlinge vergelijking van de beide figuren duidelijk te voorschijn: de grootere hoeveelheid lucht maakt de snaartrillingen onregelmatig.

In figuur 3 is het vacuum even hoog als in figuur 1, maar de veldmagneetstroom is aan en de snaarkring gesloten. Men ziet, dat het electromagnetisch effect op de Brownsche trillingen overeenkomt met het effect van den hoogeren luchtdruk: de snaartrillingen worden weder onregelmatig.

Wij merken op, dat de bewegingen van de snaar in het electromagnetisch veld stroomen doen ontstaan, waarvan men bij oppervlakkige beoordeeling misschien zou verwachten, dat zij de beweging zouden dempen, en dit zou den schijn kunnen wekken, dat wij met een „perpetuum mobile" van de 2e soort hebben te doen. Immers, indien de snaarkring door een uitwendigen weerstand is gesloten, zal deze door de bedoelde stroomen worden verwarmd, terwijl de verwarming zou moeten blijven voortgaan, ook als de temperatuur van den weerstand hooger was dan die van den galvanometer.

Maar in werkelijkheid blijft de demping geheel achterwege en het verschijnsel wordt begrepen, wanneer wij rekening houden met de warmtebeweging der electronen in den snaarkring [1]). Zij doen daarin electrische stroomen ontstaan, en het zijn deze „Brownsche stroomen", — het woord danken wij aan Prof. Ehrenfest [2]) — die de snaar in trilling houden.

De snaar wordt in de regelmatige trillingen van haar eigen frequentie gestoord zoowel door een groot aantal luchtmoleculen, die tegen haar aanbotsen, als door de Brownsche stroomen, die door haar heen gaan. Beide invloeden moeten de regelmaat harer trillingen verbreken. Het feit, dat inderdaad in figuur 1 bij hoog vacuum en zonder Brownsche stroomen de trillingen veel regelmatiger zijn dan in figuur 2 bij hoogeren luchtdruk en in figuur 3 bij gesloten snaarkring, mag als een nieuw bewijs worden beschouwd voor de stelling, dat de door ons beschreven verschijnselen hun oorzaak in de Brownsche bewegingen hebben.

PHYSIOLOGISCH LABORATORIUM DER
RIJKS-UNIVERSITEIT TE LEIDEN.

1) Voor een uiteenzetting van de theorie der Brownsche beweging, haar invloed op een sinusoïdaal trillend materieel punt, op de electriciteitsbeweging in een gesloten electrischen kring enz. verwijzen wij naar het proefschrift van Mevr. G. L. de Haas-Lorentz, Leiden 1912.

2) Wij wenschen Prof. Ehrenfest hier nog in ook 't bijzonder te bedanken voor de hulp, die hij ons steeds bereidwillig heeft verleend, telkens wanneer wij bij de verklaring der waargenomen verschijnselen moeilijkheden ondervonden.

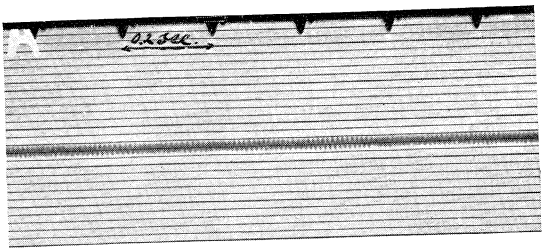


Fig. 1.

Hoog vacuum. Geen veldmagneetstroom. Snaarkring open.

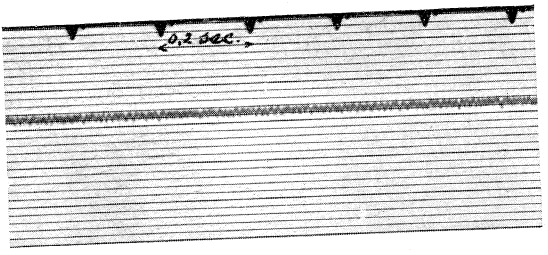


Fig. 2.

Luchtdruk 100 μ *Hg*. Overigens als fig. 1.

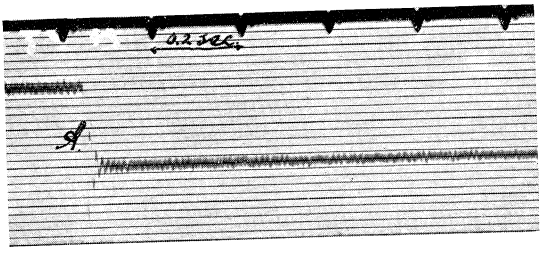


Fig. 3.

Vacuum als bij fig. 1. Veldmagneet bekrachtigd en snaarkring gesloten. Bij *A* wordt een constant blijvend potentiaalverschil in den snaarkring geschakeld.

FAZE- EN ENERGIEVERANDERING VAN EEN SLINGER EN EEN SNAAR GEDURENDE HUN BROWN'SE BEWEGING.

door J. TINBERGEN.

§ 1. Onderzoekingen van Prof. W. Einthoven over de beweging van een zeer dunne snaar in een uiterst verdund gas waren voor Prof. P. Ehrenfest aanleiding de bovengenoemde vraagstukken te stellen, waarvan een nauwkeuriger formulering en enige resultaten volgen.

Werkt er op een slinger een storende kracht, die een of andere funktie van de tijd $k(t)$ mag zijn dan is zijn beweging gegeven door

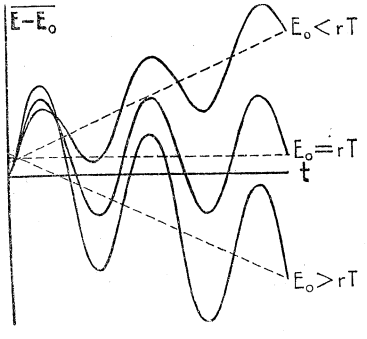
$$s = a \cos \nu t + \beta \sin \nu t,$$

$$a = a_0 - \frac{1}{\nu M}\int_0^t d\tau \cos \nu \tau\, k(\tau), \quad \beta = \beta_0 + \frac{1}{\nu M}\int_0^t d\tau \sin \nu \tau\, k(\tau),$$

$$= a_0 - I_1; \qquad = \beta_0 + I_2;$$

waarbij s de uitwijking,
ν de frekwentie,
M de massa,
a_0, β_0 de beginwaarden van a, β voorstellen.

De storende kracht zal in ons geval door botsingen met molekulen van een gas geleverd worden. Als E de energie en φ de faze van de slinger is, dus $E = \frac{1}{2} M \nu^2 (a^2 + \beta^2)$, $\varphi = bgtg\ \beta/a$ vragen we naar: $\overline{E - E_0}$, $\overline{(E - E_0)^2}$, $\overline{\varphi - \varphi_0}$, $\overline{(\varphi - \varphi_0)^2}$, waarbij het middelen over een *schaar* van slingers en gassen met verschillende mikroskopiese eigenschappen geschiedt. Makroskopiese eigenschappen van het gas en begintoestand van de slinger zijn bij alle eksemplaren van de schaar *gelijk* gedacht.



§ 2. *Resultaten.*

$$\overline{E - E_0} = w \left[2 (r\, T - E_0)\, t + \frac{E_0}{\nu} \left\{ \sin 2 \varphi_0 + \sin 2 (\nu t - \varphi_0) \right\} \right]$$

$$\overline{(E - E_0)^2} = 2\, w\, E_0 \left\{ 4\, t - \frac{\sin 2\varphi_0 + \sin 2(\nu t - \varphi_0)}{\nu} \right\}$$

$$\overline{\varphi - \varphi_0} = \frac{w}{2\nu}\left\{\cos 2\varphi_0 - \cos 2(\nu t - \varphi_0)\right\}$$

$$\overline{(\varphi - \varphi_0)^2} = \frac{w \,.\, r\, T \,.\, M}{E_0}\left\{t + \frac{\sin 2\varphi_0 + \sin 2(\nu t - \varphi_0)}{2\nu}\right\}.$$

Hierin is: w de wrijvingskoëffisiënt veroorzaakt door botsingen van gasmolekulen met het slingerlichaam, wanneer het zich vrij zou bewegen.

Daarvoor zou nl. gelden: $\frac{dV}{dt} = -wV$,

$$w = 2\frac{m}{M}S_1,$$

S_1 het gemiddeld aantal botsingen per seconde.
r de gaskonstante per molekuul.
T de absolute temperatuur.

§ 3. De volgende *veronderstellingen* zijn bij de berekening gemaakt:
[A] De tijd t is zo kort, dat $\alpha - \alpha_0 \ll \alpha_0$,
[B] Zijn m en v massa en gem. snelheid van een molekuul dan is $m \ll M$, $V \ll v$.
[C] Het aantal botsingen der molekulen onderling is te verwaarlozen. (Knudsen-gas).

§ 4. *Diskussie van de resultaten.*
1) De energie ven de slinger blijft om zijn beginwaarde schommelen ingeval de gemiddelde [1]) kinetiese energie in de ongestoorde beweging $\frac{1}{2} r T$ is (gem. [1]) kin. en. $= \frac{1}{2} E_0$).
2) De „te verwachten" fazeverschuiving, en in geval 1) ook de energieverschuiving, schommelen met de tijd om *nul* [2]).
3) De „spreiding" van fazeverschuiving en energieverschuiving bevat een lineaire term in t met daarop gesuperponeerde schommelingen [2]).
4) Het tijdsgemiddelde van die schommelingen wijkt in afhankelikheid van de beginfaze enigszins van nul af of is gelijk aan nul.

§ 5. Werkt op een *snaar* een storende kracht dan vinden we de beweging door *uitwijking* s zowel als *kracht* f in een sinusreeks naar ξ te ontwikkelen:

$$s(\tau, \xi) = \Sigma_k \sin\frac{k\pi\xi}{l} s_k(\tau),$$

[1]) Hier: tijdsgemiddelde over een periode.
[2]) Deze schommelingen vallen misschien reeds binnen de nauwkeurigheidsgrens; de nadruk moet op op de lineaire term vallen.

$$f(\tau, \xi) = \Sigma_k \sin \frac{k \pi \xi}{l} f_k(\tau).$$

Daarin is: τ tijd, ξ koördinaat van een punt der snaar,
k rangnummer van een eigentrilling,
l lengte van de snaar,
s_k, f_k amplitude en kracht per lengte-eenheid voor de k de eigentrilling.

Is nog μ de massa van de lengte-eenheid, dan wordt de bewegingsvergelijking

$$\frac{\partial^2 s}{\partial \tau^2} + \alpha^2 \frac{\partial^2 s}{\partial \xi^2} = \frac{1}{\mu} f(\tau. \xi)$$

splitsbaar in: $$s_k'' + \alpha^2 \frac{k^2 \pi^2}{l^2} s_k - \frac{1}{\mu} f_k(\tau) = 0.$$

Daardoor is het mogelik het verloop van de beweging van de k de eigentrilling apart te bestuderen.

§ 6. *Resultaat.* Dit verloop is onafhankelik van de amplitude der andere eigentrillingen. Energie- en fazeverschuiving en -spreiding zijn die van een *slinger* waarbij dan echter

$$\nu = \frac{\alpha k \pi}{l}, \quad w = 2 \frac{m}{\mu} S_1 L_1, \quad M = \tfrac{1}{2} \mu l,$$

($S_1 L_1$ gem. aantal botsingen per sek. per cm.).

De veronderstellingen, bij de berekening gemaakt, zijn dezelfde als $[A]$, $[B]$, $[C]$ bij de slinger, waarbij voor $\alpha : \alpha_k$ en voor $M : \mu$ gelezen worde.

ÜBER DIE SYMMETRIE DER RÖNTGEN-INTERFERENZEN

von P. P. EWALD

Nach der Symmetrie ihrer Röntgeninterferenzen zerfallen die Kristalle in 11 Gruppen, indem diejenigen der 32 Symmetrieklassen der Kristalle, die sich nur durch ein Symmetriecentrum unterscheiden, auf die Röntgenstrahlen in gleicher Weise einwirken. Dieses durch

die Versuche von Friedrich [1]), Jaeger [2]), Rinne [3]) und vielen anderen bestätigte Gesetz wurde zuerst von G. Friedel [4]) mit der Begründung ausgesprochen, die Entstehung der Interferenzen durch Spiegelung an inneren Netzebenen sei ein centrosymmetrischer Vorgang, der auch bei fehlendem Symmetriecentrum der Kristalle für den gesamten Vorgang ein Centrum erzwinge, ähnlich wie die Ausbreitung eines sichtbaren Lichtstrahls stets auf das centrisch-symmetrische Indexellipsoid führt.

Auch alle neueren Ableitungen [5]) übernehmen mit einer der Wichtigkeit des Gegenstandes nicht angemessenen Kürze den Friedelschen Grundgedanken: dass zwischen dem Reflex $(h_1\, h_2\, h_3)$ an der „Oberseite" einer Flächenschar und dem Reflex $(\bar{h}_1\, \bar{h}_2\, \bar{h}_3)$ an der „Unterseite" kein Unterschied bestehen kan, und daher der Reflexionsvorgang centrosymmetrisch ist. Diese Kürze entspringt einer Art von Verlegenheit, den Satz wirklich zu begründen [6]); sie ist um so weniger angebracht, als in der Literatur bereits darauf hingewiesen worden ist [7]) dass hier eine Schwierigkeit liegt.

Wie nach dem Ausfall der Experimente zu vermuten ist, erweist die genauere theoretische Ueberlegung die Richtigkeit der Friedelschen Aussage. Es stellt sich aber zu ihrer Begründung als unbedingt erforderlich heraus, die dynamische Wechselwirkung zwischen Primär- und Interferenzstrahlen zu berücksichtigen. Die heute noch übliche Lauesche Theorie führt nicht allgemein zum Friedelschen Satz.

Um das Problem nach Möglichkeit von der systematischen dynamischen Interferenztheorie loszulösen, wollen wir im Anschluss an die von C. G. Darwin 1914 entwickelten Methoden [8]) die Reflexion an einer Kristallplatte behandeln. Dabei müssen wir ein Gitter mit Basis voraussetzen, das selbst kein Symmetrie-centrum hat. Es sei (Abb. 1) d der Identitäts-abstand in der Ebenenfolge, $d\,\delta_k$ seien die Abstände der eingeschobenen Ebenen von der obersten, die wir als erste zählen ($\delta_1 = 0$). Es handle sich um die Reflexion n^{ter} Ordnung, sodass

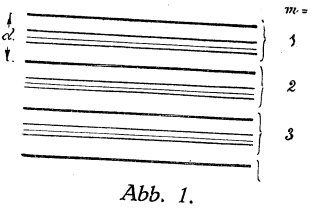


Abb. 1.

1) P. P. Ewald und W. Friedrich, Ann. d. Phys. **44**, 1183 (1914).
2) F. M. Jaeger und H. Haga, Proc. Amst. Acad, **17**, 1204; **18**, 542, 559 (1915).
3) F. Rinne, Sächs, Ges. Wiss. Math.-Phys Kl. **57**, 303 (1915) und **58**, 11 (1915).
4) G. Friedel, C. R. 157, 1533 (1913).
5) z. B. R. W. G. Wyckoff, The Structure of crystals, N. York 1924, pag. 117. F. M. Jaeger, Lectures on the principle of Symmetry, Amsterdam 1920. pag. 106. P. Niggli, Lehrbuch der Mineralogie, Berlin 1924, pag. 467. F. Rinne.
6) Wenigstens war das bei meiner Darstellung: Kristalle und Röntgenstrahlen (Berlin 1923) pag. 70, der Fall.
7) M von Laue, Ann. d. Phys, **50**, 433, (1916).
8) C. G. Darwin, Phil. Mag. 27 (1914) pg. 677–680.

also auf die Tiefe $d\ n$ ganze Wellenlängen Gangunterschied zwischen den reflektierten Strahlen fallen. Wie durch die Klammern in der Figur angedeutet, denken wir uns die Ebenenfolge in Schichten zerlegt, die durch den Index m unterschieden werden.

2) Zunächst stellen wir uns auf den Laue-Braggschen Standpunkt, dass die Ausstrahlung der Atome allein durch den Einfluss des einfallenden Strahles erfolgt. Die Amplitude des reflektierten Strahles ist dann durch den „Strukturfaktor" der Netzebenenschar bestimmt, der so lauten wird:

$$A_1 + A_2 e^{2\pi i n \delta_2} + \ldots\ldots = \Sigma A_k e^{2\pi i n \delta_k} \ldots\ldots \quad (1)$$

Dabei sind die A_k die Amplituden der von den einzelnen Netzebenen zurückgeworfenen Wellen. *Die Friedelsche Behauptung setzt nun vom Standpunkt dieser Theorie aus die A_k als rein reell bezw. alle vom gleichen complexen Winkelargument voraus.* Lassen wir nämlich den Primärstrahl statt von oben von unten einfallen, so können wir den entstehenden Reflex (nach unten) kurz als Reflex (—n)ter Ordnung bezeichnen. Seine Amplitude wird

$$\Sigma A_k e^{-2\pi i n \delta_k} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

sein und diese Grösse unterscheidet sich von der vorigen, falls die A_k alle gleiches Winkelargument haben, nur durch einen Phasenwinkel, der auf die Intensität ohne Einfluss ist. (Hat der Kristall ein Symmetriecentrum, so ist der Strukturfaktor, bis auf das gemeinsame Winkelargument der A_k, reell und für Welleneinfall von oben und unten gleich.)

Anders aber ist es, wenn die A_k selbst complexe Zahlen von verschiedenem Winkelargument sind, d h. die Phasen der von den Netzebenen ausgesandten Wellen gegen die einfallende Welle um verschiedene Winkel versetzt sind. Findet in der Netzebene keine Absorption von Strahlung statt, so ist aus energetischen Gründen das Normale, dass A_k rein imaginär ist [1]). Aus den gleichen Gründen muss bei Berücksichtigung von Absorption ein andrer Phasenzusammenhang, also ein complexes A_k auftreten, das im Allgemeinen für jede Atomsorte verschieden sein wird. In diesem Fall sind aber die absoluten Beträge der Stukturfaktoren für den Reflex n und den Reflex $(-n)$ nicht mehr gleich:

$$|\Sigma A_k e^{2\pi i n \delta_k}| \neq |\Sigma A_k e^{-2\pi i n \delta_k}|$$

[1]) Vergl. C. G. Darwin, Phil. Mag. 27 (1914) pag. 320; P. P. Ewald, Phys. ZS. 21 (1920) 617 sowie Kristalle und Röntgenstrahlen, S. 324.

und dem Friedelschen Beweis ist die Grundlage entzogen, ja der Satz selbst scheint sogar nicht zuzutreffen.

3) Man könnte nun daran denken, die Symmetrie der Reflexion aus irgend welchen übergeordneten Argumenten abzuleiten, z. B. aus strahlungstheoretischen Überlegungen. Etwa in der Weise, dass man eine „schwarze" Röntgenstrahlung in einem Gefäss voraussetzt (Abb. 2), das man durch Einschieben der Kristallplatte in 2 Teile teilt. Ist nun das Reflexionsvermögen der Platte für die von oben auffallende Strahlung wirklich anders, als für die von unten auffallende, so würde die vorher räumlich gleichmässig verteilte Strahlung in der einen Hälfte des Gefässes angesammelt werden, was dem 2. Hauptsatz widerspricht. Die Überzeugungskraft dieses Beweisganges ist für Röntgenstrahlen nicht so gross, als sie für langwelligeres Licht wäre. Nimmt man aber den Satz als bewiesen an, so bleibt noch die Frage, ob man mit M. von Laue [1]) schliessen muss, dass die Ausstrahlungen der einzelnen Netzebenen keine Phasenunterschiede zeigen, oder wie sonst der Widerspruch gegen die obigen Darlegungen am Strukturfaktor zu klären ist.

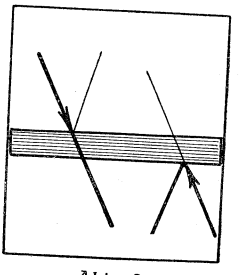


Abb. 2.

4) Nach den neueren Anschauungen ist erst eine dynamische Theorie, welche die Wechselwirkung zwischen der reflektierten und der primären Strahlung mitberücksichtigt, imstande, die Intensitäten, wenigstens an einem idealen Kristall, zu erklären. Sie wird uns in diesem Falle den Friedelschen Satz liefern.

Betrachten wir die m^{te} Schicht im Kristall (Abb. 1). Es fallen darauf Wellen von oben und von unten, deren Amplituden E_m^o und E_m^u heissen mögen. Es seien ferner für diese Schicht Koeffizienten eingeführt, die bei Einfall von oben bezw. unten die Amplituden der reflektierten und der durchgehenden Welle angeben

$$\text{Einfall von oben } E^o \begin{cases} \text{nach oben reflectiert} & : R^o E_m^o \\ \text{nach unten durchgehend} & : D^o E_m^o \end{cases}$$

$$\text{Einfall von unten } E^u \begin{cases} \text{nach unten reflectiert} & : R^u E_m^u \\ \text{nach oben durchgehend} & : D^u E_m^u \end{cases}$$

[1]) M. von Laue. Ann. d. Phys. 50. 433 (1916).

Über die Koeffizienten R^o, R^u, D^o, D^u sollen weiter keine Annahmen gemacht werden, sie werden im Allgemeinen alle ungleich sein. Wendet man auf die einzelne Schicht die Laue-Braggsche Theorie an (was nur kleine Fehler bedingt), so werden die Koeffizienten R die Strukturamplituden (1) und (2) für $+n$ und $-n$, und die beiden D-Werte werden gleich und zwar gleich der Struktur-amplitude für $n = o$. Auf alle Fälle bestehen die Relationen

$$E^{\ u}_{m-1} = R^o\ E^o_m + D^u\ E^u_m,$$
$$E^{\ o}_{m+1} = R^u\ E^u_m + D^o\ E^o_m$$

Dies Gleichungssystem lässt sich in ein solches für $E^{\ o}_{..}$ und ein anderes für $E^u_{..}$ in leicht ersichtlicher Weise aufspalten:

$$D^o\ E^o_{m-1} + (R^o\ R^u - D^o\ D^u - 1)\ E^o_m + D^u\ E^o_{m+1} = 0 \ . \ . \ (3)$$

bezw.

$$D^o\ E^o_{m-1} + (R^o\ R^u - D^o\ D^u - 1)\ E^u_m + D^u\ E^{\ u}_{m+1} = 0 \ . \ . \ (3^1)$$

Diese Gleichungen stellen für die Amplituden E^o bezw. $E^u_{..}$ je ein cyclisches Gleichungssystem dar; welches von ihnen wir benutzen, steht in unserem Belieben. Lassen wir für den Augenblick den oberen Index fort, so ist E^o bezw. E^u von der Form

$$E_m = F\,e^{i\alpha m} \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (4)$$

und es entsteht als Lösbarkeitsbedingung die Gleichung (die in der systematischen Theorie als Dispersionsgleichung bezeichnet würde):

$$D^o\ e^{-i\alpha} + D^u\ e^{i\alpha} = 1 + D^o\ D^u - R^o\ R^u \ . \ . \ . \ . \ (5)$$

Diese Gleichung bestimmt α, und damit die Ausbreitungsweise der Welle (4), bei gegebenen Werten D und R. Charakteristischerweise ist die rechte Seite der Gleichung symmetrisch in den Indices o und u. Vertauscht man o und u und ersetzt gleichzeitig α durch $-\alpha$, so bedeutet dies physikalisch, dass man der Welle die entgegengesetzte Richtung gibt, wobei das D^o der einzelnen Schicht in ein D^u übergeht und umgekehrt. Wie man sieht, lässt dies die Dispersionsgleichung für α invariant: die Ausbreitung im Innern ist in der Tat centrosymmetrisch, wie Friedel vorausgesetzt hatte. Man sieht dies auch an den Gleichungen (3) selbst: bei der Substitution $u \overrightarrow{\leftarrow} o$, $m \overrightarrow{\leftarrow} -m$, welche die Wellenumkehr bedeutet, gehen die Gleichungssysteme in sich über.

5) Es ist begreiflich, dass die Symmetrie der inneren Ausbreitung auch die volle Symmetrie mit sich bringt, wenn man zur Behandlung des „Randproblems" übergeht, d.h. die Reflexion an einer aus M Schichten bestehenden Kristallplatte betrachtet. Um dies rechnerisch einzusehen, ist es nicht nötig, das Gleichungssystem der Platte wirklich aufzulösen; es genügt eine Symmetriebetrachtung an den Gleichungen selbst. Wir müssen dazu die den Gleichungen (3) entsprechende Gleichung für die Randschicht aufstellen. Bezeichnen wir mit 0 bezw. M + 1 die an den Kristall angrenzenden Räume, mit $E_1{}^\circ = E$ die einfallende, mit $E_\circ^u = E_R$ die reflektierte, mit $E_{M+1}^\circ = E_D$ die durchgelassene Welle, so ist offenbar für Welleneinfall von oben:

$$E_\circ^u = R^\circ\, E_1^\circ + D^u\, E_1^u$$
$$E_2^\circ = D^\circ\, E_1^\circ + R^u\, E_1^u,$$

woraus als erste der Gleichungen (3) (für die Schicht $m = 1$) folgt:

$$-R^u\, E_\circ^u + (R^\circ\, R^u - D^\circ\, D^u)\, E_1^\circ + D^u\, E_2^\circ = 0 \quad \ldots \quad (6)$$

Durch Vergleich mit Gl. (3) für $m = 1$ ergibt sich, dass die Grösse $E_\circ^\circ$, welche dort auftritt, die Bedeutung hat:

$$E_\circ^\circ = \frac{1}{D^\circ}\left\{E_1^\circ - R^u\, E_\circ^u\right\} = \frac{1}{D^\circ}\left\{E - R^u\, E_R\right\} \quad \ldots \quad (7)$$

Ist sie bestimmt, so folgt aus ihr die reflektierte Amplitude E_R Andererseits lässt sich die Bedingung, dass auf die Unterseite der Platte keine äussere Strahlung auffällt, so aussprechen:

$$E_{M+1}^\circ = E_D = D^\circ\, E_M^\circ \quad \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

Insgesamt haben wir ein System von $M + 1$ linearen Gleichungen, nämlich eine für jede der Schichten 1 bis M und die Bedingung (8); und M + 1 Unbekannte $E_\circ^\circ$, $E_1^\circ \ldots$. E_{M+1}°. ($E_1^\circ = E$ setzen wir dabei als gegeben an; die Gleichungen bilden dann ein nicht homogenes System). Die Lösung folgt daraus eindeutig.

Lassen wir umgekehrt den Einfall von unten erfolgen, so ist $E_M^u = E'$, $E_{M+1}^\circ = E_R'$, $E_0^u = E_D'$ zu setzen. Das Gleichungssystem nebst Randbedingungen geht in das vorige über, wenn substituiert wird:

$$o \rightleftarrows u; \quad m \rightleftarrows M + 1 - m.$$

Es ergibt sich, wenn $E' = E$, dass auch $E'_R = E_R$, $E'_D = E_D$, und hiermit ist die Gleichheit der Reflexionen $(h_1\ h_2\ h_3)$ und $(\bar{h}_1\ \bar{h}_2\ \bar{h}_3)$ auch formal bewiesen.

Zusammenfassung.

1) Grundlegend für die Symmetrie der Interferenzbilder von Röntgenstrahlen in Kristallen ist die Gleichheit des Reflexionsvermögens einer Flächenart für Einfall „von oben" und „von unten" (centrosymmetrischer Vorgang).

2) Nach der Laue-Braggschen Theorie (Strukturfaktor) ist diese Gleichheit dann nicht einzusehen, sobald die verschiedenen Atomsorten verschiedene Phasenunterschiede gegen die einfallende Welle haben.

3) Im Einklang mit strahlungstheoretischen Argumenten führt die dynamische Theorie der Reflexion bei ganz beliebiger Reaktion der Atome auf die einfallende Welle stets zur Gleichheit des Reflexionsvermögens einer Kristallplatte an Ober-und Unterseite.

4) Der Friedelsche Satz über die Symmetrie der Interferenzen gilt daher, und zwar unabhängig von der speziellen physikalischen Beschaffenheit der beugenden Atome.

EENIGE OPMERKINGEN OVER DE QUANTUMMECHANICA VAN HEISENBERG

door H. A. KRAMERS.

Heisenberg [1]) beschrijft de beweging van een electron in een atoomsysteem op symbolische wijze met behulp van een aantal uitdrukkingen

$$A_{m,n}\, exp\,(2\,\pi\, i\, \nu_{m,n}\, t), \tag{1}$$

die aan de verschillende mogelijke overgangen van een stationairen toestand m naar een toestand n toegevoegd kunnen worden. m en n zijn twee indices zonder meer en behoeven niet juist een quantumgetal te beteekenen. De grootheid

$$\nu_{m,n} = \frac{1}{h}\,(W_m - W_n) \tag{2}$$

stelt de frequentie van het licht voor dat volgens Bohr bij zulk een overgang kan worden uitgestraald, en moet negatief gerekend worden zoodra de energie W_m in den toestand m kleiner is dan de energie W_n in den toestand n:

$$\nu_{m,n} = -\,\nu_{n,m}.$$

1) W. Heisenberg, Über quantentheoretische Umdeutung kinematischer und mechanischer Beziehungen, Zs. für Phys. **33**, 879, 1925. Ik betuig den heer Heisenberg mijn hartelijken dank voor de vriendelijkheid waarmee hij mij met de jongste ontwikkeling zijner theorie door Born, Jordan en hemzelf, in kennis heeft gesteld.

De grootheid $A_{m,n}$ is een vector met in 't algemeen complexe componenten en stelt de „karakteristieke amplitude" [1]) voor die men aan den overgang $m \rightarrow n$ kan toevoegen, d.w.z. het licht dat door een atoom in den toestand m met een frequentie $\nu_{m,n}$ uitgestraald wordt, kan in het beeld van Maxwell's stralingstheorie aan een trillende dipool toegeschreven worden waarvan het electrisch moment door het reëele deel van bovengenoemde uitdrukking weergegeven is. Geldt wederom $W_m < W_n$, dan moeten we schrijven

$$A_{m,n} = \overline{A}_{n,m} \tag{4}$$

waar de streep boven de letter beteekent dat men de toegevoegd complexe waarde moet nemen. We voeren de Cartesische coordinaten $q^{(1)}$, $q^{(2)}$, $q^{(3)}$ in, en noemen de componenten van de vectoren $A_{m,n}$ volgens de $q^{(k)}$-as $A^{k}_{m,n}$. Dan kunnen we de symbolische beweging van het electron door de formule

$$q^k = \{ q^{k}_{m,n} \} = \left\{ \frac{1}{2} A^{k}_{m,n} \exp (2 \pi i \nu_{m,n} t) \right\} \tag{5}$$

uitdrukken. De grootheden binnen de haakjes zijn de termen van een oneindigen matrix van het type van Hermite. Van belang is het nu dat voor zulke matrices niet alleen de operatie van optellen maar ook die van vermenigvuldiging op natuurlijke wijze gedefinieerd kan worden, en wel zoo dat beide operaties associatief zijn, de optelling commutatief en de vermenigvuldiging distributief is. Zijn $\{ a_{m,n} \}$, $\{ b_{m,n} \}$ enz. matrices, dan geldt:

$$\begin{aligned} \{ a_{m,n} \} + \{ b_{m,n} \} &= \{ a_{m,n} + b_{m,n} \} \\ \{ a_{m,n} \} \times \{ b_{m,n} \} &= \{ \Sigma a_{m,j} b_{j,n} \} \end{aligned} \tag{6}$$

De sommatie moet daarbij over alle rijen van a en kolommen van b worden uitgestrekt. De vermenigvuldiging is in 't algemeen niet commutatief. Wat de afhankelijkheid van de elementen der matrices van den tijd t betreft, zien we dat als die afhankelijkheid van den in (5) aangegeven vorm is, die vorm bij vermenigvuldiging bewaard blijft. Immers, uit de frequentie voorwaarde (2) van Bohr volgt direct: $\nu_{m,j} + \nu_{j,n} = \nu_{m,n}$. De componenten van de hoeveelheid van beweging van het electron $p^{(1)}$, $p^{(2)}$, $p^{(3)}$, die in de klassieke (niet-relativistische) mechanica door

[1]) H. A. Kramers und W. Heisenberg, Über die Streuung von Strahlung durch Atome, Zs. für Phys. **31**, 681, 1925.

$$p^k = m \frac{d q^k}{dt} \tag{7}$$

gegeven zijn, mogen we in de niet-relativistische quantum-mechanica met behulp van de matrices

$$p^k = \left\{ p^{\,k}_{m,n} \right\} = \left\{ \frac{\pi i m \nu_{m,n}}{e} A^{\,k}_{m,n} \exp\left(2 \pi i \nu_{m,n} t\right) \right\} \tag{8}$$

beschrijven.

Denken we aan de beweging van een electron in een conservatief krachtveld, dan zal er in de klassieke mechanica een functie van Hamilton $H(q^k, p^k)$ bestaan, waarvan de waarde gedurende de beweging constant is en wel gelijk aan wat we de energie van het systeem noemen. In de quantum-mechanica beantwoordt hieraan dat er een zekere functie $H(q^k, p^k)$ van de matrices q^k, p^k bestaat, in diervoege dat in de matrix die H zal voorstellen [1]) alle termen die van den tijd afhangen ($n \neq m$) gelijk aan nul zijn, d.w.z. dat H een „diagonaalmatrix" is. De term $H_{m,m}$ van deze matrix is gelijk aan wat we de energie W_m in den stationairen toestand m noemen.

Behalve aan de energievergelijking

$$H(q^k, p^k) = \text{constant (d.w.z. diagonaalmatrix)} \tag{9}$$

moeten de p's en q's nog aan andere voorwaarden voldoen, die zeer nauw samenhangen met de quantumvoorwaarden in de theorie der periodiciteits-systemen, en die we dus met Heisenberg de „quantumvoorwaarden" zullen noemen. Born en Jordan, aan wie we de systematische ontwikkeling van de quantum-mechanica van Heisenberg te danken hebben, hebben aangetoond, dat deze voorwaarden in den volgenden vorm geschreven mogen worden:

$$q^k q^l - q^l q^k = 0, \tag{10}$$

$$p^k q^l - q^l p^k = \begin{cases} 0 \ (k \neq l), & \text{(a)} \\ \dfrac{h}{2\pi i} \ (k = l), & \text{(b)} \end{cases} \tag{11}$$

$$p^k p^l - p^l p^k = 0. \tag{12}$$

Ieder dezer voorwaarden drukt een oneindig aantal relaties tusschen de grootheden $A_{m,n}$, $\nu_{m,n}$ uit: (10), (11)^a en (12) beteekenen nl. dat alle termen van zekere matrices gelijk zijn aan nul, terwijl (11)^b

[1]) Als H volgens geheele positieve en negatieve machten van p^k en q^k ontwikkeld worden kan, is het zonder meer duidelijk dat H zelf ook weer een matrix is. Zoo komt men tot het besluit dat het mogelijk is een zeer algemeene groep van „functies van matrices" te definieeren.

beteekent dat hier de matrix $p^k\,q^k - q^k\,p^k$ een diagonaalmatrix is waarvan de termen gelijk zijn aan $h/2\,\pi\,i$. Door de vergelijkingen (9) tot en met (12) is het quantum-mechanische probleem bepaald.

De bedoeling van dit artikel is nu op een physische vertolking van de quantum-voorwaarden (10)—(12) opmerkzaam te maken die zich nauw aansluit bij de vertolking welke Heisenberg aan de quantum-voorwaarde gegeven heeft, waarvan hij in zijn op blz. 369 geciteerde verhandeling gebruik maakt [1]). We gaan daarbij uit van de uitdrukkingen die Kramers en Heisenberg op grondslag van het correspondentieprincipe hebben afgeleid voor het „verstrooiend dipoolmoment" dat door een monochromatische lichtstraal in een atoom wordt opgewekt. Het principe waarop die afleiding berustte was dit, dat de op te stellen relaties uitsluitend principieel waarneembare grootheden die op het atoom betrekking hebben, nl. de frequenties en de karakteristieke amplituden, zouden bevatten. De geheele theorie van Heisenberg is trouwens een ingenieuse poging om dat principe zoo consequent mogelijk op het probleem van de bepaling van de energie der stationaire toestanden en de overgangswaarschijnlijkheden tusschen deze toe te passen. Hij kwam daarbij tot het besluit dat dit inderdaad mogelijk scheen, en dat men in eenvoudige gevallen reeds resultaten verkrijgt die in tegenspraak staan met de wijze waarop vroeger de energie der stationaire toestanden bepaald werd en die op een onderzoek van de oplossing der klassieke bewegingsvergelijkingen berustte. Ofschoon het bestaan van een dergelijke tegenstelling in het geciteerde onderzoek van Kramers en Heisenberg niet vermoed of aangenomen was, zijn de resultaten van dat onderzoek in de beste overeenstemming met de quantum-mechanica in den door Heisenberg, Born en Jordan ontwikkelden vorm, en zij kunnen direkt daar uit afgeleid worden. In de terminologie der matrices neemt de uitdrukking voor het verstrooiend moment van een atoom onder den invloed voor een wisselend electromagnetisch veld, waarin de electrische kracht door het reëele gedeelte van

$$E\,exp\,(2\,\pi\,i\,\nu\,t) \qquad (13)$$

[1]) Deze voorwaarde heeft op een systeem van één vrijheidsgraad betrekking en drukt uit dat de diagonaaltermen van de matrix $pq - qp$ gelijk zijn aan $h/2\,\pi\,i$. Ze is dus onvolledig vergeleken met de voorwaarden van Born en Jordan. Heisenberg vestigt er de aandacht op dat ze identisch is met de inhoud van de onlangs door Kuhn (Zs. für Phys. **33**, 408, 1925), en door Thomas (Naturw. **13**, 627, 1925) voorgestelde „som-regel".

gegeven is (E is een complexe vector), den volgenden eenvoudigen vorm aan [1])

$$e \triangle q^k = \frac{e^2}{h} R \sum_l E^l \left[\left\{ q^k_{m,n} \right\} \left\{ \frac{q^l_{m,n}}{\nu_{m,n} + \nu} \right\} - \left\{ \frac{q^l_{m,n}}{\nu_{m,n} + \nu} \right\} \left\{ q^k_{m,n} \right\} \right] exp\,(2\,\pi\,i\,\nu\,t) \tag{14}$$

$e \triangle q^k$ is een matrix waarvan de term in de door m gekarakteriseerde kolom en de door n gekarakteriseerde rij de componente volgens de q^k-as van een aan den overgang $m \rightarrow n$ toegevoegd verstrooiend moment van het atoom met trillingsgetal $| \nu_{m,n} + \nu |$ voorstelt. Om uit te maken of dit verstrooiend moment in het atoom opgewekt wordt wanneer het zich in den toestand m, of wel in den toestand n bevindt, is een bijzondere beschouwing noodig die op het principe van behoud van energie, in casu op het rekenen met licht-quanta, berust. Voor ons doel is het overbodig op een dergelijke beschouwing verder in te gaan, maar het is van belang hier even aan te stippen dat ze aan den eenen kant absoluut noodzakelijk is om tot een physische vertolking van formule (14), en trouwens van welke formule dan ook in de nieuwe theorie, te geraken, terwijl ze aan den anderen kant vreemd tegenover het formalisme van die theorie staat. De verhouding is hier geheel en al van denzelfden aard als die tusschen de theorie der lichtquanta en de golftheorie van het licht; beide zijn onmisbaar voor de beschrijving der verschijnselen, en nochtans is het, in ieder geval voorloopig, niet gelukt ze tot een organische eenheid samen te smelten.

Op het eerste gezicht verschilt de uitdrukking (14) in zoo hooge mate van de formules der klassieke electronentheorie, dat men wel vragen mag of het zin hebben kan te zeggen dat (14) betrekking heeft op een op klassieke wijze gedefinieerd „electron" dat in een krachtveld gebonden is. Op die vraag kan echter een bevestigend antwoord gegeven worden. We mogen namelijk den eisch stellen dat voor zeer groote waarden van het trillingsgetal ν van het invallend licht de aard van de krachten die het electron binden van zeer kleinen invloed op het verstrooiend moment wordt, en dat derhalve formule (14) asymptotisch in het gebied van groote ν

[1]) Vgl. Kramers en Heisenberg, loc. cit., formule (37). Met R wordt hier en in 't vervolg „het reëele gedeelte van" bedoeld.

de waarden van het verstrooiend moment van een vrij electron volgens de klassieke theorie zal weergeven, althans met dezelfde benadering waarmee men zou mogen rekenen wanneer de invloed van de bindende krachten op klassieke wijze in rekening werd gebracht. Beschouw een electron dat volgens de wetten van de klassieke electrodynamica in een driedimensionaal krachtveld met potentiaal $U\ (q^1, q^2, q^3)$ een beweging van periodieken aard beschrijft. De Cartesische coördinaten q^k en de bijbehoorende momenta p^k als functies van den tijd in de ongestoorde beweging zullen we door $q_0{}^k$ en $p_0{}^k$ voorstellen. Wordt de beweging door een wisselveld van den vorm (13) gestoord, dan kunnen we schrijven:

$$q^k = q_0{}^k + \triangle q^k, \quad p^k = p_0^k + \triangle p^k. \tag{15}$$

Een eenvoudige mechanische beschouwing leert ons nu dat voor groote waarden van ν, de uitdrukkingen voor $\triangle q^k$ en $\triangle p^k$, ontwikkeld naar negatieve machten van ν, er als volgt uit zullen zien:

$$\triangle q^k = -\frac{1}{\nu^2}\frac{e}{4\pi^2 m} R\, E^k\, exp\,(2\pi i \nu t) + \frac{C_1}{\nu^3} + \cdots, \tag{16}$$

$$\triangle p^k = -\frac{1}{\nu}\frac{e}{2\pi} R\, i\, E^k\, exp\,(2\pi i \nu t) + \frac{C_2}{\nu^3} + \cdots, \tag{17}$$

waarbij de coëfficiënten C_1, C_2, die van den aard van het bindende krachtveld afhangen, sommen van periodieke termen voorstellen, voor welke de trillingsgetallen van den vorm $\nu \pm w$ zijn, als w een trillingsgetal beduidt dat in de ongestoorde beweging optreedt. Ontwikkelen we nu de uitdrukking (14) volgens negatieve machten van ν, dan krijgen we:

$$\begin{aligned}\triangle q^k = \frac{1}{\nu}\cdot\frac{e}{h} R \sum_l E^l \Big[\Big\{ q_{m,n}^{\ k} \Big\} \Big\{ q_{m,n}^{\ l} \Big\} - \\ - \Big\{ q_{m,n}^{\ l} \Big\} \Big\{ q_{m,n}^{\ k} \Big\} \Big] exp\,(2\pi i \nu t) - \frac{1}{\nu^2}\cdot\frac{e}{h} R \sum_l E^l \Big[\Big\{ q_{m,n}^{\ k} \Big\} \Big\{ \nu_{m,n} q_{m,n}^{\ l} \Big\} - \\ - \Big\{ \nu_{m,n} q_{m,n}^{\ l} \Big\} \Big\{ q_{m,n}^{\ k} \Big\} \Big]\, exp\,(2\pi i \nu t) + \frac{C_3}{\nu^3} + \cdots.\end{aligned} \tag{18}$$

Maken we gebruik van (8), en voeren we dezelfde vereenvoudigde schrijfwijze in die reeds in (10)—(12) toegepast werd, dan kunnen we schrijven:

$$\triangle q^k = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{e}{h} R \sum_l E^l (q^k q^l - q^l q^k) \exp(2\pi i \nu t) -$$

$$- \frac{1}{\nu^2} \cdot \frac{e}{2\pi h m} R i \sum E^l (p^l q^k - q^k p^l) \exp(2\pi i \nu t) + \frac{C_3}{\nu^3} + \cdots \quad (19)$$

Aan de eisch dat het atoom in de limiet van groote ν-waarden zich als een vrij electron gedraagt kunnen we nu voldoen door te verlangen dat (19) van dezelfde vorm is als (16). Dit geeft

$$q^k q^l - q^l q^k = 0 \quad (20)$$

$$p^k q^l - q^l p^k = \begin{cases} 0 \ (k \neq l) \\ h/2\pi i \ (k = l) \end{cases} \quad (21)$$

Deze voorwaarden zijn identisch met (10) en (11). De voorwaarden (12) zijn ook nog noodzakelijk opdat het atoom zich met de gewenschte benadering als een vrij electron gedrage. Om dit in te zien heeft men slechts de aan (14) beantwoordende uitdrukking voor $\triangle p^k$ in de quantum-mechanica te onderzoeken. Een dergelijke uitdrukking is wel is waar in de meermaals genoemde verhandeling van Kramers en Heisenberg niet aangegeven, maar laat zich met behulp van de aldaar gebruikte methoden direct afleiden, en komt te luiden:

$$\triangle p^k = \frac{e}{h} R \sum_l E^l \left[\left\{ p^k_{m,n} \right\} \left\{ \frac{q^l_{m,n}}{\nu_{m,n} + \nu} \right\} - \right.$$

$$\left. - \left\{ \frac{q^l_{m,n}}{\nu_{m,n} + \nu} \right\} \left\{ p^k_{m,n} \right\} \right] \exp(2\pi i \nu t) \quad (22)$$

Ontwikkeling volgens machten van $1/\nu$ geeft:

$$\triangle p^k = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{e}{h} R \sum_l E^l \left[p^k q^l - q^l p^k \right] \exp(2\pi i \nu t) +$$

$$+ \frac{1}{\nu^2} \cdot \frac{e}{2\pi h} R i \sum_l E^l \left[p^k p^l - p^l p^k \right] \exp(2\pi i \nu t) + \frac{C_4}{\nu^3} + \cdots \quad (23)$$

Gelijkstelling van de termen met $1/\nu^2$ in (23) en (17) geeft wederom (21), terwijl de gelijkstelling van de termen met $1/\nu^2$ de gezochte betrekkingen

$$p^k p^l - p^l p^k = 0 \quad (24)$$

oplevert.

We zijn dus tot het volgende inzicht gekomen: *de quantumvoorwaarden van Born en Jordan beteekenen dat een electron,*

dat in een atoom gebonden is, zich tegenover een wisselend electrisch veld van hoog trillingsgetal asymptotisch net zoo gedraagt als een gebonden electron in de klassieke theorie.

Wellicht kan deze formuleering van de quantum-voorwaarden van belang zijn voor het onderzoek van atoomsystemen met meerdere electronen.

Alvorens te besluiten moge de aandacht op een vertolking van de voorwaarden (10)—(12) gevestigd worden die zich direct bij het correspondentie-principe aansluit. In het grensgebied van groote quantumgetallen gaan deze voorwaarden namelijk in de volgende betrekkingen van de klassieke mechanica over:

$$(q^k\, q^l) = 0,\ (p^k\, q^l) = \begin{cases} 0\ (k \neq l) \\ 1\ (k = l) \end{cases},\ (p^k\, p^l) = 0. \qquad (25)$$

Met de uitdrukking $(a\ b)$ is daarbij het bekende symbool van Poisson bedoeld:

$$(a\ b) = \sum_k \left(\frac{\partial a}{\partial I_k} \frac{\partial b}{\partial w_k} - \frac{\partial a}{\partial w_k} \frac{\partial b}{\partial I_k} \right), \qquad (26)$$

waarbij de kanonische veranderlijken I_k, w_k niets anders zijn dan de uniformisatie-veranderlijken (de w's zijn Stäckel's „hoek-veranderlijken") die in de quantumtheorie der periodiciteitssystemen een zoo groote rol spelen. De grootheden I_k werden in die theorie aan geheele veelvouden van Planck's constante gelijk gesteld. Deze „quantum-voorwaarden" moeten echter vanuit het standpunt van Heisenberg's theorie als verouderd beschouwd worden. De methoden die in de verhandeling van Kramers en Heisenberg ontwikkeld werden, geven, op (26) toegepast, direct het resultaat dat de vergelijkingen (10)—(12) de gepaste quantum-theoretische „vertaling" van de betrekkingen (26) is. Op deze vertolking van (10)—(12) heeft ook reeds Pauli opmerkzaam gemaakt.

Kopenhagen, November 1925.

INSTITUT FOR
TEORETISK FYSIK.

Zusammenfassung.

Die sogenannten „Quantenbedingungen" von Born und Jordan in der Heisenberg'schen Quantenmechanik bedeuten dass ein in einem Atom gebundenes Elektron sich gegenüber elektrische Schwingungsfelder hoher Schwingungszahl genau so verhält wie ein gebundenes Elektron sich in der klassischen Theorie verhalten würde.

EEN PROEF OVER DE INSTELLING VAN PARAMAGNETISCHE MOLEKULEN.

door P. DEBIJE en A. HUBER.

Volgens de oorspronkelijke theorie van P. Langevin [1]) kan de wet van P. Curie [2]) over de betrekking tusschen de paramagnetische susceptibiliteit en de temperatuur verklaard worden door aan te nemen, dat de paramagnetische molekulen onder inwerking van het koppel door het magnetisch veld op hun magnetisch moment uitgeoefend zich zoo trachten te draaien, dat het moment evenwijdig met het veld komt te staan. Zij worden echter gehinderd door de warmtebeweging en uit de berekening van het statistisch evenwicht volgt de wet van Curie. Het feit, dat de door Langevin berekende formule op vloeistoffen en zelfs op vaste lichamen toepasselijk is, is alleen te begrijpen, indien in tegenstelling met Langevin aangenomen wordt, dat niet de molekulen zelf, maar iets anders binnen in de molekulen of atomen georienteerd wordt.

Gaan wij van de uiterst waarschijnlijke opvatting uit, dat het magnetisch moment van een atoom een gevolg is van electronenbewegingen, die elkaar magnetisch niet volkomen compenseeren, dan kunnen wij volgens P. Ehrenfest [3]) zelfs een stap verder gaan en aannemen, dat het electronensysteem niet werkelijk gedraaid wordt, maar dat slechts nu en dan, tenminste sommige van de electronen in hun baan de richting van hun snelheid plotseling omkeeren. Bepaalt men dan de verhouding van de tijden voor rechts- en linksdraaiing volgens het principe van Boltzmann, dan kan ook in dit geval de wet van Curie afgeleid worden.

Een analoog effect vinden wij op electrisch gebied, indien de molekulen niet symmetrisch gebouwd zijn en dientengevolge een electrisch veld veroorzaken, dat zóó opgevat kan worden, alsof het uitstraalt van een electrisch moment. In dit geval zal, nu in een electrisch veld, een koppel ontstaan en wij zullen volgens de redeneering van Langevin te verwachten hebben, dat de electrische susceptibiliteit met de temperatuur veranderlijk is. [4]) Tegenwoordig bestaat geen twijfel meer, dat zulke molekulen bestaan. Het is zelfs zeker, dat molekulen met electrisch moment regel en

1) P. Langevin, Journ. de phys. (4) 4, 678, 1905; Ann. de chim. et phys. (8) 5, 70, 1905.
2) P. Curie, Ann. de chim. et phys. (7) 5 289, 1895; Oeuvres, Paris 1908, p. 232.
3) P. Ehrenfest, Comm. phys. Labor. Leiden, Supplement no. 44b, p. 55.
4) P. Debije, Phys. zeitschr. 13, 97, 1912, uitvoerig in het Handbuch der Radiologie van E. Marx, Bd. 5, p. 605.

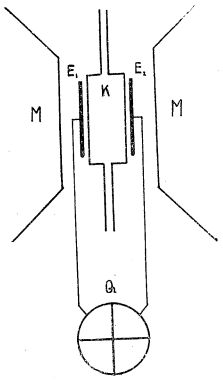
die zonder electrisch moment uitzonderingen zijn. In het geval van paramagnetische molekulen moesten wij het onwaarschijnlijk vinden, dat het geheele molekuul door het magnetisch veld werkelijk georienteerd wordt. Daarmee in tegenstelling is, wat wij in het electrisch geval als waarschijnlijk moeten aannemen. Hier vinden wij bijv. groote veranderingen in de diëlectriciteitsconstante bij den overgang vloeibaar-vast en besluiten dientengevolge, dat het geheele molekuulsysteem onder de inwerking van een electrisch veld zal draaien.

Stel nu, dat het mogelijk is een molekuul te vinden, dat een electrisch moment heeft en dat tegelijk paramagnetisch is. Zou de oorspronkelijke opvatting van Langevin juist zijn, dan hebben wij te verwachten, dat het in dit geval zou moeten gelukken een magnetisch moment op te wekken met behulp van een electrisch veld. Bepalen wij onze aandacht op gassen, dan hebben wij geen rijke keuze. Afgezien van eenige gevallen, die experimenteel moeilijk toegankelijk zijn, schijnt hoofdzakelijk NO over te blijven. Wij weten, dat NO paramagnetisch is. Het magnetisch moment van dit molekuul is (volgens de formule van Langevin berekend) $\mu_m = 1,7.10^{-20}$ e.m.E. [1]) Voorloopig is weliswaar de temperatuur-coëfficient van de diëlectriciteitsconstante van NO nog niet bepaald. Het is echter uiterst waarschijnlijk, dat NO een electrisch moment heeft en wel omdat het molekuul niet symmetrisch is. Men kan bijv. het molekuul NO met CO vergelijken, dat wel onderzocht is en waarvoor Weigt [2]) een electrisch moment $\mu_e = 1,2.10^{-19}$ e.s.E. gevonden heeft. Ook kan men als voorbeeld naar de resultaten van eenige nieuwe proeven van Zahn en Smyth [3]) verwijzen, die gevonden hebben, dat weliswaar een dubbele of drievoudige onderlinge binding der koolstofatomen, zooals in ethyleen ($CH_2 : CH_2$) en acethyleen ($CH : CH$) op zichzelf geen moment veroorzaakt. Is echter de dubbele binding niet midden in het molekuul gelegen, zooals bijv. bij α — butyleen ($CH_2 : CH.CH_2.CH_3$) dan heeft het molekuul een electrisch moment ($\mu_e = 3,7.10^{-19}$). Wij zullen daarom aannemen, dat NO een electrisch moment heeft. Zijn bedrag schatten wij op $\mu_e = 0,6.10^{-19}$ e.s.E, d.i. de helft van het CO-moment.

2. De proef, waarvan sprake is, werd op de volgende wijze uitgevoerd. Een hol vat K uit gesmolten kwarts, in den vorm

[1]) E. Bauer en A. Piccard, Journ. de phys. (6) 1, 97, 1920.
[2]) H. Weigt, Phys. Zeitschr. 22, 643, 1921.
[3]) C. T. Zahn en Ch. P. Smyth, Journ. Amer. Chem. Soc. 47, 2501, 1925.

van een cylinder werd met NO gevuld. De beide eindvlakken E_1 en E_2 waren met bladtin bekleed, van deze bekleedsels leidden draden naar de quadranten van een gevoeligen quadrantelectrometer Q. Er was goed voor gezorgd, dat het toestelletje uit kwarts binnen en buiten droog was, zoodat de isolatie niets te wenschen overliet. De condensator K was opgesteld in een magnetisch veld, dat opgewekt werd door een electromagneet MM. De quadrantelectrometer was tegen de inwerking van den magneet door een pantser beschermd. Dit was bovendien verbonden met een metalen omhulling (niet geteekend) van de toeleidingsdraden en het geheele toestel uit kwarts en diende zoodoende tegelijk als pantser tegen electrische inwerkingen van buiten. Het sterkste magneetveld, dat gebruikt werd, had 14000 Gauss; 1 mm. afwijking op de schaal, die voor de aflezing van den stand van de electrometernaald gebruikt werd, correspondeerde met een potentiaalverschil tusschen de twee quadranten van $0,15.10^{-3}$ Volt.



3. Om de orde van grootte van het volgens de primitieve theorie te verwachten effect te schatten, nemen wij aan, dat de beide momenten in het molekuul evenwijdig aan elkaar gericht zijn. Volgens deze theorie is het gemiddelde magnetisch moment m_m, dat een molekuul aanneemt in een magnetisch veld

$$m_m = \mu_m \frac{\mu_m H}{3 k T}$$

(H = intensiteit van het magnetisch veld, $k = 1,37.10^{-16}$ erg = constante van Boltzmann. T = absolute temperatuur).
en het gemiddelde electrisch moment m^e, dat een molekuul in een electrisch veld E aanneemt

$$m_e = \mu_e \frac{\mu_e E}{3 k T}$$

De laatste uitdrukking is intusschen alleen geldig, indien wij van den invloed der polarisatie van het molekuul afzien, wat wij bij onze schatting willen doen. Onder dezelfde voorwaarden als boven, zou daarom te verwachten zijn, dat een molekuul onder den invloed van een *magnetisch* veld H een gemiddeld *electrisch* moment m_e aanneemt, te berekenen volgens de formule

$$m_e = \mu_e \frac{\mu_m H}{3 k T}.$$

Substitueeren wij de bovengenoemde waarden voor μ_e, μ_m en H en stellen $T = 300$, dan volgt

$$m_e = 115 . 10^{-24}.$$

Onder de omstandigheden van de proef was het aantal molekulen NO in 1 cm.^{3} gelijk aan $n = 2,4 . 10^{19}$, wij hebben dus in het gas per cm.^{3} een opgewekt electrisch moment

$$n m_e = 2,76 . 10^{-3} \text{ e.s.E.}$$

te verwachten.

De doorsnede van de cirkelvormige bekleedsels der eindvlakken E_1 en E_2, was 3 cm., het oppervlak dus 7,1 cm.^{2} en daar de wand van het kwartsvaatje dun was, kunnen wij bij benadering de hoeveelheid geinduceerde electriciteit op een van de bekleedsels berekenen door het oppervlak met het moment per éénheid van volumen te vermenigvuldigen, wat voor deze hoeveelheid

$$e = 196 . 10^{-4} \text{ e.s.E.}$$

geeft.

Daarmee moet vergeleken worden de hoeveelheid electriciteit, die noodig is om een nog zichtbare afwijking van de electrometernaald te veroorzaken. Daar de capaciteit, waar het op aankomt, 300 cm. was, zoo is voor een afwijking van 1 m.m. op de schaal met het oog op de boven opgegeven gevoeligheid van den electrometer een hoeveelheid electriciteit van

$$1,5 . 10^{-4} \text{ e.s.E.}$$

noodig.

4. Volgens deze rekening was dus de gevoeligheid ruim voldoende om het gezochte effect te vinden, indien het werkelijk bestaat. Proeven met verschillende variaties en op verschillende tijdstippen uitgevoerd gaven ons de zekerheid, dat een effect grooter dan ten hoogste eenige tiende m.m. van de schaal niet optreedt. Dit wil dus zeggen, dat indien een effect in gasvormig NO bestaat, het zeker niet grooter is dan het 500ste gedeelte van het boven berekende. [1])

[1]) Het is in dezen samenhang van belang er op te wijzen, dat ook A. Perrier na nieuwe proeven over een mogelijke magnetisatie van nikkel in de richting van den electrischen stroom tot het besluit komt, dat dit effect niet aan te toonen is (voordracht gehouden in de zitting van de Zwitsersche natuurkundige vereeniging, Lucerne, 2 en 3 October 1924).

Met het oog op dezen uitslag wordt het wel zeer onwaarschijnlijk, dat in paramagnetische gassen een orientatie van het molekuul onder den invloed van een magnetisch veld bestaat. Weliswaar is het ten eerste nog niet experimenteel bewezen, dat NO een electrisch moment heeft, en ten tweede bestaat ook nog de mogelijkheid, dat dit moment toevallig bij benadering loodrecht op het magnetisch moment staat. In beide gevallen zou de proef negatief moeten uitvallen, zelfs indien orientatie bestaat. Wij hopen in het vervolg nog eenige andere proeven in dezelfde richting te doen. Wat wij tot nu toe gevonden hebben, gecombineerd met andere bekende eigenschappen van de paramagnetische lichamen, maakt het echter zeer waarschijnlijk, dat de opvatting van Ehrenfest de waarheid beter benadert dan de oorspronkelijke opvatting van Langevin, al blijft ook voor de eerstgenoemde opvatting de moeilijkheid bestaan, te verklaren hoe het mogelijk is, dat bij lage temperaturen in het geval van Gadoliniumsulfaat 80 % van de volgens Langevin berekende verzadiging kan worden bereikt.

Zürich, 16 - 11 - '25.

ON THE KINETIC THEORY OF DIFFUSION

by S. ROSSELAND [1].

The kinetic theory of inter-diffusion of two gases has been developed at considerable length by several authors as far as first order terms are concerned. The result is that inter-diffusion may be enforced: (1) by application of external forces acting differently on the molecules of the two gases, (2) by a gradient in the partial densities, (3) by a gradient in temperature. The motion of the gas mixture as a whole has no effect at all according to theory, and no such effect has been observed.

Proceeding to second order quantities, a large number of new terms must appear, and we propose to show that these terms will include second space derivatives of the mean velocity components of the gas. This result is primarily due to the fact that the complete system of hydrodynamic forces in a gas involves frictional terms which are all of second order with respect to space derivatives of the velocity components. For the problem of diffusion

[1] Fellow of the International Educational Board 1924—26.

the distinction between external and internal forces is irrelevant, and the frictional forces will produce diffusion on the same principles as external forces. We do not intend to enter upon the question in its full scope and shall therefore use a very simple procedure giving approximate results.

Consider a mixture of two gases, and distinguish quantities relating to one gas or the other by indices 1 and 2. The hydrodynamic equation of gas 1 is, in ordinary vector notation

$$\varrho_1 \, d\mathsf{V}_1/dt = - \nabla p_1 + \varrho_1 \, \mathsf{A}_1 + \mathsf{F}_1 .$$

Here V_1 is the arithmetic mean velocity, ϱ_1 mass density, p_1 hydrostatic pressure, A_1 external force per unit mass and F_1 the complete frictional force per unit volume. This force consists of two parts of different origin. One part is due to collisions between the atoms of the gas under consideration, and is given by the expression

$$\mathsf{F}_{11} = \nabla (\operatorname{div} \mathsf{V}_1) . \, 2 \gamma_1/3 + \nabla^2 \mathsf{V}_1 . \, 2 \gamma_1 ,$$

where γ_1 is the coefficient of viscosity. It is known that γ_1 is changed somewhat by admixture of other gases, but this refinement will be disregarded here. The approximate expression of γ, afforded by statistical theory is

$$\gamma_1 = \varrho_1 \, \bar{c}_1 \, \lambda_1/3 .$$

where $\bar{c}_1$ is the mean value of the translational velocities of the atoms, and λ_1 their mean free path.

The second part of the frictional force is due to collisions between atoms of the first kind with atoms of the second kind. The complete expression of this term is necessarily very complicated but for the present purpose it is sufficient to consider the case when the term is proportional to the mean relative velocity of the two gases

$$\mathsf{F}_{12} = - (\mathsf{V}_1 - \mathsf{V}_2) \, \varrho_1/\beta_{12} ,$$

which must give a fair representation also of more complex cases. The quantity β_{12} has a simple meaning. In fact, as F_{12} is the momentum lost by atoms of the first gas per unit time and volume by collisions with atoms of the second gas, β_{12} is the mean time required by a 1-atom to describe a mean free path λ_{12} relative to 2-atoms, or

$$\beta_{12} = \lambda_{12}/\bar{c}_1 .$$

Collecting the different terms considered above, the hydrodynamic equation may be written in the form

$$(\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2)\,\beta_{12}^{-1} = -\varrho_1^{-1} \nabla p_1 + \mathbf{A}_1 + \nabla (\operatorname{div} \mathbf{V}_1).\, 2\gamma_1/3\,\varrho_1 + \\ + \nabla^2 \mathbf{V}_1.\, 2\,\gamma_1/\varrho_1 - d\mathbf{V}_1/dt.$$

This form of the equation is sufficiently general to show that a finite velocity difference $\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2$ may be set up in the gas by gradients in density or temperature (through the term ∇p_1), by external or internal forces, or by inertial persistence.

The inertial term, however, can have no observable effect provided other agencies are absent.

Consider as an illustrative example the case of a circular vortex in which the coefficients γ are constants. The motion is supposed to be quasi permanent and to be the same for all points which are at the same distance r from the axis of the vortex. In such a vortex the two gases will rotate with different angular velocities; at certain distances from the axis gas 1 will rotate faster, at other distances slower than gas 2. Simplifying the hydrodynamic equations according to the above conditions we find the following expression for the relative velocity of the two gases

$$V_1 - V_2 = \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{\beta_{12}^{-1} + \beta_{21}^{-1}} \cdot \frac{\partial}{\partial r}\left(2\,\omega + r\,\frac{\partial\,\omega}{\partial\,r}\right) =$$

$$= \tfrac{1}{3}\,\lambda_{12}\,\lambda_{21}\,\frac{\bar{c}_1\,\lambda_1 - \bar{c}_2\,\lambda_2}{\bar{c}_1\,\lambda_{21} + \bar{c}_2\,\lambda_{12}} \cdot \frac{\partial}{\partial\,r}\left(2\,\omega + r\,\frac{\partial\,\omega}{\partial\,r}\right).$$

Here ω denotes the mean value of the angular velocity of the gas mixture at the point in question. If ω is constant the vortex moves like a rigid body; there is no internal friction in play, and consequently no diffusion of the kind in question, as shown by the above expression.

As regards the experimental side of the above problem, little is to be hoped for as long as we deal with neutral gases. Considering mixtures of positively and negatively charged particles the case may be a little more hopeful. Thus the above analysis shows that a vortex consisting of ionized gases must be the seat of electric currents, circulating round the vortex axis. Consequently, a magnetic field must also be present, symmetrical with respect to this axis. It may, in this connection, be significant to observe

that the theory may easily be adjusted to the case when the atoms in question do not enjoy a permanent existence, by considering, for example, the case of a neutral gas containing radio-active atoms emitting long range particles. The mean free paths appearing in the expression of the velocity of diffusion would thus be practically equal to the mean range of the α- or β-particles in question ($\lambda_1 = \lambda_{12}$, $\lambda_2 = \lambda_{21}$), and thus be enormously larger than the mean free paths of ordinary atoms in equilibrium with the gas at ordinary temperature. In any estimate of the order of magnitude of the magnetic field which may be set up by rotation of a radio-active gas it will probably be essential to take account of the secondary ionization produced by the primary particles. Even with such considerations however, the magnitude of the effects to be expected appears to be so small that an experimental verification may be difficult.

A discussion of the above question in its possible connection with astronomical problems will appear in The Astrophysical Journal.

October 1925. MOUNT WILSON OBSERVATORY.

IETS OVER HET MECHANISME VAN INDUCTIEVERSCHIJNSELEN

door G. L. DE HAAS-LORENTZ

1. Onder de onderzoekingen van suprageleiders, die in het Leidsche laboratorium onder prof. de Haas verricht worden, zouden zeker die naar een eventueele verandering der magnetische eigenschappen van suprageleidende stoffen opgenomen zijn, wanneer dit onderzoek niet door den suprageleidenden toestand zelf uiterst moeilijk werd gemaakt. Immers het zal nooit gelukken magnetische krachtlijnen door een supraconductor te brengen zonder dat door de opgewekte inductiestroomen een even groot tegengesteld gericht magneetveld ontstaat, dat blijft bestaan, daar de inductiestroomen door geen weerstand gedoofd worden.

Dit overwegende wierp hij de vraag op: hoe moet men zich voorstellen, dat, in tegenstelling met het bovenstaande, door moleculaire kringstroompjes wel degelijk krachtlijnen gebracht kunnen worden, terwijl deze stroompjes toch ook geen weerstand onder-vinden?

2. Prof. Ehrenfest wees op het essentiëele verschil tusschen de weerstandslooze moleculaire kringstroompjes en de door inductie in een supraconductor opgewekte stroompjes, dat zonder twijfel de oorzaak is van hun verschillend gedrag ten opzichte van magnetische krachtlijnen.

Beschouw de kinetische energie behoorende bij een door electronen gevormden stroom. Deze bestaat uit 3 deelen:

A. de energie $T_L = \frac{1}{2} L\, i^2$ zetelende in het magnetische veld van den stroom,

B. de energie, zetelende in de onmiddellijke omgeving der electronen en gewoonlijk als mechanische kinetische energie berekend als $T_K = \Sigma \frac{1}{2} m\, v^2$, waarin m de electromagnetische massa van een electron is.

De invloed van deze beide deelen der kinetische energie laat zich 't beste toelichten aan de hand van een eenvoudig voorbeeld.

Wij denken ons een stroomring (stroomsterkte i en op veranderlijken afstand daarvan een draadklos (stroomsterkte I).. Daar T_K evenals T_L evenredig is met i^2 kan men voor de energie van den ring schrijven

$$\tfrac{1}{2} (L^1 + L)\, i^2,$$

evenzoo voor die van de klos

$$\tfrac{1}{2} L\, I^2$$

en voor de energie van klos en ring te zamen:

$$\tfrac{1}{2} (L^1 + L)\, i^2 + M\, i\, I + \tfrac{1}{2} L\, I^2,$$

Wanneer er geen electromotorische kracht in den ring werkt heeft men:

$$\frac{d}{dt} \{ (L^1 + L)\, i + M\, I \} = 0$$

$$\text{of } (L^1 + L)\, i + M\, I = \text{constant } b\,.\, v = 0\,.$$

zoodat

$$\mathrm{i} = -\frac{M}{L^1 + L} I.$$

Door den ring gaat het aantal krachtlijnen:

$$N = L\, i + M\, I =$$
$$= M\, I \left\{ 1 - \frac{L}{L^1 + L} \right\}.$$

Wij kunnen nu duidelijk de twee uiterste gevallen onderscheiden:

I $$\frac{L^1}{L} \ll 1 \text{ of } \frac{T_L}{T_K} \gg 1$$
$$N \cong 0$$

d.w.z. van de krachtlijnen die de klos door den ring tracht te zenden, gaat er practisch geen enkele door den ring heen. Dit eene uiterste geval wordt vertegenwoordigd door bovengenoemd suprageleidend spoeltje:

II $$\frac{L^1}{L} \gg 1 \text{ of } \frac{T_L}{T_K} \ll 1$$
$$N \cong M\,I$$

d.w.z. alle door de klos uitgezonden krachtlijnen gaan door den ring heen. Dit andere uiterste geval doet zich blijkbaar voor bij moleculaire stroompjes.

3. Het leek mij interessant de verhouding T_L/T_K voor een bepaald geval na te gaan en tevens te onderzoeken, of men hoop kan hebben een tusschentoestand te verwezenlijken, waarbij de invloed zoowel van T_L als van T_K merkbaar is. Hiervoor zou T_L/T_K niet veel van 1 moeten verschillen.

Wij stellen ons eerst het eenvoudigst denkbare geval voor: n electronen die zich op gelijken afstand van elkaar met de snelheid v bewegen langs den omtrek van een cirkel met straal a. Hiervoor is [1]):

$$T_L = \frac{n\,e^2\,v^2}{3\,a\,c^2} \sum_1^{n-1} h \frac{1 - 2\sin^2\frac{h\pi}{n}}{\sin\frac{h\pi}{n}}.$$

Vervangt men deze som door een integraal (veranderlijke $h\pi/n$, onderste grens π/n), dan vindt men:

$$T_L = \frac{n^2\,e^2\,v^2}{2\pi\,a\,c^2}\left[-lg\ tg\frac{\pi}{2n} - 2\right]$$

of, daar n zeer groot is: $T_L = \frac{n^2\,e^2\,v^2}{2\,\pi\,a\,c^2}\,lg\,n.$

$$T_K = \tfrac{1}{2}\,n\,m\,v^2 = \frac{n\,e^2\,v^2}{12\,\pi\,R\,c^2},$$

[1]) Steeds zullen electrostastische eenheden gebruikt worden.

waar R de straal van een electron is en de lading over het oppervlak ervan verdeeld is.

$$\frac{T_L}{T_K} = \frac{6\,R\,n\,lg\,n}{a} = 12\,\pi\,\frac{R}{D}\,lg\,n = 12\,\pi\,\frac{R}{D}\,lg\,\frac{2\pi\,a}{D},$$

waar D den afstand tusschen 2 electronen voorstelt.
Daar $R = 10^{-13}$ en D niet kleiner kan zijn dan van de orde van grootte van 10^{-8}, ziet men dat in het geval van moleculaire stroompjes T_K absoluut overweegt (alle krachtlijnen worden doorgelaten).

Met een enkelen ring van electronen kunnen we ons zelfs niet voorstellen bij de grens $T_L/T_K = 1$ te komen, daar daartoe $lg\,a$ van de orde van grootte van 10^4 moet zijn.

4. Wij willen nu nagaan of wij deze grens misschien kunnen bereiken met een model, dat wat meer aan de werkelijkheid beantwoordt.

Wij denken ons een bol, straal a, over welks volumen N electronen gelijkmatig verdeeld zijn, terwijl de geheele bol om zijn as draait met de hoeksnelheid Θ.

Voor dit geval vindt men bij Abraham [1]) de volgende waarden voor de beide deelen der energie, die wij willen beschouwen:

$$T_L = \alpha\,\frac{N^2\,e^2\,a}{c^2}\,\Theta^2$$

$$T_K = \beta\,N\,m\,a^2\,\Theta^2 = \beta\,\frac{N\,e^2}{6\,\pi\,R\,c^2}\,a^2\,\Theta^2,$$

waarin:

$$\alpha = \frac{2}{5.7}\;;\;\beta = \frac{1}{5}.$$

De door ons gezochte verhouding wordt nu:

$$\frac{T_L}{T_K} = \frac{6\,\pi\,\alpha}{\beta}\,N\,\frac{R}{a} = 5\,N\,\frac{R}{a}.$$

Daar $N \cong \frac{4}{3}\,\pi\,a^3\,(_{10}{}^8)^3$, wordt dit:

$$\frac{T_L}{T_K} \cong 2.10^{12}\,a^2.$$

Zal deze verhouding dicht bij 1 liggen, dan moet a dus zijn van de orde van grootte van 10^{-6}.

---

1) Abraham. Dynamik des Electrons, Ann. d. Phys. **10**, 1903, p. 171.

Naast het geval van de verdeeling der lading over het volumen van den bol, beschouwen wij dat, waarin de lading over het oppervlak verdeeld is. Hiervoor geeft Abraham dezelfde formules voor T_L en T_K slechts met andere waarden van α en β n.l.

$$a = \frac{1}{9}; \beta = \frac{1}{3},$$

zoodat nu:

$$\frac{T_L}{T_K} = 6\,N\frac{R}{a}.$$

Dit maakt geen noemenswaard verschil met het vorige geval en men mag vertrouwen, dat ook een andere verdeeling der ladingen over den bol een uitkomst van dezelfde orde van grootte zou geven.

De ruwheid onzer schattende berekening is groot, het model niet in overeenstemming met de werkelijkheid (men zal zich b.v. moeten denken, dat de electronen dezelfde lineaire en niet dezelfde hoeksnelheid krijgen). Toch schijnt het bovenstaande erop te wijzen, dat het mogelijk zal zijn met experimenteel te verwezenlijken suprageleidende deeltjes een toestand te verkrijgen, waarin de invloeden van T_L en van T_K tegen elkaar opwegen.

Leiden, November 1925.

OPMERKINGEN OVER HET DIAMAGNETISME VAN VAST BISMUTH.

door P. EHRENFEST.

§ 1. Het is opvallend hoe sterk de diamagnetische susceptibiliteit van vast Bismuth — per atoom gerekend — die van de meeste andere stoffen overtreft. In de volgende tabel zijn de waarden van $\chi \times 10^6$ per gramatoom resp. gramion voor verschillende stoffen opgegeven; tusschen [] is het aantal electronen bijgevoegd. [1])

[83] *Bi* 292	[80] *Hg* 38
[51] *Sb* 114	[82] *Pb* 21
[31] *Ga* 16	

[1]) Zie J. Dorfmann. ZS. f. Phys. **17**, 98, 1923; G. Joos, ZS. f. Phys. **19**, 347, 1923; **32**, 835, 1925.

Verder :

[9 + 1] F^- 11.5	[2] *He* 1.74	[11—1] *Na* + 6.5
[17 + 1] Cl^- 19.5	[10] *Ne* 6 2	[19—1] *K* + 14.5
[35 + 1] Br^- 39.5	[18] *Ar* 16.8	
[53 + 1] J^- 60.5		

§ 2. Voor *eenatomige gassen* kan men een diamagnetische susceptibiliteit zooals bekend is bevredigend verklaren [2]), indien men de volgende onderstellingen met elkaar combineert :

I. *Buiten* het magnetisch veld bezit het atoom in het geheel geen magnetisch moment. [3])

II. *In* het magnetisch veld voert de electronenwolk van het atoom een Larmorprecessie om de krachtlijnen uit.

Men krijgt zoo per gramatoom de susceptibiliteit :

$$\chi = -2.85 \times 10^{10} \Sigma \overline{r_i^2} \qquad (1)$$

waarin $\overline{r_i^2}$ het tijdgemiddelde van het quadraat van de afstand van een der electronen van het atoom tot de kern is [4]) ($i = 1, 2 \ldots . Z$, als Z het atoomnummer is).

§ 3. Ook voor *ionen in vaste zouten* kon G. Joos [5]) de χ-waarden zeer bevredigend met behulp van (1) verklaren.

Men kreeg zoo voor de stralen van de buitenste electronenbanen waarden, die goed overeenstemden met de waarden, die men op grond van metingen van het kristaltralie zou verwachten. Men zal hier, b.v. voor het geval van de alkali- en halogeenionen in een alkali-halogeenkristal, wel genegen zijn aan te nemen, dat de *electronenwolken* — in tegenstelling met het geval van een eenatomig gas — een *vaste orienteering bezitten ten opzichte van het kristaltralie* [6]), en dat buiten het magnetisch veld het magnetisch moment van elke electronenwolk (edelgas-configuratie) gelijk nul is. [7]) Het aanbrengen van een magnetisch veld, dat t.o.v. de kristalassen willekeurig gericht is, veroorzaakt dan een diamagnetische reactie van de oorspronkelijk onmagnetische electronenwolken.

---

2) W. Pauli, ZS. f. Phys. **2**, 201. 1920.

3) Of dit stelt zich steeds loodrecht op het magnetisch veld in. Zie N. Bohr, Ann. d. Phys. 71, 228, 1923, speciaal p. 278. Zie ook het interessant argument van W. Pauli (ZS. f. Phys. **31**, 373, 1925) tegen de onderstelling dat een afgesloten electronenschaal een magnetisch moment heeft.

4) W. Pauli, ZS. f. Phys. **2**, 201, 1920; men lette daar nog op noot [1]) op p. 203. P. Debye, in Handbuch der Radiologie VI, p. 675.

5) G. Joos, ZS. f. Phys. **19**, 347, 1923; **32**, 835, 1925.

6) In het geval van paramagnetisme (b.v. bij Gadoliniumsulfaat) is deze onderstelling tenminste in het verzadigingsgebied zeker niet meer geoorloofd. Zie P. Ehrenfest, Comm. Phys. Lab. Leiden, Suppl, 44, p. 59.

7) De onderstelling van Bohr, l.c. is hier wel uitgesloten.

§ 4. Bij *vast Bismuth* komt er echter blijkbaar de bijzonderheid bij, dat de electronenbanen, die de hooge diamagnetische susceptibiliteit opleveren, *meer dan een atoom van het tralie omsluiten.* De vergelijking (1) geeft n.l. zelfs bij zoo gunstig mogelijke onderstellingen voor de genoemde electronenbanen een doorsnede van 8 Å, terwijl de afstand tusschen twee atomen, die in het tralie van Bismuth het dichtst bij elkaar liggen, slechts 3.11 Å en 3.47 Å bedraagt. [1])

Maak n.l. de volgende onderstellingen, die zeker overdreven zijn:
a. De inwendige electronen van een Bismuthatoom leveren een even groote bijdrage tot de susceptibiliteit als bij lood of kwikzilver de inwendige en uitwendige electronen samen leveren.
b. De overblijvende susceptibiliteit van meer dan 250 eenheden wordt door alle 5 het meest aan de omtrek gelegen electronen in gelijke mate geleverd.

Dit dan geeft toch nog 4 Å voor de $\sqrt{\overline{r^2}}$ van zulk een peripherie-electron.

De onderstelling van zulke „meeratomige" electronenbanen is ook nog om de volgende redenen zeer plausibel.

1. De diamagnetische susceptibiliteit van Bismuth verandert bij het smeltpunt van haar abnormaal hooge waarde op een discontinue wijze tot een meer dan tienmaal kleiner en dus geheel normaal bedrag. Geheel analoog is het bij Antimonium en Gallium. [2])

2. Dezelfde drie metalen vertoonen het abnormale verschijnsel, dat bij het smelten het electrisch geleidingsvermogen grooter (!) wordt; bij Bismuth in de verhouding 0,45 tot 1, bij Antimonium 0.70 tot 1, bij Gallium 0.58 tot 1. [Bij kwik is er een afneming in de verhouding 4 : 1, bij *Ag* als 2 : 1, bij *Na* en *K* als 1.15 : 1] [3])

3. De diamagnetische susceptibiliteit van een Bismuthkristal is sterk anisotroop, namelijk in de verhouding 100 (// hoofdas) : 70 (⊥ hoofdas). [4])

Dit alles spreekt ten gunste van de onderstelling, dat een of meer electronen per atoom, die in het vloeibare Bismuth nog

[1]) W. H. en W. L. Bragg, X Rays and Crystalstructure, p. 173. De kristalstructuur van Bismuth en Antimonium is dezelfde, van Gallium is zij nog *onbekend*.

[2]) P. Curie, Oeuvres p. 270; K. Honda, Ann. d. Phys. **32**, 1027, 1910; M. Owen, Ann. d. Phys. **37**, 657, 1912. Bij Gallium blijft de diamagnetische susceptibiliteit ook in onderkoelde toestand klein.

[3]) Landolt-Börnstein, 5te Aufl. p. 1051 en 1052; E. Wagner, Ann. d. Phys. **33**, 1486, 1910. Men kan denken aan een verband met een eventueele volumevermindering bij het smelten Bij *Bi* en *Ga* heeft men werkelijk een inkrimping resp. in de verhouding 1 : 0.967 en 1 : 0,98. echter niet bij *Sb*.

[4]) W. Voigt, Lehrbuch der Kristallphysik, p. 491. Deze groote anisotropie kan niet verklaard worden slechts uit een anisotropie van de factor van Lorentz-Lorenz, aangezien wegens de kleinheid van χ de magnetische wisselwerking der atomen te verwaarloozen is tegenover het uitwendig veld.

als geleidingselectronen dienst doen, in het vaste Bismuth in „meeratomige" kristallographisch bepaalde banen gaan rondloopen.

Opdat nu echter deze electronenbanen diamagnetisme en b.v. niet opeens paramagnetisme leveren, moet men onderstellen, dat de banen van twee of meer van zulke electronen (analoog als bij de electronenwolk van b.v. een Argonatoom) zoodanig met elkaar gekoppeld zijn, dat de groep in zijn geheel genomen geen magnetisch moment bezit. [1])

§ 5. Het feit, dat voor Bismuth, Antimonium en Gallium bij het smeltpunt de zeer sterke afname van de diamagnetische susceptibiliteit gepaard gaat met een toename van het electrisch geleidingsvermogen, richt onze aandacht weer op de zoo veel besproken vraag: *leveren de geleidingselectronen van een metaal een bijdrage voor de magnetische susceptibiliteit?*

Indien men de beweging van de geleidingselectronen volgens de *klassieke* statistische mechanica behandelen mag, dan leveren ze — zooals theoretisch overtuigend bewezen is — geen bijdrage tot de magnetische susceptibiliteit. [2])

Neemt men echter met Einstein en Frenkel [3]) aan, dat de geleidingselectronen *quantenbewegingen* uitvoeren, dan wordt — naar ons voorkomt — een nieuw onderzoek aangaande hun magnetisch gedrag noodzakelijk. [4])

Leiden, INSTITUUT VOOR THEORETISCHE NATUURKUNDE.

---

1) Prof. Coster maakte mij in een gesprek opmerkzaam op een fout in mijn overwegingen, waardoor ik oorspronkelijk van meening was, dat men slechts door zeer kunstmatige onderstellingen een paramagnetische reactie van deze „meeratomige" electronenbanen zou kunnen vermijden.

2) Zie N. Bohr, Diss. Kopenhagen 1911; H. A. Lorentz, Göttinger Vorträge, Leipzig 1914, p. 188; H. J. van Leeuwen, Proefschrift, Leiden 1919, p. 49 en 66. Dit is in tegenstelling met de overigens zeer plausibele opvatting, dat de geleidingselectronen in een metaal diamagnetisch zouden reageeren; zie hiervoor J. J. Thomson (Rapports du Congres de Physique, Paris 1900, p. 148), E. Schrödinger (Wien. Ber. **66**, 1305, 1912), H. A. Wilson (Proc. Roy, Soc. **27**, 321. 1920).

3) A. Einstein: Theoretische Bemerkungen zur Supraleitung der Metalle, Gedenkboek H. Kamerlingh Onnes (Leiden, 1922) p. 433. J. Frenkel, ZS. f. Phys. **29**, 214, 1924.

4) Vooral wanneer men daarbij rekening houdt met de hypothese van Uhlenbeck en Goudsmit (Naturwissenschaften **13**, 953, 1925), volgens welke de electronen een inwendige rotatie zouden bezitten, waarvan het magnetisch moment eventueel paramagnetisch zou kunnen reageeren.

STOKES' ABERRATIETHEORIE

door J. DROSTE.

1. In 1887 heeft Prof. Lorentz aangetoond dat in de theorie van Stokes de vooronderstelling van een snelheidspotentiaal voor de aetherbeweging strijdt met de eveneens door Stokes gemaakte

onderstelling dat aan het aardoppervlak geen glijding plaats vindt. [1]). In een in 1892 uitgegeven verhandeling [2]) onderzoekt Prof. Lorentz de vraag of in de theorie van Stokes een snelheidspotentiaal noodzakelijk moet worden voorondersteld. Stelt de vector K de rotatie voor van de aethersnelheid t.o. van een met de aarde vast-verbonden coördinatenstelsel, is ds een lijnelement en h de een of andere bepaalde richting, dan moet

$$\int K_h \, ds = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

zijn, wanneer de integraal is uitgestrekt langs een rechte lijn, die loodrecht op de richting h staat en zich uitstrekt van een punt van het aardoppervlak tot in het oneindige. Prof. Lorentz bewijst dat dit voor alle rechte lijnen en alle daarop loodrechte richtingen h alleen kan gelden, indien overal $K = 0$ is.

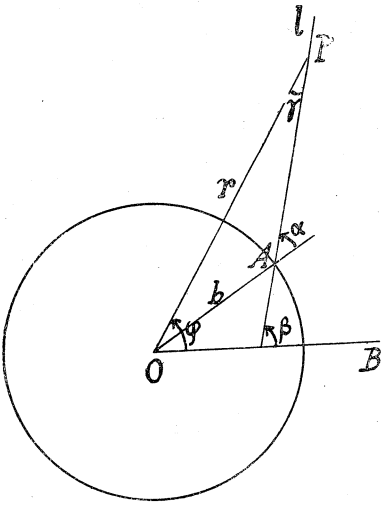
Bij dit bewijs wordt vooreerst ondersteld dat de aetherbeweging symmetrisch is om de lijn, die door het middelpunt der aarde gaat en de richting der aardsnelheid heeft, en verder dat in twee punten, die symmetrisch liggen t.o. van het loodrecht op die lijn door het middelpunt der aarde gebrachte vlak, de vector K dezelfde grootte en richting heeft. Wat de eerste onderstelling betreft, men kan zich moeilijk denken dat zij in werkelijkheid niet vervuld zou zijn. Anders is het echter met de tweede onderstelling; het is zeer wel denkbaar dat de wervelbeweging voor en achter de aarde verschillend is, waarop mij Prof. Ehrenfest opmerkzaam heeft gemaakt.

Nu tengevolge van de proeven van Miller de theorie van Stokes misschien weer opnieuw zal worden overwogen, is het wellicht niet geheel overbodig te laten zien dat uit (1), zonder eenige onderstelling aangaande de symmetrie van K, besloten kan worden tot het nul zijn van dien vector. Het eenige, wat wij daarbij zullen onderstellen, is dat er een exponent $\mu > 0$ bestaat, zoo, dat men bij elk positief getal ε een getal R kan vinden zoodat overal buiten een met de aarde concentrischen bol met straal R de grootheid $r^{1+\mu} \mid K \mid$ (r beteekent den afstand tot het middelpunt der aarde) kleiner dan ε is.

---

[1]) De l'influence du mouvement de la terre sur les phénomènes lumineux, Archives néerlandaises, **21**, [1887], p. 103.

[2]) De aberatietheorie van Stokes, Zittingsverslag Kon. Acad. van Wetensch., **1** [1892], p. 97.



2. Wij denken ons een willekeurig vlak V, dat den aardbol snijdt; zij O het middelpunt, b de straal der doorsnede. De figuur is geteekend in V; A is een punt van het aardoppervlak, waardoor een rechte lijn l geteekend is, die met den voerstraal OA den hoek α en met een vaste richting OB een hoek β insluit. Door α en β ($-\pi/2 \leqq \alpha \leqq \pi/2$, $0 \leqq \beta < 2\pi$) is de lijn l geheel bepaald. Voor de richting h kiezen wij een der beide richtingen loodrecht op V en vatten K_h in P op als een functie van de poolcoördinaten φ en r van P. Wij stellen

$$\mathsf{K}_h = \frac{1}{r^2} f\left(\frac{1}{r}, \varphi\right),$$

zoodat f een periodieke functie van φ is met de periode 2π. Vergelijking (1) gaat nu over in

$$\int_b^\infty \frac{1}{r^2} f\left(\frac{1}{r}, \varphi\right) \frac{dr}{\cos\gamma} = 0$$

of, daar in $\triangle\ O\,A\,P$

$$\sin\gamma = \frac{b}{r}\sin\alpha$$

is,

$$\int_b^\infty \frac{1}{r^2} f\,(x,\ \beta - \gamma\,) \frac{dr}{\sqrt{1 - \dfrac{b^2\sin^2\alpha}{r^2}}} = 0\,.$$

Stelt men $1/r = x$ en $b\sin\alpha = \lambda$, dan wordt dit

$$\int_0^{\frac{1}{b}} f\,(x, \beta - \gamma) \frac{dx}{\sqrt{1 - \lambda^2 x^2}} = 0\,.$$

Zij nu α niet recht, dus $\lambda^2 < b^2$; vermenigvuldigen wij dan met $\cos n\beta \; d\beta$ en integreeren wij naar β van 0 tot 2π, dan mogen wij de integratievolgorde verwisselen [1]) en vinden

$$\int_0^{\frac{1}{b}} \frac{dx}{\sqrt{1-\lambda^2 x^2}} \int_0^{2\pi} f(x, \beta - \gamma) \cos n\beta \, d\beta = 0.$$

Evenzoo

$$\int_0^{\frac{1}{b}} \frac{dx}{\sqrt{1-\lambda^2 x^2}} \int_0^{2\pi} f(x, \beta - \gamma) \sin n\beta \, d\beta = 0,$$

hetgeen men kan samenvatten tot

$$\int_0^{\frac{1}{b}} \frac{dx}{\sqrt{1-\lambda^2 x^2}} \int_0^{2\pi} f(x, \beta - \gamma) \, e^{in\beta} \, d\beta = 0.$$

Hierin kan men voor n achtereenvolgens 0, 1, 2, 3, ... nemen. Bij de integratie naar β blijven x en γ constant en draait dus de geheele figuur, behalve de lijn OB, om O. Voert men nu $\varphi = \beta - \gamma$ als integratieveranderlijke inplaats van β in, dan komt er

---

[1]) Dit zou ongeoorloofd kunnen zijn, indien aan de onderstelling, die wij aan het slot van 1 gemaakt hebben, niet voldaan is. Het volgende voorbeeld zal dit doen inzien. Stel de op V normale component K_h van K heeft de waarde $\frac{u(u-2)}{(u+1)^4}$ rechts van de raaklijn aan den cirkel, geteekend in het punt, waar OB den cirkel snijdt, en is nul links van die lijn; daarbij beteekent u den afstand tot die raaklijn, positief gerekend aan de rechterzijde. De functie is zoo gekozen, dat haar integraa naar u van 1 tot ∞ nul is (wij denken ons ter vereenvoudiging $b = 1$) en zoo dat zij nul is voor $u = 0$. Langs iedere rechte, die van den cirkelomtrek naar het oneindige gaat, is de integraal van K_h nul en K_h nadert in het oneindige tot 0 als $1/r^2$. Daar nu K_h niet identiek nul is, schijnt dit in strijd te zijn met de uitkomst, die in den tekst verkregen is. Maar er is ook niet voldaan aan de voorwaarde en men mag daarom de integratievolgorde niet verwisselen. Men kan zich daarvan gemakkelijk overtuigen door de integraal, die $\cos n\beta$ bevat, voor $n = 0$ uit te rekenen; integreert men eerst naar r dan komt er 0, verwisselt men echter de volgorde der integratie, dan heeft men te doen met de integraal

$$\int_1^{\infty} \frac{dr}{r^2 \sqrt{1 - \frac{\sin^2\alpha}{r^2}}} \int_0^{\operatorname{bg}\cos\frac{1}{r}} \left(1 - \frac{1}{r\cos\varphi}\right)\left(1 - \frac{1}{r\cos\varphi}\right)\frac{d\varphi}{\cos^2\varphi} =$$

$$= \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2\sin^2\alpha}} \int_0^{\operatorname{bg}\cos x} \left(1 - \frac{x}{\cos\varphi}\right)\left(1 - \frac{3x}{\cos\varphi}\right)\frac{d\varphi}{\cos^2\varphi}.$$

Na uitvoering van de eerste integratie vindt men $2x\left(\sqrt{1-x^2} - \log\frac{1+\sqrt{1-x^2}}{x}\right)$ en de tweede integratie levert nu niet 0. Men zou kunnen meenen, dat men een functie K_h kon krijgen die aan alle eischen voldoet en waarvoor aan (1) voldaan is, door in alle punten van den cirkel de raaklijn beschouwen, bij elk bovenstaande K_h te nemen en dan de superpositie te nemen van al die K_h-velden. Men krijgt dan een K_h, die alleen van r afhangt, nl. juist $2x^3\left(\sqrt{1-x^2} - \log\frac{1+\sqrt{1-x^2}}{x}\right)$, waarvoor nu niet meer aan (1) voldaan is; superpositie van velden, die aan (1) voldoen, levert dus niet noodzakelijk een veld dat aan (1) voldoet, *omdat de integratievolgorde niet steeds mag worden verwisseld.*

$$\int_0^{\frac{1}{b}} \frac{dx}{\sqrt{1-\lambda^2 x^2}}\, e^{i n \gamma} \int_0^{2\pi} f(x, \varphi)\, e^{i n \varphi}\, d\varphi = 0,$$

want wegens de periodiciteit mag men de grenzen der integraal, die door de substitute in $-\gamma$ en $-\gamma + 2\pi$ waren overgegaan, weer door 0 en 2π vervangen. Stellen wij nu ter bekorting

$$\int_0^{2\pi} f(x, \varphi)\, e^{i n \varphi}\, d\varphi = f_n(x),$$

dan is

$$f_n(x) = \int_0^{2\pi} f(x, \varphi) \cos n\varphi \, d\varphi + i \int_0^{2\pi} f(x, \varphi) \sin n\varphi \, d\varphi$$

en men heeft, daar $\sin \gamma = \lambda x$ is,

$$\int_0^{\frac{1}{b}} f_n(x) \frac{e^{i n \operatorname{bgsin} \lambda x}}{\sqrt{1-\lambda^2 x^2}}\, dx = 0.$$

Nu is voor $\lambda^2 x^2 < 1$

$$\frac{e^{i n \operatorname{bgsin} \lambda x}}{\sqrt{1-\lambda^2 x^2}} = \left(1 - \frac{n^2-1^2}{2!}\lambda^2 x^2 + \frac{(n^2-1^2)(n^2-3^2)}{4!}\lambda^4 x^4 - \cdots\right) +$$
$$+ i n \left(\lambda x - \frac{n^2-1^2}{3!}\lambda^3 x^3 + \frac{(n^2-2^2)(n^2-4^2)}{5!}\lambda^5 x^5 - \cdots\right), \ldots \quad (2)$$

een reeksontwikkeling, waarvan men de coëficiënten gemakkelijk vindt door $e^{i n \operatorname{bgsin} y}$ naar opklimmende machten van y te ontwikkelen en de uitkomst naar y differentiëeren.

Substitueert men nu de reeksontwikkeling in de integraal, dan mag men term voor term integreeren en daar de uitkomst identiek in λ nul moet zijn, moet de coëfficiënt van λ^k nul zijn voor $k = 0, 1, 2, \ldots$. Is n even, dan breekt het reëele deel der reeksontwikkeling (2) niet af en men ziet dus dat

$$\int_0^{\frac{1}{b}} f_{2n}(x)\, x^{2k}\, dx = 0$$

moet zijn voor $k = 0, 1, 2, \ldots$ en daaruit volgt $f_{2n}(x) = 0$ voor $0 < x < 1/b$. Is n oneven, dan breekt het imaginaire deel van de reeksontwikkeling (2) niet af en dus volgt dan

$$\int_0^{\frac{1}{b}} f_{2n+1}(r)\, x^{2k+1}\, dx = 0,$$

waaruit men besluit tot $f_{2n+1}(x) = 0$ voor $0 \leqq x \leqq 1/b$. Alle functies $f_n(x)$ zijn dus identiek gelijk aan 0 en de functie $f(x, \varphi)$, waarvan alle Fouriercoëfficiënten nul zijn, is dus ook identiek gelijk aan nul.

3. Thans volgt gemakkelijk dat overal $\mathsf{K} = 0$ is. Wil men namelijk bewijzen, dat $\mathsf{K} = 0$ is in een willekeurig punt buiten de aarde, dan brenge men door dat punt drie vlakken, die de aarde snijden en met elkaar een drievlakshoek vormen. De normale componente van K op elk dier vlakken moet volgens het voorgaande nul zijn en dus is K zelf nul in het beschouwde punt, q. e. d.

LES TENSIONS DE RADIATION ET LEUR INTERPRÉTATION.

par L. BRILLOUIN.

1. — *Introduction.*

Les forces moyennes développées par une onde, électromagnétique ou élastique, sur une surface réfléchissante ou absorbante, sont ordinairement connues sous le nom de pressions de radiation. Mais c'est un fait bien connu des physiciens, que ces forces ne correspondent pas à ce qu'on est convenu d'appeler une pression; ce terme doit être réservé pour le cas où les efforts sont proportionnels à l'élément de surface sur lequel ils s'exercent, et indépendants de son orientation. Or les forces dues aux radiations varient essentiellement suivant l'orientation des surfaces émettrices, absorbantes ou réfléchissantes, sur lesquelles on les observe.

Depuis les travaux de Lord Rayleigh, il est d'usage d'interpréter ces efforts comme dûs à la présence d'une densité de quantité de mouvement dans l'onde; prenons, par exemple, le cas de la réflexion d'une onde sur un miroir plan; on admet qu'il existe, dans la région traversée par l'onde incidente, une densité de quantité de mouvement E/V, E étant la densité d'énergie de l'onde et V sa vitesse de phase. Lors de la réflexion, on explique alors qu'il tombe sur le miroir une quantité de mouvement $E/V \times V = E$ par seconde, sous l'angle d'incidence Θ; l'onde

réfléchie emporte elle aussi une quantité de mouvement E, par seconde; par suite de la variation de quantité de mouvement, il se produit sur le miroir une force résultante $2\,E\cos^2\Theta$ par unité de surface.

Si j'ai rappelé rapidement ce raissonnement, c'est pour en montrer le point faible; il y figure deux hypothèses distinctes:
1^e/— existence d'une densité de quantité de mouvement E/V
2^c/— cette densité de quantité de mouvement est transportée par l'onde avec une vitesse V égale à la vitesse de phase.

Ces deux hypothèses permettent de retrouver les pressions de radiation, mais ceci ne prouve pas leur exactitude simultanée; elles ne sont pas, en général, vérifiées pas des calculs précis. Lord Rayleigh [1], dès ses premières études sur ces questions, avait cherché à calculer directement la densité de quantité de mouvement dans l'onde; j'avais cru devoir faire une correction à cette évaluation [2]; en réalité ces calculs sont tous deux entachés d'erreur, et la densité de quantité de mouvement moyenne est nulle, si l'on raisonne en mécanique classique. C'est au cours d'une discussion avec P. Ehrenfest (Leyde, 1922) que nous constatames ce résultat. Si l'on réfléchit davantage à ce problème, ou vient à douter, en effet, que la densité de quantité de mouvement puisse jouer un rôle quelconque. Ce qui permet le raisonnement rappelé plus haut, c'est l'introduction de la seconde hypothèse, par laquelle on transforme la densité de quantité de mouvement E/V en un flux de quantité de mouvement E dirigé suivant la normale à l'onde.

2. — *Rôle du flux de quantité de mouvement.*

Ce n'est donc, en dernière analyse, que le *flux de quantité de mouvement* qui importe; mais celui-ci est une grandeur mécanique bien connue; c'est la densité tensorielle à deux indices

$$\varrho\, v_i\, v_k$$

tout à fait analogue à la densité tensorielle des efforts ou tensions dans un milieu déformé. Si les tensions, dans un systême d'axes liés au corps élastique (et entrainé momentanément par lui) ont les valeurs Θ_{ik}, leur valeur dans un systême d'axes fixes est

$$\Theta_{ik} - \varrho\, v_i\, v_k.$$

---

1) Lord Rayleigh. Scientific Papers vol 5, p. 41 et p. 262.
2) L. Brillouin. Ann. Ec. Norm. Sup. t. 37, (1920) p. 357—459.

Prenons, par exemple, le cas d'un milieu fluide; pour des observateurs entrainés, les efforts se réduisent à une pression p, leurs composantes ont alors les valeurs

$$\begin{matrix} -p & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & -p \end{matrix}$$

Pour des observateurs fixes, le tableau des composantes s'écrit

$$(1) \qquad \begin{matrix} -p - \varrho\, v_1^2 & -\varrho\, v_1 v_2 & -\varrho\, v_1 v_3 \\ -\varrho\, v_1 v_2 & -p - \varrho\, v_2^2 & -\varrho\, v_2 v_3 \\ -\varrho\, v_1 v_3 & -\varrho\, v_2 v_3 & -p - \varrho\, v_3^2 . \end{matrix}$$

Un cas particulièrement simple nous permettra de voir comment ou retrouve par cette voie les tensions de radiation; supposons que le fluide obéisse à la loi de compressibilité suivante

$$(2) \qquad p = p_0 + \alpha\,(\varrho - \varrho_0)$$

une onde de compression se propagera sans déformation avec la vitesse $V = \sqrt{\alpha}$; considérons une onde sinusoïdale se propageant dans la direction Ox_1 (axes rectangulaires $Ox_1\, x_2\, x_3$). Par suite de la loi très simple (2) la pression moyenne, dans la région traversée par l'onde, sera égale à p_0; quant aux termes $\varrho\, v_i v_k$ de flux de quantité de mouvement, ils seront tous nuls en moyenne sauf le premier

$$\varrho\, \overline{v_1}^2 = E$$

et nous trouverons, pour la densité tensorielle des efforts et flux de quantité de mouvement, les valeurs moyennes suivantes

$$(3) \qquad \begin{matrix} -p_0 - E & 0 & 0 \\ 0 & -p_0 & 0 \\ 0 & 0 & -p_0 \end{matrix}$$

On vérifie facilement que cette répartition des efforts moyens correspond exactement aux divers énoncés classiques sur les pressions de radiation. J'ai développé ce point de vue, d'une manière très complète, dans deux articles récents [1]) et j'ai pu montrer qu'on retrouve ainsi, sans aucune hypothèse arbitraire, les tensions de radiation pour des ondes de type quelconque, élastiques ou électromagnétiques.

[1]) L. Brillouin. Ann. d. Phys. 10e serie t. 4. (1925) p. 528—586 et Journ. de Phys. décembre 1925.

3. — *Milieu fluide réel.*

Le problème précédent est particulièrement simple, parce que la loi de compressibilité admise (2) est linéaire; mais ceci est un cas idéal irréalisable; un corps matériel réel présente une loi de compressibilité plus complexe $p = f(\varrho)$; pour de petites variations de densité, ou peut se contenter d'un développement en série de Taylor

$$p = f_\circ + (\varrho - \varrho_\circ) f'_\circ + \tfrac{1}{2} (\varrho - \varrho_\circ)^2 f''_\circ + \cdots \tag{4}$$

les calculs sont alors un peu plus délicats, et l'on trouve que la pression moyenne, dans la région traversée par l'onde, diffère de la pression au repos; le tenseur des efforts et flux de quantité de mouvement prend l'aspect suivant

$$\begin{matrix} -p_\circ - E\dfrac{\partial \log V}{\partial \log \varrho} & 0 & 0 \\ 0 & -p_\circ - E\dfrac{\partial \log V}{\partial \log \varrho} & 0 \\ 0 & 0 & -p_\circ - E\dfrac{\partial \log V}{\partial \log \varrho} \end{matrix} \tag{5}$$

L'expression $\dfrac{\partial \log V}{\partial \log \varrho} = \dfrac{\varrho_\circ f''_\circ}{2 f'_\circ}$, qui apparait ici, caractérise l'influence des termes du second ordre dans la loi de compressibilité; les efforts représentés par le tableau (5) donnent, lors de la réflexion d'une onde plane sur un miroir plan, une pression normale au miroir et égale à

$$\Pi = 2 E \left(\cos^2 \Theta + \frac{\partial \log V}{\partial \log \varrho}\right) \tag{6}$$

résultat déja obtenu par d'autres méthodes de calcul. Le coefficient 2 tient à la présence des deux ondes incidente et réfléchie.

4. — *Corps solide isotrope.*

Si nous passons maintenant au cas d'un corps solide (isotrope) le problème est encore plus complexe; il faut prendre soin de ne négliger aucun terme du second ordre dans l'évaluation des tensions; si j'appele $u_1\ u_2\ u_3$ le déplacement d'un point du solide qui de trouvait initialement en $x_1\ x_2\ x_3$ (axes rectangulaires), les composantes de la déformation sont

$$(7)\quad \begin{cases} \text{dilatations} & e_{11} = 2\,\dfrac{\partial u_1}{\partial x_1} + \left(\dfrac{\partial u_1}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\dfrac{\partial u_2}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\dfrac{\partial u_3}{\partial x_1}\right)^2 \\ \text{glissements} & e_{12} = \dfrac{\partial u_1}{\partial x_2} + \dfrac{\partial u_2}{\partial x_1} + \dfrac{\partial u_1}{\partial x_1}\dfrac{\partial u_1}{\partial x_2} + \dfrac{\partial u_2}{\partial x_1}\dfrac{\partial u_2}{\partial x_2} + \\ & \qquad + \dfrac{\partial u_3}{\partial x_1}\dfrac{\partial u_3}{\partial x_2}. \end{cases}$$

Ou peut, avec ces composantes de la déformation, former trois combinaisons invariantes, du premier, second et troisième degré

$$(8)\quad \begin{cases} I_1 = e_{11} + e_{22} + e_{33} \\ I_2 = e_{11}^2 + e_{22}^2 + e_{33}^2 + 2\,e_{12}^2 + 2\,e_{23}^2 + 2\,e_{31}^2 \\ I_3 = e_{11}^3 + e_{22}^3 + e_{33}^3 + 3\,e_{11}\,(e_{12}^2 + e_{13}^2) + 3\,e_{22}\,(e_{21}^2 + e_{23}^2) + \\ \qquad + 3\,e_{33}\,(e_{31}^2 + e_{32}^2) + 6\,e_{12}\,e_{23}\,e_{31}. \end{cases}$$

Pour obtenir les efforts avec exactitude jusqu'au deuxième ordre, il faut partir d'un développement de la densité d'énergie potentielle, poussé jusqu'au troisième ordre; nous l'écrirons

$$(9)\quad E = E_0 - \tfrac{1}{2}\,p_0\,I_1 + \frac{\lambda}{8}\,I_1^2 + \frac{\mu}{4}\,I_2 + A\,I_1\,I_2 + B\,I_1^3 + C\,I_3 + \ldots.$$

p_0 est la pression extérieure constante, qu'il n'est pas nécessaire de supposer nulle; les coefficients λ et μ sont ceux de Lamé, et $A\,B\,C$ sont les coefficients des termes du troisième ordre.

Les calculs sont alors un peu longs, mais ne présentent aucune difficulté particulière; ils permettent d'aboutir aux résultats suivants. Considérons une *onde longitudinale*, se propageant suivant l'axe Ox_1, les tensions de radiation seront représentées par le tableau:

$$(10)\quad \begin{matrix} -p + \dfrac{E}{\lambda + 2\mu - p}\left(\dfrac{3\lambda}{2} + 3\mu + 24(A + B + C)\right) & 0 & 0 \\ 0 & -p + \dfrac{E}{\lambda + 2\mu - p}\left(\dfrac{\lambda}{2} + 8A + 24B\right) & 0 \\ 0 & 0 & -p + \dfrac{E}{\lambda + 2\mu - p}\left(\dfrac{\lambda}{2} + 8A + 24B\right) \end{matrix}$$

Si l'on étudie une *onde transversale*, il faut préciser sa polarisation. Pour une onde vibrant suivant Ox_2 et se propageant suivant Ox_1, les tensions ont pour valeurs:

$$(11)\quad \begin{matrix} -p + \dfrac{E}{\mu - p}\left(\dfrac{\lambda}{2} + \mu + 4A + 6C\right) & 0 & 0 \\ 0 & -p + \dfrac{E}{\mu - p}\left(\dfrac{\lambda}{2} + \mu + 4A + 6C\right) & 0 \\ 0 & 0 & -p + \dfrac{E}{\mu - p}\left(\dfrac{\lambda}{2} + 4A\right) \end{matrix}$$

Les deux premières composantes sont égales, ce qui conduit à des lois curieuses; une onde réfléchie par un miroir et vibrant dans le plan d'incidence exerce une pression normale au miroir et indépendante de l'incidence.

Ce dernier résultat était imprévu, et n'avait pas été signalé jusqu' à prèsent. J'avais obtenu moi-même, dans une étude antérieure, des formules très différentes pour le cas des ondes transversales, et je fus assez longtemps avant de découvrir le lapsus de mes raisonnements primitifs; le calcul correct me permit de retrouver très exactement les resultats ci-dessus.

Notons qu' il est indispensable, pour arriver aux formules rigoureuses, de prendre les expressions complètes des déformations (formules 7) et de ne pas se contenter des termes linéaires par rapport aux dérivées partielles, ainsi qu' on le fait ordinairement.

5. — *Dilatation thermique des solides.*

Quel est l'intérêt des calculs relatifs aux ondes élastiques dans un solide? Il semble très difficile de réaliser une expérience qui permette la mesure de ces tensions de radiation. Les formules présentent pourtant un intérêt réel, au point de vue de la théorie de la dilatation thermique des solides. On admet, depuis les travaux de Born et Debye sur les chaleurs spécifiques, que l'agitation thermique d'un solide peut être analysée en ondes élastiques. Les ondes sont de deux types (longitudinal et transversal) et se propagent en tous sens à travers le corps matériel. Elles possèdent toutes sortes de fréquences, avec accumulation vers les hautes fréquences, pour lesquelles la demi longueur d'onde soit de l'ordre de grandeur des distances moléculaires. Les ondes exercent, sur la surface qui limite le corps, des pressions de radiation. Lorsqu' on élève la température, l'énergie des ondes augmente, la pression de radiation est accrue, et provoque la *dilatation thermique.*

Puisque les ondes thermiques sont complètement diffusées en tous sens, les efforts sur la surface limitant le solide deviennent indépendants de son orientation et se réduisent à une pression. Tous calculs faits, celle-ci peut être mise sous la forme

$$\Pi = E_e \left(\tfrac{1}{3} + \frac{\partial \log V_l}{\partial \log \varrho}\right) + E_{tr} \left(\tfrac{1}{3} + \frac{\partial \log V_{tr}}{\partial \log \varrho}\right) \tag{12}$$

E_l et V_l étant la densité d'énergie et la vitesse des ondes longitudinales, tandis que E_{tr} et V_{tr} se rapportent aux ondes transversales. Cette formule est très voisine de celle que Debye et

Ratnowsky [1]) ont publié autrefois sous le nom d' „équation d'état du solide isotrope". Leur procédé de calcul thermodynamique, très indirect, était légèrement faussé par l'emploi d'une fréquence limite unique pour les ondes longitudinales et transversales ; il est plus raisonnable d'introduire une longueur d'onde limite unique, ce qui redonne la formule (12). H. A. Lorentz avait d'ailleurs déja obtenu [2]) un résultat identique au nôtre, et par un calcul purement mécanique; il n' avait pas précisé les tensions de radiations pour des ondes isolées, mais raisonnait directement dans l' hypothèse d'ondes complètement diffusées.

L'expression (12) peut être écrite au moyen des coefficients d'élasticité λ, μ, A, B, C, que nous avons introduits dans l'expression (9) de l'énergie potentielle. On s'aperçoit alors que, pour obtenir une pression Π dirigée vers l'extérieur du solide, il est indispensable que les A, B, C, soient négatifs et assez grands en valeur absolue. Nous ne possédons d' ailleurs, actuellement, que très peu de mesures qui permettent d'évaluer ces grandeurs.

6. — *Ondes électromagnétiques. Tensions de Maxwell.*

L'énoncé que nous avons critiqué au premier paragraphe s'applique très exactement, on le sait, au cas des ondes électromagnétiques dans le vide. Il est donc nécessaire d'examiner de près ce dernier problème. Mais nous devrons faire aussitôt une remarque. La théorie électromagnétique classique permet de prévoir les pressions de radiations, et ne donne aucune densité de quantité de mouvement. Cette doctrine s'est d'ailleurs heurtée à de grosses difficultés [3]) qui n'ont été résolues que par la théorie relativiste, et c'est cette dernière qui prévoit une densité de quantité de mouvement dans la région parcourue par l'onde. Nous allons voir comment les tensions de radiation s'obtiennent suivant un processus tout à fait analogue à celui que nous avons appliqué aux ondes élastiques: la valeur moyenne des tensions de Maxwell dans l'onde nous fournit les tensions de radiation. Quant à la densité de quantité de mouvement relativiste, sa présence permet d'éviter de voir apparaitre des forces pondéromotrices appliquées à l'éther [4])

[1]) Ann. der Phys., t. 38 (1913), p. 637.
[2]) Proc. Amst., t. 19 (1917), p. 1324.
[3]) Voir par exemple les articles de H.-A. Lorentz dans l'Encyklopädie der Math. Wiss., Bd V2, heft 1.
[4]) Ibidem, § 26, p. 113.

ce qui se produit chaque fois qu' on essaye d'appliquer les formules classiques à un problème non statique.

Plaçons-nous donc au point de vue relativiste, nous obtenons une densité tensorielle dans l'espace-temps, en prenant les composantes des tensions de Maxwell, du flux d'énergie, de la densité de quantité de mouvement et de la densité d'énergie; le tableau de ces composantes est le suivant:

(13) Tensions de Maxwell

Ψ_{11}	Ψ_{12}	Ψ_{13}	$-\frac{1}{c^2}P_1$
Ψ_{21}	Ψ_{22}	Ψ_{23}	$-\frac{1}{c^2}P_2$
Ψ_{31}	Ψ_{32}	Ψ_{33}	$-\frac{1}{c^2}P_3$
$-\frac{1}{c^2}P_1$	$-\frac{1}{c^2}P_2$	$-\frac{1}{c^2}P_3$	$-\frac{E}{c^2}$

— densité de quantité de mouvement

$-\frac{1}{c^2}$ densité d'énergie

$-\frac{1}{c^2}$ flux d'energie

Les tensions de Maxwell Ψ ont les valeurs bien connues (en unités rationelles Heaviside-Lorentz)

$$(14)\quad \begin{cases} \Psi_{11} = \frac{1}{2}(h_1 b_1 - h_2 b_2 - h_3 b_3) + \frac{1}{2}(H_1 B_1 - H_2 B_2 - H_3 B_3) + \\ \qquad + 2\left(\frac{\partial W_e}{\partial e_{11}}\right)_b + 2\left(\frac{\partial W_m}{\partial e_{11}}\right)_B \\ \Psi_{21} = \Psi_{12} = \frac{1}{2}(h_1 b_2 + h_2 b_1) + \frac{1}{2}(H_1 B_2 + H_2 B_1) + \\ \qquad + \left(\frac{\partial W_e}{\partial e_{12}}\right)_b + \left(\frac{\partial W_m}{\partial e_{12}}\right)_B \end{cases}$$

Les h, b sont les composantes du champ et de l'induction électrique, tandis que H, B sont le champ et l'induction magnétique; les dérivées de la densité d'énergie électrique W_e ou magnétique W_m qui figurent dans ces expressions sont prises par rapport aux déformations e_{11}, e_{12} .... à induction constante (b ou B) [1]; ces termes représentent respectivement l'électro- et la magnétostriction. Nous nous bornerons au cas d'un corps fluide, pour lequel la seule déformation à envisager est une compression isotrope; on voit alors facilement qu' il faut écrire:

[1] Les coefficients 2 ne figurent pas dans les formules de Lorentz auxquelles nous faisons référence; ceci tient à une difference de 1/2 daus les définitions des déformations prises dans ce travail, éq 7.

$$(15)\quad \frac{\partial W}{\partial e_{11}}=\frac{\partial W}{\partial e_{22}}=\frac{\partial W}{\partial e_{33}}=-\tfrac{1}{2}\frac{\partial W}{\partial \log \varrho};\quad \frac{\partial W}{\partial e_{12}}=\frac{\partial W}{\partial e_{23}}=\frac{\partial W}{\partial e_{31}}=0$$

Les dérivées étant prises à induction constante, leurs valeurs sont

$$(16)\qquad \left(\frac{\partial W_e}{\partial \log \varrho}\right)_b=-W_e\frac{\partial \log k}{\partial \log \varrho}\qquad \left(\frac{\partial W_m}{\partial \log \varrho}\right)_B=-W_m\frac{\partial \log \mu}{\partial \log \varrho}$$

k et μ sont le pouvoir diélectrique et la perméabilité magnétique. Le flux d'énergie est représenté par le vecteur de Poynting

$$P=c\,[h\times H]$$

7. — *Tensions de radiation des ondes électromagnétiques.*

Considérons maintenant une onde plane, se propageant dans la direction Ox_1; supposons que le champ électrique soit dirigé suivant Ox_2 et le champ magnétique suivant Ox_3. Nous nous bornerons au cas d'un milieu fluide transparent, dans lequel la vitesse des ondes est

$$V=\frac{c}{\sqrt{k\,\mu}}$$

La densité d'énergie totale E est alors donnée par les formules

$$E=2\,W_e=2\,W_m=k\,(h_2)^2=\mu\,(H_3)^2$$

Le vecteur de Poynting est dirigé suivant le rayon Ox_1

$$P_1=c\,h_2\,H_3=V\,E$$

Quant-aux tensions Ψ, elles se calculent sans peine.

$$\Psi_{11}=-E-\left(\frac{\partial W_e}{\partial \log \varrho}\right)_b-\left(\frac{\partial W_m}{\partial \log \varrho}\right)_B=-E-E\frac{\partial \log V}{\partial \log \varrho}$$

$$\Psi_{22}=\Psi_{33}=-E\frac{\partial \log V}{\partial \log \varrho}$$

Tous les autres termes sont nuls et notre tenseur prend la forme

$$(18)\qquad \left|\begin{array}{ccc|c} -E-E\dfrac{\partial \log V}{\partial \log \varrho} & 0 & 0 & -\dfrac{VE}{c^2} \\ 0 & -E\dfrac{\partial \log V}{\partial \log \varrho} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -E\dfrac{\partial \log V}{\partial \log \varrho} & 0 \\ \hline -\dfrac{VE}{c^2} & 0 & 0 & -\dfrac{E}{c_2} \end{array}\right|$$

L'ensemble des composantes d'espace (isolées par les traits pointillés) nous donne les tensions de radiation; elles présentent un aspect exactement semblable à celui du tenseur relatif à une onde de compression dans un fluide (éq. 5); la pression Π sur un miroir, pour une onde se réfléchissant sous l'incidence Θ, se tire facilement de ce tenseur

$$\Pi = 2\,E\left(\cos^2\Theta + \frac{\partial \log V}{\partial \log \varrho}\right)$$

et ce résultat correspond exactement aux formules classiques. Quant à la densité de quantité de mouvement, nous la voyons figurer dans la quatrième colonne du tableau (18); sa valeur est $E\,V/c^2$ et non pas E/V; elle ne suffit donc pas à expliquer les tensions de radiation, lorsque l'onde se propage daus un milieu matériel ($V<c$). Ce n'est que pour une onde se propageant dans le vide ($V=c$) que nous arrivons à interpréter la tension de radiation au moyen de la densité de quantité de mouvement. L'énoncé que nous critiquions au premier paragraphe est alors valable, mais c'est là un cas exceptionnel, et il nous a fallu raisonner en relativistes pour obtenir ce resultat.

En mécanique ou électromagnétisme classiques, on trouve toujours, quel que soit le type d'onde étudié, une densité de quantité de mouvement nulle; et, dans tous les cas, les tensions de radiation ne fournissent aucun renseignement sur l'existence ou la valeur de cette densité de quantité de mouvement. Elles dépendent au contraire directement de la densité tensorielle des „efforts et flux de quantité de mouvement"; on obtient directement le tableau des composantes de la tension de radiation en prenant les valeurs moyennes de ce dernier tenseur, dans la région parcourue par l'onde.

Il est évident que les tensions de radiation ne peuvent être mises en évidence, expérimentalement, que lorsque l'onde vient réagir sur un écran matériel, c: à: d. lors de l'émission, de l'absorption ou de la réflexion des ondes; mais il était, je crois, intéressant, de chercher les grandeurs qui, dans une onde en propagation libre, sont l'origine de ces tensions de radiation, et de les caluler d'une manière générale, sans rien préjuger du procédé expérimental pratique que l'on pourra choisir.

Qu' il me soit permis, en terminant, d'exprimer mon profond respect au professeur H. A. Lorentz, dont les travaux et l'enseignement m'ont servi de guides dans cette étude.

25 Nov. 1925.

IONISATIEEVENWICHT IN EEN STATIONAIR STRALINGSVELD.

door J. WOLTJER Jr.

§ 1. Kennis van den ionisatietoestand der elementen in de ster-atmosfeer is onontbeerlijk voor de interpretatie der ster-spectra. Als eerste benadering tot deze kennis kan men den ionisatiegraad berekenen uit temperatuur, druk en ionisatie-potentiaal alsof de gasmassa zich bevond in thermodynamisch evenwicht. Men komt dan tot een betrekking tusschen ionisatiegraad x, gasdruk p, absolute temperatuur T en ionisatiearbeid χ gegeven door de vergelijking [1]):

$$(1) \qquad \frac{x^2}{1-x^2}\,p = (k\,T)^{\frac{5}{2}}\, e^{-\frac{\chi}{k\,T}}\,(2\,\pi\,m_e)^{\frac{3}{2}}\,\frac{q'\,\sigma}{q\,h^3};$$

k en h zijn de gebruikelijke constanten, m_e de electronen massa, q en q' de gewichten a priori van neutraal en geioniseerd atoom, σ het aantal der aequivalente electronen, welke bij de ionisatie verwijderd kunnen worden. Formule (1) is in zooverre vereenvoudigd, als verondersteld is dat het atoom slechts één stationairen toestand heeft.

Nu is evenwel de straling in een ster-atmosfeer niet die welke behoort bij de temperatuur van de gasmassa in thermodynamisch evenwicht. Daar nu de ionisatie in hoofdzaak photo-electrisch plaats vindt zoo is het noodig het aequivalent van (1) te vinden voor het geval van een stationair stralingsveld zonder de verzwarende conditie van het thermodynamisch evenwicht.

Meghnad Saha en Ramani Kanta Swe hebben dit vraagstuk opgelost en hun uitkomst medegedeeld in een brief aan Nature [2]) d.d. 21 Jan. 1925. De indruk die hun schrijven geeft is dat zij het vraagstuk chemisch-thermodynamisch hebben aangevat door het reactie-evenwicht te zoeken van neutrale atomen, geioniseerde atomen, electronen en lichtimpulsen van gegeven frequentie ν.

Men kan evenwel ook tot een resultaat komen door statistische beschouwing aldus: men voert in twee waarschijnlijkheidscoefficienten, een die de ionisatie beheerscht en een die de recombinatie beheerscht. Met behulp van deze coefficienten drukt men de voorwaarde uit dat de toestand van het gas stationair is. De coeffi-

1) Cf. E. A. Milne „Note on Saha's ionisation formula...." Phil. Mag. Sept. 1925, p. 547.
2) Nature, 14 Maart 1925.

cienten zelf worden gedeeltelijk bepaald door den eisch dat voor een afgesloten stelsel zij het thermodynamisch evenwicht moeten bewerkstelligen. De invoering en berekening van dergelijke coefficienten is geschied door Einstein [1]) voor den overgang tusschen twee stationaire toestanden van een atoom; voor het ionisata-evenwicht onafhankelijk door R. Becker [2]) en door E. A. Milne [3]) in navolging van het werk van Einstein. Een toepassing dezer coefficienten buiten thermodynamisch evenwicht is reeds gemaakt door Milne voor zoover het den overgang tusschen twee stationaire toestanden van het atoom betrof in zijn onderzoek van het evenwicht van geioniseerd Ca in de chromosfeer der zon.

Doel dezer mededeeling is volgens de zooeven geschetste methode [4]) de uitbreiding van formule (1) af te leiden waarbij wij het resultaat van Saha en Swe met eenige wijziging zullen terugvinden.

§ 2. In de eerste plaats voeren wij in de genoemde waarschijnlijkheidscoefficienten. [5]) Men denke zich een geioniseerd gas waarin zich een stationair stralingsveld bevindt, afkomstig voor een deel uit het gas zelf, voor een deel van buiten. Laat de stralingsintensiteit in een bepaalde richting zijn I_ν; het aantal ionisaties per volume-eenheid veroorzaakt door deze straling in den tijd dt is dan

$$N(1-x)\,\Psi(\nu)\,d\nu\,dt\int I_\nu \frac{d\omega}{4\pi}; \tag{2}$$

N is het aantal atomen per volumen-eenheid; x geeft aan welke fractie daarvan geioniseerd is; $d\omega$ is de lichaamshoek van den stralingskegel; $\Psi(\nu)$ is een functie die de waarschijnlijkheid van ionisatie door licht van de frequentie ν aangeeft; wij zullen onderstellen dat Ψ behalve van de atoomstructuur slechts van ν afhangt. Voert men de stralingsdichtheid ϱ_ν in zoo wordt (2):

$$\frac{c}{4\pi} N(1-x)\,\varrho_\nu\,\Psi(\nu)\,d\nu\,dt, \tag{2a}$$

waar c de lichtsnelheid voorstelt.

Wij moeten nu verder berekenen het aantal ontmoetingen van zeker type dat een atoom heeft met de electronen. Het type van de ontmoeting kenschetsen wij door de snelheid v van het electron en den kortsten afstand tusschen de asymptoot aan de baan van

1) Phys. Zeitschrift **18**, p. 121, 1917.
2) Z. f. Ph. **18**, p. 325.
3) Phil. Mag. 47.
4) Cf. brief aan Nature (April 11, 1925).
5) Naar Becker en Milne.

het electron ten opzichte van het atoom en het atoom zelf, welke grootheid wij p zullen noemen. Wij verwaarloozen de beweging der atomen en nemen voor de snelheidsverdeeling der electronen die naar Maxwell. Wij denken ons nu dat voor elke (v, p) ontmoeting er een bepaalde waarschijnlijkheid bestaat dat het electron gebonden wordt onder uitstraling van licht van de frequentie ν bepaald uit de relatie:

(3) $$h\nu = \tfrac{1}{2} m_e v^2 + \chi .$$

Analoog met de positieve en negatieve „Einstrahlung" van Einstein onderscheiden Becker en Milne in deze waarschijnlijkheid twee stukken beantwoordende aan spontane binding van het electron en aan binding gestimuleerd door het aanwezige stralingsveld. Dienovereenkomstig stellen wij voor de waarschijnlijkheid van binding bij een (v, p) ontmoeting:

(4) $$f(v, p) + \varrho_\nu \frac{c}{4\pi} g(v, p).$$

Invoerende de functies $F(v)$ en $G(v)$ bepaald door

(5) $$F(v) = \int_0^\infty f(v, p)\, p\, dp \qquad G(v) = \int_0^\infty g(v, p)\, p\, dp$$

vindt men voor het aantal bindingen per volumen-eenheid onder uitstraling van licht van de frequenties ν tot $\nu + d\nu$:

(6) $$8\pi^2 N^2 x^2 \left(\frac{m_e}{2\pi k T}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m_e v^2}{2kT}} \left\{ F(v) + \varrho_\nu \frac{c}{4\pi} G(v) \right\} v^3\, dv\, dt$$

waar:

(7) $$h\, d\nu = m_e v\, dv .$$

Door te eischen dat in thermodynamisch evenwicht (waar dus I_ν gegeven is door de formule van Planck en x door de vergelijking (1) het bedrag (2) gelijk is aan het bedrag (6) vindt men de relaties [1]):

(8) $$\Psi(\nu) = \frac{4\pi^2 m_e^2 \sigma v^2 F(v) q'}{q c} \left(\frac{c}{h\nu}\right)^3$$

(9) $$\frac{F(v)}{G(v)} = \frac{2 h \nu^3}{c^2} .$$

§ 3. Om het ionisatieevenwicht te berekenen voor een stationair stralingsveld buiten thermodynamisch evenwicht maken wij gebruik van de zoo juist berekende waarschijnlijkheidscoefficienten.

[1]) Zie Milne, Phil. Mag. 47, gecorrigeerd voor den factor q', zie Milne Phil. Mag. Sept. 1925

Wij zullen het ionisatieevenwicht vastleggen door de voorwaarde dat het aantal ionisaties per volumen-eenheid en per tijdseenheid gelijk is aan het aantal bindingen.

Zoo algemeen geformuleerd zijn de ontwikkelingen van § 2 niet voldoende om verder te komen. Immers ionisatie kan ook door botsingen veroorzaakt worden en omgekeerd hoeft bij binding van een electron de vrijkomende energie niet uitgestraald te worden doch kan ter beschikking van een ander electron komen als kinetische energie. De frequenties van deze beide processen heeft R. H. Fowler [1]) onderzocht. Daar evenwel onder de omstandigheden waarin de materie in steratmosfeeren verkeert het aantal ionisaties door straling verre overtreft dat door botsing [2]) zoo zullen wij ons tevreden stellen met afleiding van het ionisatie-evenwicht onder verwaarloozing der ionisatie door botsing en van het daarbij behoorende inverse proces.

Onder deze voorwaarden is het ionisatie evenwicht vastgelegd door de relatie :

$$\frac{x^2}{1-x}N = \tag{10}$$

$$= \frac{\int_{\nu_0}^{\infty} \Psi(\nu)\, \varrho_\nu\, d\nu}{\int_{\nu_0}^{\infty} e^{-\frac{m_e v^2}{2kT}} \left[F(v) + \varrho_\nu \frac{c}{4\pi} G(v) \right] v^2\, dv} \left(\frac{2\pi k T}{m_e}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{m_e c}{3\,2\,h\,\pi^3};$$

ν_0 is afkorting voor χ/h. Reduceerende en gebruik makende van (8) en (9) volgt de ionisatie formule :

$$\frac{x^2}{1-x^2}p = \tag{11}$$

$$= e^{-\frac{\chi}{kT}} \frac{(kT)^{\frac{5}{2}} (2\pi m_e)^{\frac{3}{2}} \sigma q'}{q h^3} \frac{\int_{\nu_0}^{\infty} \Psi(\nu)\, \varrho_\nu\, d\nu}{\int_{\nu_0}^{\infty} \Psi(\nu)\, e^{-\frac{h\nu}{kT}}\, d\nu \left[\frac{8\pi h \nu^3}{c^3} + \varrho_\nu \right]}.$$

§ 4. Vergelijking van (11) met (1) doet ons zien dat de uitschakeling van het thermodynamisch evenwicht heeft gevoerd tot toevoeging van den factor :

1) Phil. Mag. 47 p 257 enz.
2) R. H. Fowler l.c.

$$(12) \qquad \frac{\int_{\nu_0}^{\infty} \Psi(\nu)\, \varrho_\nu\, d\nu}{\int_{\nu_0}^{\infty} \Psi(\nu)\, e^{-\frac{h\nu}{kT}}\, d\nu \left[\frac{8\pi h \nu^3}{c^3} + \varrho_\nu\right]}.$$

Voor thermodynamisch evenwicht is deze factor gelijk aan de eenheid zooals blijkt door substitutie van de formule van Planck voor ϱ_ν. Saha en Swe bepalen zich tot monochromatische straling en vinden in plaats van (12) den factor:

$$(13) \qquad \frac{\varrho_\nu}{e^{-\frac{h\nu}{kT}}\left[\frac{8\pi h \nu^3}{c^3} + \varrho_\nu\right]}.$$

Dit zoude met (12) overeenstemmen indien slechts licht van de frequentie ν kon ioniseeren. Is dit niet zoo dan doen zelfs bij monochromatische straling zich de andere frequenties gelden in het recombinatieproces. Immers door de monochromatische straling ontstaan wel electronen van zekere snelheid maar niet alleen deze doch alle andere snelheden zullen aan de recombinatie meewerken. Dit effect is uitgedrukt door de integraal in den noemer van (12) die zelfs voor monochromatische straling zich niet tot een enkel element reduceert, in tegenstelling met den teller.

§ 5. De onbepaaldheid in den corrigeerenden factor (12) gelegen in de invoering der functie $\Psi(\nu)$ kan men opheffen door de overweging dat de functie Ψ de absorptie meet van het gas voor straling van de frequentie ν. Uit metingen van de intensiteit van het correspondeerende absorptiespectrum of ook uit theoretische overwegingen over de waarde van den absorptiecoefficient kan men de functie Ψ bepalen. Doet men dit laatste en sluit men zich aan bij de berekeningen van Kramers [1]) over absorptie van X-stralen zoo vindt men dat Ψ evenredig is met ν^{-3}. Daar de evenredigheidsfactor in teller en noemer van (12) elkaar opheffen wordt de corrigeerende factor gelijk aan

$$(12a) \qquad \frac{\int_{\nu_0}^{\infty} \varrho_\nu\, \nu^{-3}\, d\nu}{\int_{\nu_0}^{\infty} e^{-\frac{h\nu}{kT}}\, d\nu \left[\frac{8\pi h}{c^3} + \varrho_\nu\, \nu^{-3}\right]}.$$

[1]) Kramers Phil Mag. 46.

§ 6. De structuur van de ionisatieformule, uitgedrukt door (11) of (12) geeft voor astrophysische toepassing aanleiding tot de volgende beschouwingen.

De ionisatie blijkt bepaald te worden door de stralingsdichtheid.

1e. In het *inwendige* van een ster is nu wel is waar de straling niet isotroop daar voortdurend energie naar buiten afvloeit, toch evenwel is de dichtheid van de straling met zeer groote benadering gelijk aan die van de straling in thermodynamisch evenwicht behoorend bij de temperatuur van het medium. [1]) De anisotropie van de straling zal dus geen invloed hebben op den ionisatie toestand.

2e. In de *atmosfeer* der ster is de anistropie veel sterker ontwikkeld, immers aan het oppervlak is de ingaande straling nul. Men kan nu uitgaande van de onderstelling van het stralingsevenwicht afleiden dat de stralingsdichtheid, indien de absorptiecoefficient niet afhangt van de frequentie, voor alle frequenties te samen gelijk is aan die van de „zwarte" straling. Er zal evenwel daar deze gelijkheid niet voor elke frequentie afzonderlijk vervuld is een invloed op den ionisatietoestand worden uitgeoefend door de afwijking in stralingsdichtheid van de „zwarte" straling.

§ 7. Ten slotte een opmerking over den absorptiecoefficient. Deze grootheid wordt gemeten door de functie $\Psi(\nu)$ eenerzijds, anderzijds door den ionisatiegraad. Immers bestraalt men het gas met licht van frequentie $>\nu_0$ zoo zal een gedeelte van de lichtenergie gebruikt worden om electronen los te maken. Het aantal dat los gemaakt wordt per tijdseenheid hangt af van het aantal aanwezige neutrale atomen en verder van de meerdere of mindere bekwaamheid die het licht bezit om electronen los te maken, welke bekwaamheid juist gemeten wordt door de functie Ψ. Het aantal aanwezige neutrale atomen zal behalve door druk en temperatuur bepaald worden door de stralingsdichtheid. Gevolg hiervan is dat de absorptiecoefficient een functie van de stralingsintensiteit zelf wordt. De berekening van dit functionaal verband op grond van formule (11) is duidelijk.

Summary :

The influence of a stationary radiation-field on the degree of ionisation of a gas is considered. A formula has been derived that differs in some respects from the result communicated by Saha and Swe to the Editor of „Nature".

1) Cf. Eddington Zeitschr. f. Ph. 7.

OVER DE SOORTELIJKE WARMTE VAN WATERSTOF

door G. H. DIEKE.

De ontdekking van Eucken [1]), dat de soortelijke warmte van waterstof bij lage temperaturen geleidelijk afneemt tot de waarde voor een eenatomig gas, werd onmiddellijk op grond der theorie der quanta verklaard. De theorie, die door Prof. P. Ehrenfest [2]) ontwikkeld was (talrijke andere verklaringen waren op een vorm der quantumtheorie gebaseerd, die sindsdien opgegeven is), werd in 1919 door Reiche [3]) uitgebreid en gaf een bevredigende overeenstemming met de ervaring. Het onderzoek der bandenspectra heeft echter geleerd, dat bij de rotatie der moleculen, halve en misschien ook andere gebroken quantumgetallen moeten worden toegepast.

Op initiatief van Prof. Einstein en Prof. Ehrenfest berekende de schrijver ongeveer twee jaar geleden opnieuw de soortelijke warmte van waterstof met halve quantumgetallen onder verschillende veronderstellingen. Het resultaat van deze en verdere berekeningen was, dat op grond van de tegenwoordige metingen geen eenduidige beslissing mogelijk is. Niettegenstaande dit is het misschien toch niet zonder nut de resultaten mede te deelen, al zij het dan ook alleen om anderen hetzelfde werk te besparen. Buitendien verschenen in de literatuur eenige artikelen over hetzelfde onderwerp, die allicht tot een verkeerde opvatting aanleiding zouden kunnen geven.

De rotatieenergie van een tweeatomig molecuul met het rotatiequantumgetal m is met groote benadering

$$E_m = \frac{8\pi^2 I}{h^2} m^2 \tag{1}$$

(I traagheidsmoment). Als p_m het gewicht a priori van den m'den rotatietoestand beteekent, is diens relatieve waarschijnlijkheid

$$p_m e^{-\frac{E_m}{kT}} = p_m e^{-m^2\sigma}, \left(\sigma = \frac{h^2}{8\pi^2 I k T}\right).$$

De totale energie van een grammolecuul gas is dus

1) A. Eucken, Berl. Ber. 1912, p. 141.
2) P. Ehrenfest, Verh. d. D. phys. Ges. 15, p. 456, 1913.
3) F. Reiche, Ann. d. Phys. 58, p. 657, 1919.

$$E_r = A \Sigma p_m E_m e^{-\frac{E_m}{kT}}$$

of, omdat

$$A \Sigma p_m e^{-\frac{E_m}{kT}} = N:$$

$$(2) \qquad E_r = \frac{N \Sigma p_m E_m e^{-\frac{E_m}{kT}}}{\Sigma p_m e^{-\frac{E_m}{kT}}} = - NkT \sigma \frac{d \log Q}{d \sigma}$$

waarbij

$$(3) \qquad Q = \Sigma p_m e^{-\frac{E_m}{kT}} = \Sigma p_m e^{-\sigma m^2}$$

De rotatiewarmte wordt nu

$$(4) \qquad S_r = \frac{dE_r}{dT} = -\frac{\sigma}{T} \frac{dE_r}{d\sigma} = R \sigma^2 \frac{d^2 \log Q}{d \sigma^2}$$

Uit optische gegevens is over den grondtoestand van H_2 nog niets bekend. Wel echter (Fulcherbanden) over een aangeslagen toestand [1]), waarbij de rotatieenergie is voorgesteld door

$$E_r = B (j + 1/2)^2 \qquad j = 1, 2, 3, \ldots\ldots$$

of, waarop de afwisselende intensiteiten der lijnen wijzen, door

$$E_r = B' (j \pm 1/4)^2 \qquad j = 1, 2, 3, \ldots\ldots$$

Men kan nu de soortelijke warmte van waterstof berekenen in de volgende onderstellingen:

I. m doorloopt de waarden 0.5, 1.5, 2.5 . . . . . .
(Analogie met HCl, CN enz.)

II. m doorloopt de waarden 1.5, 2.5, 3.5 . . . . . .

III. m doorloopt de waarden $(j \pm 1/4)$; $j = 1, 2, 3 \ldots$.
(II. en III. naar analogie met aangeslagen H_2)

Over de *gewichten a priori* is weinig met zekerheid bekend. Opdat

$$\lim S_r = R$$

moet voor hooge quantumgetallen p_m een lineaire functie van m zijn. Het is wegens de geheele waarden, die p_m moet hebben, te verwachten, dat dezelfde lineaire functie ook voor kleine m blijft gelden. (Met uitzondering misschien van de kleinste waarde van

[1]) G. H. Dieke, Versl. Kon. Ak. Amsterdam **33**, p. 390, 1924. ZS. f. Phys. **32**, p. 180, 1925. Phil. Mag. **50**, p. 173, 1925.

m). Wij kunnen dus, om de berekeningen zoo algemeen mogelijk te houden

$$p_m = m + \alpha \qquad (\text{of } p_j = j + B)$$

stellen en trachten α uit de waarnemingen te bepalen.

Een theoretische bepaling der gewichten a priori zou op twee verschillende wijzen mogelijk zijn:

1) Bepaal het aantal toestanden, waarin zich één toestand van het gedegenereerde systeem onder de invloed van een geschikt uitwendig veld splitst.

2) Bepaal het phasevolume tusschen twee opeenvolgende phasevlakken.

De toepassing der eerste methode vereischt, dat men weet, hoe zich een molecuul in een uitwendig veld gedraagt, waarover tot nu toe helaas nog zeer weinig bekend is. Met de eenvoudigste onderstellingen verkrijgt men [1]) $p_j = 2j \pm 1$ of $p_j = 2j$ ($j = 1, 2, 3, 4 \ldots$). De invoering van gebroken quantumgetallen en de onbekendheid met hun ware beteekenis maken ook de tweede methode onzeker. Neemt men aan, dat het totale impulsmoment van een molecuul nog een geheel veelvoud is van $h/2\pi$, dan zijn volgens Kratzer, en Kramers en Pauli [2]) de gebroken effectieve rotatiequantumgetallen $m = j - \varrho$ afkomstig van een gebroken electronenimpulsmoment $\varrho\, h/2\pi$ loodrecht op de verbindingslijn der kernen. Het gewicht a priori van den rotatietoestand met den totaalimpuls $j\,h/2\pi$ is dan evenredig met $j^2 - (j-1)^2 = 2j - 1$. Dat de gewichten a priori $1, 3, 5, \ldots (2j-1)$ op het oogenblik de waarschijnlijkste zijn, wordt door de intensiteiten in bandenspectra gesteund. Door de sommatieregel van Burger en Dorgelo op de intensiteiten der lijnen in een band toe te passen, konden nl. R. H. Fowler [3]) en de schrijver [4]) aantoonen, dat men in de eenvoudigste banden in tegenstelling met de waarnemingen afwisselend sterke en zwakke intensiteiten der opeenvolgende lijnen zou moeten hebben als men andere gewichten a priori dan $p_j = 2j - 1$ toekent.

Resultaten:

I. $m = 0.5,\ 1.5,\ 2.5, \ldots\ldots$ Stelt men:

1) F. Reiche, l. c. R. C. Tolman, Phys. Rev. **22**, p. 479, 1923. E. C. Kemble, Phys. Rev. **25**, p. 1, 1925.
2) A. Kratzer, Ann. d. Phys. 71, p. 72, 1923. H. A. Kramers und W. Pauli, ZS. f. Phys. **13**, p. 391, 1923.
3) R. H. Fowler, Phil. Mag. **49**, p. 1272, 1925.
4) G. H. Dieke, ZS. f. Phys. **33**, p. 161. Nature 115, p. 875, 1925.

$$e^{-\sigma} = s, \qquad m = j - 1/2, \qquad p_j = j - l + a,$$

dan kan men (4) in den vorm

$$S_r = 4\,\sigma^2 \frac{A + Ba + Ca^2}{D + 2Ea + Fa^2} R \tag{5}$$

brengen, waarbij

$$A = 8s^8 + 75s^{14} + 54s^{18} + \ldots.$$
$$B = s^2 + 18s^6 + 12s^8 + 108s^{12} + 100s^{14} + 45s^{18} + 400s^{20} + \ldots.$$
$$C = s^2 + 9s^6 + 4s^8 + 36s^{12} + 25s^{14} + 9s^{18} + 100s^{20} + \ldots,.$$
$$D = s^4 + 4s^8 + 4s^{12} + 6s^{14} + 12s^{18} + \ldots.$$
$$E = s^2 + s^4 + 2s^6 + 3s^8 + 5s^{12} + 4s^{14} + 5s^{18} + 4s^{20} + \ldots.$$
$$F = 1 + 2s^2 + s^4 + 2s^6 + 2s^8 + 3s^{12} + 2s^{14} + 2s^{18} + 2s^{20} + \ldots.$$

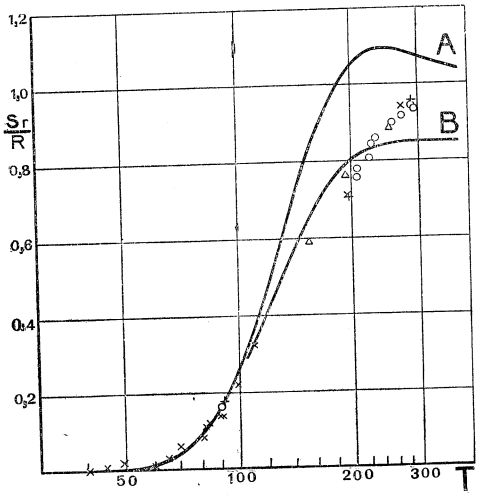


Fig. 1.

A en B stellen de krommen voor, die volgens deze formules voor $a = 1/2$ en $a = 1$ (gewichten 1, 3, 5, ... en 2, 4, 6, ...) berekend zijn. [1]) De eenige constante, het traagheidsmoment I is zoo bepaald, dat de overeenstemming met de metingen zoo goed mogelijk wordt. De metingen van Eucken [2]) zijn door een $\times$ gekenmerkt, die van Scheel en Heuse [3]) door een +, die van Brinkworth [4]) door een $\triangle$ en die van Giacomini [5]) door een O. Om de vorm der krommen onafhankelijk van de waarde van het traagheidsmoment I te doen zijn, is *log* T als absis genomen. De overeenstemming met de ervaring is niet bijzonder goed. Ook voor andere, theoretisch onwaarschijnlijke waarden van a wordt zij niet veel beter. De waarde van I wordt slechts weinig door de speciale keuze der gewichten a priori beinvloed en is hier $0.143.10^{-40}$.

1) De kromme A is identiek met diegene, welke Planck (Ber. d. D. Phys. Ges. **17**, p. 415, 1915.) op grondslag van zijn tweede theorie berekend had. (Vgl. ook Reiche l.c.). De kromme B werd ook door R. C. Tolman (Phys. Rev. **22**, p. 479, 1923.) berekend.
2) A. Eucken, l.c.
3) Scheel und Heuse, Ann. d. Phys. **40**, p. 473, 1913.
4) J. H. Brinkworth, Proc. Roy. Soc. **A 107**, p. 510, 1925.
5) F. A. Giacomini, Phil. Mag. **50**, p. 146, 1925.

II. $m = 1.5,\ 2.5,\ 3.5, \ldots\ldots$ De coëfficiënten in (5) worden nu:

$$A = 8s^4 + 75s^{10} + 54s^{14} + 324s^{18} + 392s^{22} + 1172s^{28} + 1440s^{32} + \\ + 1215s^{38} + 2400s^{40} + \ldots.$$

$$B = 12s^4 + 100s^{10} + 45s^{14} + 405s^{18} + 294s^{22} + 1288s^{28} + \\ + 1008s^{32} + 648s^{38} + 2000s^{40} + \ldots.$$

$$C = 4s^4 + 25s^{10} + 9s^{14} + 81s^{18} + 49s^{22} + 212s^{28} + 144s^{32} + \\ + 81s^{38} + 400s^{40} + \ldots.$$

$$D = 1 + 4s^4 + 4s^8 + 6s^{10} + 12s^{14} + 8s^{18} + 9s^{20} + 16s^{22} + 34s^{28} + \\ + 20s^{32} + 16s^{36} + 30s^{38} + 12s^{40} + \ldots.$$

$$E = 1 + 3s^4 + 2s^8 + 4s^{10} + 5s^{14} + 5s^{18} + 3s^{20} + 6s^{22} + 13s^{28} + \\ + 7s^{32} + 4s^{36} + 8s^{38} + 7s^{40} + \ldots.$$

$$F = 1 + 2s^4 + s^8 + 2s^{10} + 2s^{14} + 2s^{18} + s^{20} + 2s^{22} + 4s^{28} + \\ + 2s^{32} + s^{36} + 2s^{38} + 2s^{40} + \ldots$$

De overeenstemming met de ervaring is heel wat beter, zooals men ziet uit fig. 2., C en D, die met de gewichten 1, 3, 5,....., resp. 2, 4, 6,... berekend zijn. Het traagheidsmoment wordt $0.296.10^{-40}$, resp. $0.306.10^{-40}$.

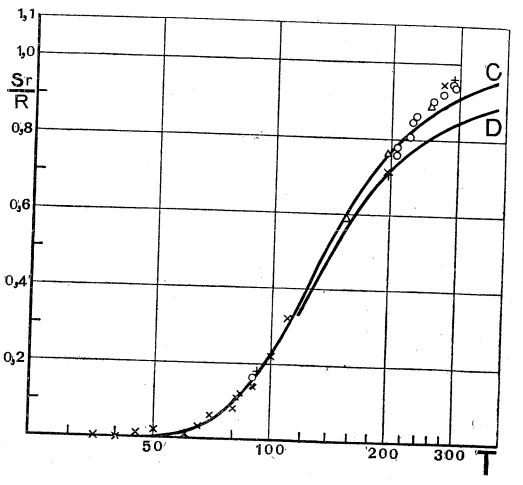


Fig. 2.

III. Als de electronenimpuls van het H_2 molecuul $^1/_4 \frac{h}{2\pi}$ is, en rotaties met een impulsmoment in dezelfde of tegengestelde richting mogelijk zijn, die dezelfde gewichten a priori hebben, dan wordt $m = j \pm 1/4$, en:

$$Q = \sum_{j=1}^{\infty} p_j \left[e^{-(j-1/4)^2 \sigma} + e^{-(j+1/4)^2 \sigma} \right]$$

wat na weglating van overbodige factoren op den vorm

$$Q = \sum_{j=1}^{\infty} p_j \left[-\frac{\sigma}{4}(4j^2 - 2j) + e^{-\frac{\sigma}{4}(4j^2 + 2j)} \right]$$

kan worden gebracht. S_r laat zich dan weer in den vorm (5) schrijven, als men stelt $e^{-\frac{\sigma}{4}} = s$ en $p_j = j + a$. De coëfficiënten worden:

$$A = 4s^4 + 50s^{10} + 18s^{14} + 162s^{18} + 98s^{22} + 652s^{28} + \\ + 432s^{32} + 486s^{38} + 1200s^{40} + 972s^{44} + \ldots$$

$$B = 8s^4 + 75s^{10} + 27s^{14} + 243s^{18} + 147s^{22} + 848s^{28} + \\ + 576s^{32} + 405s^{38} + 1600s^{40} + 1296s^{47} + \ldots.$$

$$C = 4s^4 + 25s^{10} + 9s^{14} + 81s^{18} + 49s^{22} + 212s^{28} + \\ + 144s^{32} + 81s^{38} + 400s^{40} + 324s^{44} + \ldots.$$

$$D = 1 + 2s^4 + s^8 + 4s^{10} + 4s^{14} + 4s^{18} + 4s^{20} + 4s^{22} + \\ + 14s^{28} + 6s^{32} + 4s^{36} + 12s^{38} + 6s^{40} + 6s^{44} + \ldots.$$

$$E = 1 + 2s^4 + s^8 + 3s^{10} + 3s^{14} + 3s^{18} + 2s^{20} + 3s^{22} + \\ + 8s^{28} + 4s^{32} + 2s^{36} + 5s^{38} + 4s^{40} + 4s^{44} + \ldots.$$

$$F = 1 + 2s^4 + s^8 + 2s^{10} + 2s^{14} + 2s^{18} + s^{20} + 2s^{22} + \\ + 4s^{28} + 2s^{32} + s^{36} + 2s^{38} + 2s^{40} + 2s^{44} + \ldots.$$

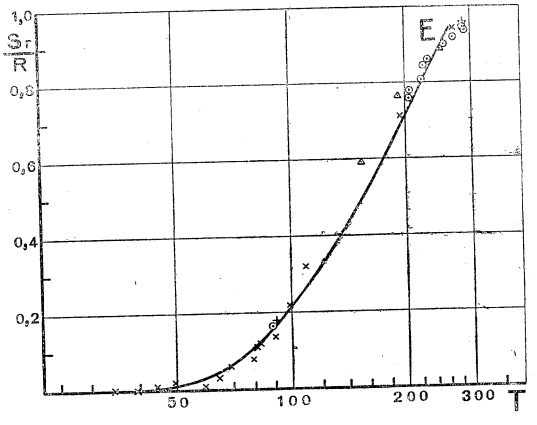


Fig. 3.

Het verloop der soortelijke warmte volgens deze veronderstellingen is in fig. 3 geteekend met de theoretisch te verwachten gewichten a priori 1, 3, 5, ... Voor alle andere p_j wordt de overeenstemming slechter. Het traagheidmoment is $0.085.10^{-40}$.

Discussie der resultaten.

De krommen A en B toonen, dat een overeenstemming tusschen ervaring en theorie niet bereikt kan worden, als men m de waarden 0.5, 1.5, 2.5, ... laat doorloopen. Schrödinger [1]) verkreeg weliswaar een betere overeenstemming door de gewichten a priori willekeurig zoo te kiezen, dat de empirische kromme zoo nauw mogelijk bij de empirische gegevens aansloot. Maar afgezien van het feit, dat ook bij hem de overeenstemming nog verre van volledig is, zal het moeilijk zijn een theoretische verklaring zijner gewichten 1, 2, 4, ... of 4, 7, 17, ... te geven.

1) E. Schrödinger. ZS. f. Phys. **30**, p. 341, 1924.

Uit de kromme C, D en E ziet men, dat met de onderstellingen II en III een veel betere overeenstemming met de waarnemingen bereikt kan worden. Maar de krommen toonen ook dat het moeilijk is te beslissen, welke de voorkeur verdient. Ook met andere onderstellingen over de natuur van het H_2-molecuul, die tot andere gewichten a priori leiden, verkrijgt men krommen, die voor lage temperaturen een bevredigende overeenstemming met de waarnemingen geven en bij hoogere temperaturen min of meer afwijken. De onzekerheid der metingen vooral voor gemiddelde temperaturen maakt een beslissing nog moeilijker. De verschillende grondonderstellingen over de waarden, die m kan aannemen, leiden tot verschillende waarden voor het traagheidsmoment, die in de volgende tabel verzameld zijn.

∇	kleinste waarde van m	$I.10^{40}$	
Ehrenfest 1913	0	0.069	
Reiche 1919	1	0.21	Niet rigide
Kemble en van Vleck 1923	1	0.198	molecuul
$m = j \pm 1/2$	0.5	0.143	$p = 2, 4, 6, \ldots$
$m = j + 1/2$	1.5	0.296	$p = 1, 3, 5, \ldots$
$m = j + 1/2$	1.5	0.306	$p = 2, 4, 6, \ldots$
$m = j \pm 1/4$	0.75	0.085	$p = 1, 3, 5, \ldots$
Bohr-Debije (model)	—	0.29	

De waarde voor I wordt door de speciale keuze der gewichten slechts weinig beinvloed.

Bij het beoordeelen der overeenstemming bij kamertemperatuur, waar volgens de nieuwe metingen van Giacomini alle krommen systematisch van de waarnemingen schijnen af te wijken, moet men er rekening mede houden, dat (1) slechts een benaderde uitdrukking voor de energie is, die streng alleen voor absoluut rigide moleculen zou gelden. De volgende twee oorzaken moeten de krommen bij hoogere temperaturen modificeeren:

1) Het molecuul is niet rigide, en de afstand der kernen neemt onder den invloed der centrifugaalkracht met m toe. De rotatie-energie wordt dan met grootere benadering

$$E_r = \frac{h^2}{8\pi^2 I} m^2 \left(1 - \frac{h^2}{16\pi^4 I^2 \nu_0^2} m^2 + \ldots\right)$$

waarin de vastheid der binding uitgedrukt wordt door de frequentie ν_0 der kernoscillaties. Hierdoor worden de krommen iets omlaag gedrukt.

2) De energie der kernoscillaties geeft ook een bijdrage tot de soortelijke warmte, die bij kamertemperatuur al merkbaar kan worden.

Voor niet te hooge temperaturen biedt de inachtneming der twee correcties geen moeilijkheden. De resultaten hangen echter zoo sterk van de waarde der oscillatiefrequentie ν_0 af, dat het nog niet de moeite waard schijnt, deze berekeningen mede te deelen. Kemble en Van Vleck [1]) namen in hun berekeningen (met geheele waarden van m) beide correcties in aanmerking en bepaalden ν_0 uit de metingen bij hoogere temperaturen. Aangezien deze uiterst onzeker zijn en ook de vorm der kracht tusschen de beide kernen, die zij aannemen, alleen voor kleine amplituden geldig is, kan hun methode geen zeer nauwkeurige resultaten geven.

Ten slotte zij er nog op gewezen, dat de mogelijkheid bestaat, dat de energie ook voor kleine waarden van m niet door (1) kan worden voorgesteld, maar zooals bij N_2 en OH zich gedraagt als $B\,(\sqrt{j^2-\sigma^2}-\varrho)^2$. In dit geval zouden de krommen belangrijke wijzigingen kunnen ondergaan. Over al deze vragen zal men ongetwijfeld in de naaste toekomst door een onderzoek van het spectrum van het normale H_2-molecuul opheldering verkrijgen.

Leiden, INSTITUUT VOOR THEORETISCHE NATUURKUNDE
EN
Berkeley, UNIVERSITY OF CALIFORNIA, DEPARTMENT OF PHYSICS.

1) E. C. Kemble and J. H. van Vleck, Phys. Rev. **21**, p. 653, 1923.

HET ZEEMANEFFECT IN DE SPECTRA VAN HOOGEREN TRAP [1])

door S. GOUDSMIT.

§ 1. Volgens een artikel van Pauli [2]) en eenige daarbij aansluitende publicaties [3]) draagt elk electron in een atoom de quantavectoren R en K. De beteekenis van deze quantagetallen, die nog onzeker is, is voor het volgende niet essentieel [4]).

1) Voorloopige mededeeling in Die Naturw. Dec. 1925.
2) W. Pauli Jr. ZS. f. Phys. 31, 765, 1925.
3) S. Goudsmit, ZS. f. Phys. 32, 794, 1925. W. Heisenberg ZS. f. Phys. 32, 841, 1925. F. Hund, ZS. f. Phys. 33, 345, 1925. G. E. Uhlenbeck u. S. Goudsmit. Naturw. 20 Nov. 1925.
4) Men vergelijke het overzicht in het vorige Physicanummer.

Voor een geheel atoom stellen de vectoren R van alle electronen zich samen tot een resultante $\overline{R}$, terwijl de vectoren K een resultante $\overline{K}$ vormen. De totale resultante van alle R en K, dus van $\overline{R}$ en $\overline{K}$, wordt $\overline{J}$ genoemd. Het is duidelijk, dat bij gegeven waarden van de R en K van alle electronen, de resultanten $\overline{R}$, $\overline{K}$, $\overline{J}$ nog verschillende waarden aannemen kunnen [1]).

In een zwak magnetisch veld voert $\overline{J}$ een Larmorprecessie uit om de veldrichting. De energieverandering tengevolge van het veld is dan volgens Landé [2]):

$$\triangle E = \overline{m} \cdot \overline{g} \cdot \frac{e\,h}{4\,\pi\,\mu\,c} H.$$

hierin is $\overline{m}$ de projectie van $\overline{J}$ op het veld H. (e en μ lading en massa van het electron, h constante van Planck, c lichtsnelheid). De splitsingsfactor $\overline{g}$ wordt in dit geval eenvoudig berekend met de formule van Landé:

$$\overline{g} = 1 + \frac{\overline{R}^2 - \overline{K}^2 + \overline{J}^2 - \frac{1}{4}}{2\,(\overline{J}^2 - \frac{1}{4})}.$$

In een sterk magnetisch veld, d.w.z. zoo sterk, dat de koppeling tusschen $\overline{R}$ en $\overline{K}$ verbroken wordt, verliest $\overline{J}$ zijn beteekenis, doordat $\overline{R}$ en $\overline{K}$ elk onafhankelijk van elkaar een Larmorprecessie uitvoeren met de projecties $\overline{m}_R$ en $\overline{m}_K$ op de veldrichting. De energieverandering is dan

$$\triangle E = (2\,\overline{m}_R + \overline{m}_K) \cdot \frac{e\,h}{4\,\pi\,\mu\,c} H.$$

Men heeft dan het Paschen-Backeffect.

§ 2. Bij den opbouw van een atoom uit electronen kunnen zich echter nog andere gevallen voordoen, waarvan we eenige in het volgende iets nader zullen beschouwen.

We denken ons een ion, dat bepaalde resultanten R_1 en K_1 draagt en voegen een electron hieraan toe met de quanta-getallen R_2, K_2. Het geheel beschouwen we in een uitwendig magnetisch veld [3]).

---

1) Voor de beperkingen zie men de onder 2) en 3) geciteerde artikelen.
2) E. Back u. A. Landé, Zeemaneffekt, u. Multiplettstruktur.
3) Indien R_1 en K_1 zoodanige waarden hebben, dat er meer dan één resultante J_1 kan zijn, krijgt men een zgn. spectrum van hoogeren trap. Dit is het geval als zoowel R_1 als K_1 ongelijk aan $1/2$ is (in de normeering van Landé) d.w.z. dat de toestand van het ion niet tot een enkelvoudig termsysteem mag behooren en geen s-toestand mag zijn. R_2 is altijd gelijk aan 1.

We onderscheiden de vier gevallen a, b, c en d:

a) Het uitwendig veld is sterk, zoowel voor het ion als voor het toegevoegde electron. De grootte der wisselwerking tusschen beide is dan onverschillig. De vectoren R_1, K_1, R_2, K_2 stellen zich dan onafhankelijk van elkaar in ten opzichte van het veld, met de projecties m_{R1}, m_{K1}, m_{R2}, m_{K2}. De energieverandering bedraagt:

$$\triangle E = (2\, m_{R1} + m_{K1} + 2\, m_{R2} + m_{K2}) \frac{e\, h}{4\, \pi\, \mu\, c} H.$$

Dit is het geval van het volledige Paschen-Back-effect, dat reeds in vroegere publicaties van Landé [1]) en Pauli [2]) behandeld is. Terugrekenend voor een zwak veld met de methode van Pauli, kan men alleen de *sommen* der g-waarden vinden voor de toestanden, die in het zwakke veld dezelfde $\bar{J}$ hebben.

b) Het uitwendig veld is zwak. De wisselwerking tusschen ion en electron is groot. In dit geval vormen R_1 en R_2 een resultante $\bar{R}$ en onafhankelijk hiervan K_1 en K_2 een resultante $\bar{K}$, De totale De totale resultante $\bar{J}$ richt zich in het magnetisch veld. Men heeft dan het in § 1 beschreven geval.

c) Het uitwendig veld is zwak, zoowel voor het ion als voor het electron, terwijl de wisselwerking tusschen beide laatste klein is. Dit geval is nieuw. De koppeling tusschen R_1 en K_1 evenals die tusschen R_2 en K_2 zal blijven bestaan. De totale resultante $\bar{J}$ moet men zich dus nu opgebouwd denken uit de resultanten J_1 van het ion en J_2 van het electron. De waarden van den splitsingsfactor $\bar{g}$ kan men in dit geval uit het vector model op dezelfde wijze berekenen als dit door Landé gedaan is. In plaats van $\bar{R}$ komt bij ons J_1 met de splitsingsfactor g_1, in plaats van $\bar{K}$ komt J_2 met g_2. Als uitkomst krijgt men:

$$\bar{g} = \frac{\bar{J}^2 - \frac{1}{4} + J_1^2 - J_2^2}{2\,(\bar{J}^2 - \frac{1}{4})}\, g_1 + \frac{\bar{J}^2 - \frac{1}{4} + J_2^2 - J_1^2}{2\,(\bar{J}^2 - \frac{1}{4})}\, g_2.$$

Hierin zijn dus g_1 en g_2 de splitsingsfactoren van ion en electron, welke men met de formule van Landé kan berekenen, aldus

$$g_1 = 1 + \frac{J_1^2 - \frac{1}{4} + R_1^2 - K_1^2}{2\,(J_1^2 - \frac{1}{4})} \qquad g_2 = 1 + \frac{J_2^2 - \frac{1}{4} + R_2^2 - K_2^2}{2\,(J_2^2 - \frac{1}{4})}$$

1) A. Landé, Ann. d. Phys. 76, 273, 1925.
2) W. Pauli jr. ZS. f. Phys, 16, 155, 1923.

d) Het nu volgende geval is bijna gelijk aan het vorige. De wisselwerking tusschen ion en electron is weer klein. Het uitwendig veld is zwak voor het ion maar nu sterk voor het electron. Voor dit geval is de berekeningswijze der g-waarden door Pauli [1]) aangegeven. Terugrekenend voor een zwak uitwendig veld, op de in vroegere publicaties van Pauli ontwikkeld wijze, vindt men echter niet altijd de afzonderlijke g-waarden, maar g-sommen, waarvan men niet weet hoe ze over de toestanden te verdeelen zijn. In dit speciale geval vindt men steeds de sommen der g-waarden van de toestanden die $\bar{J}$ en J_1 gelijk hebben, maar J_2 verschillend.

§ 3. Door Hund [2]) zijn de gevallen b en d reeds vergeleken met de waarnemingen [3]) in het Neonspectrum. Ook is door hem nagegaan hoe de door Paschen [4]) gevonden termen toegevoegd moeten worden aan die, welke uit schema b volgen, en eveneens tot welken toestand van het Neonion ze behooren. De tabel geeft deze vergelijking van Hund aangevuld met de uit schema c berekende resultaten. [5])

Symbolen		Schema c		$\bar{J}$	g-waarden			
Paschen	Schema b	J_1	J_2		b	c	d	waarg.
s_3	$^3P_0$	1	1	$1\frac{1}{2}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
s_4	$^3P_1$	1	1	$\frac{1}{2}$	1,50	1,33	1,33	1,46
s_2	$^1P_1$	2	1	$1\frac{1}{2}$	1,00	1,17	1,17	1,03
s_5	$^3P_2$	2	1	$2\frac{1}{2}$	1,50	1,50	1,50	1,50
p_3	$^3P_0$	1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
p_2	$^3P_1$	1	2	$1\frac{1}{2}$	1,50	1,50	2,17	1,34
p_7	$^3D_1$	1	1	$1\frac{1}{2}$	0,50	0,67		0,67
p_6	$^3D_2$	1	2	$2\frac{1}{2}$	1,17	1,17	1,17	1,23
p_1	$^1S_0$	2	2	$\frac{1}{2}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
p_5	$^1P_1$	2	2	$1\frac{1}{2}$	1,00	1,33	2,83	1,00
p_{10}	$^3S_1$	2	1	$1\frac{1}{2}$	2,00	1,50		1,98
p_4	$^3P_2$	2	2	$2\frac{1}{2}$	1,50	1,33	2,50	1,30
p_8	$^1D_2$	2	1	$2\frac{1}{2}$	1,00	1,17		1,14
p_9	$^3D_3$	2	2	$3\frac{1}{2}$	1,33	1,33	1,33	1,33

1) Gepubliceerd in een artikel van F. Hund, ZS. f. Phys. 34, 296, 1925.
2) F. Hund, ZS. f. Phys. 34, 296, 1925.
3) E. Back, Ann. d. Phys. 76, 317, 1925.
4) F. Paschen, Ann. d. Phys. 63, 201, 1920.
5) Telkens daar, waar schema d een g-som geeft is de toevoeging der uit c berekende g-waarden onbepaald. Ze zijn in de tabel zoo geplaatst, dat ze het dichtst bij de waarnemingen en bij b aansluiten.

De tabel leert ons, dat geen van de grensgevallen b, c, d, voor het Neonspectrum geldt. Sommige g-waarden sluiten beter aan bij b, andere weer bij c en d. Men ziet, dat het van belang is om ook de g-waarden voor de hoogere serietermen van Neon te kennen, daar deze zich waarschijnlijk beter bij een der schema's zullen aansluiten [1])

Het is verder bekend, dat de intervalregel van Landé [2]), zooals deze uit schema b volgt, niet voor het Neonspectrum geldig is. Uit schema c volgt een andere interval regel:

De termverschillen der termen, die J_1 en J_2 hetzelfde hebben, verhouden zich als de verschillen van $\bar{J}^2$ voor die termen.

Ook deze intervalregel blijkt echter bij Neon niet uit te komen.

Naschrift bij de correctie. De quantavectoren R_1, K_1, R_2 en K_2 in een atoom kunnen zich nog op andere dan de hier besproken wijzen tot gedeeltelijke resultanten vereenigen en de totale resultante $\bar{J}$ vormen. Het is intusschen gebleken, dat ook die andere samenstellingen merkwaardige resultaten opleveren. Onder andere is het gelukt een eenvoudige interpretatie te geven van de zoo vreemde „Verzweigungssatz" van Landé en Heisenberg. Hierover zal een publicatie, te zamen met G. E. Uhlenbeck, in Zeitschrift für Physik verschijnen.

Leiden, INSTITUUT VOOR THEORETISCHE NATUURKUNDE

1) Neemt men, b.v. voor de p-termen, de g-sommen van alle termen, die een zelfde $\bar{J}$ hebben, dan geven alle berekeningswijzen (waarbij ook die van Landé en Hund, welke hier niet behandeld zijn) dezelfde sommen, en wel in overeenstemming met de waarnemingen. Voor den overgang van a naar b is dit vroeger reeds door Pauli aangetoond, voor de andere is het echter nog niet afgeleid.

2) E. Back u. A. Landé l.c.

OVER EEN STELLING VAN LORENTZ EN HAAR UITBREIDING VOOR MEERDIMENSIONALE RUIMTEN

door G. E. UHLENBECK.

In een verhandeling van Bockwinkel [1]) wordt zonder bewijs gebruik gemaakt van de volgende stelling, die Prof. Lorentz langen tijd geleden eens op een college afleidde:

Zij $\Phi(x\ y\ z)$ een functie, die overal voldoende regulair is en in het oneindig voldoende sterk tot nul nadert, dan geldt de identiteit:

$$\Phi(x\ y\ z) = -\frac{1}{8\pi^2}\int_{\text{bol om } P}\int d\omega \frac{\partial^2}{\partial n^2}\int_V\int \Phi d\sigma . \qquad (1)$$

1) H. B. A. Bockwinkel, Versl. Kon. Akad. v. Wet. XIV 2, p. 636, 1906.

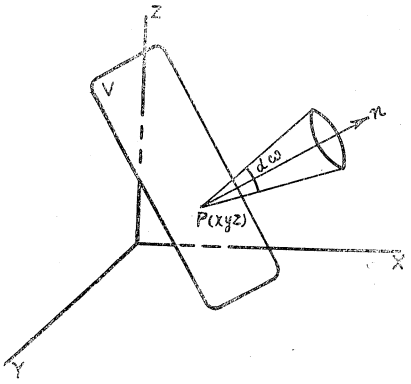


Fig. 1.

Hierin is n een richting in den ruimtehoek $d\omega$, V een vlak door het punt $P(x\,y\,z) \perp$ op n aangebracht, $d\sigma$ een oppervlakte-element van dit vlak (zie fig. 1).

Op raad van Prof. Ehrenfest heb ik naar een eenvoudig bewijs van deze stelling en naar de uitbreiding voor meerdimensionale ruimten gezocht.

§ 1. De juistheid van de stelling kan men eenigszins aanschouwelijk als volgt inzien:

Allereerst is duidelijk, dat we zonder minder algemeen te zijn het punt $P(x\,y\,z)$ in den oorsprong kunnen nemen. In elk vlak voeren we nu poolcoördinaten R en Ψ in, en integreeren in (1) *het laatst* naar R. De stelling wordt dan dus nu:

$$-8\pi^2\,\Phi(0,0,0,) = \int_0^\infty R\,dR \int\int_{\text{bol}} d\omega \int_0^{2\pi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial n^2}\,d\Psi. \qquad (2)$$

A. Beschouw eerst het *speciale geval,* dat de gegeven functie $\Phi(x\,y\,z)$ *slechts* afhangt van den afstand R tot den oorsprong. Beschouw nu twee bollen met stralen R en $R + \triangle R$ (zie fig. 2). Zij één van de vlakken, die men door M heeft aan te brengen, het vlak door MA loodrecht op het vlak van teekening. Voor de integraal in A hebben we dan te nemen het 2^{de} differentiaal quotient der functie in de richting der normaal van het vlak, d.i. dus hier in de richting der raaklijn CAB aan den bol. Men kan nu gemakkelijk inzien, dat dit gelijk is aan het *eerste* differentiaal-quotient der functie naar R, gedeeld door R. Vervang hiertoe het 2^{de} differentiaalquotient, door een 2^{de} differentiequotient, dan wordt dus de integraal: $\dfrac{\Phi(C) - 2\,\Phi(A) + \Phi(B)}{h^2}$ als

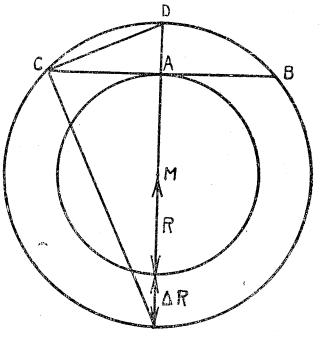


Fig. 2.

$AC = AB = h$ is. Daar nu alles slechts van R afhangt, kunnen we in plaats van de functiewaarden in C en B, ook die in D nemen. Verder ziet men uit fig. 2: $h^2 = \triangle R(2R + \triangle R)$, zoodat het 2de differentiequotient wordt: $\frac{2\Phi(D) - 2\Phi(A)}{\triangle R(2R + \triangle R)}$ en men ziet dus dat in de limiet de integraal werkelijk $\frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dR}$ wordt. Daar dit slechts van R afhangt, ziet men dat men voor de integraal in (2) schrijven kan:

$$\int_0^\infty R\,dR \cdot \frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dR} \iint_{\text{bol}} d\omega \int_0^{2\pi} d\Psi = 8\pi^2 \int_0^\infty \frac{d\Phi}{dR}\,dR = -8\pi^2\,\Phi(0), \text{ q.e.d.}$$

B. In het *algemeene geval*, dat de gegeven functie niet slechts van R afhankelijk is, is de waarde van het tweede differentiequotient niet meer onafhankelijk van A en van de richting in het raakvlak in A. Schrijven we echter (2) in den vorm:

$$\Phi(0,0,0) = -\int_0^\infty R\,dR \cdot \lim_{\triangle R \to 0} \frac{1}{4\pi} \iint_{\text{bol}} d\omega \cdot \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\Phi(C) - 2\Phi(A) + \Phi(B)}{h^2}\,d\Psi$$

dan zien we, dat we de integratie als volgt interpreteeren kunnen: Laat het drietal punten A, B, C eerst evenwijdig met zichzelf loopen langs den cirkel in het vlak door MA loodrecht op het vlak van teekening. Neem de gemiddelde waarde van de differentiequotienten, die al deze standen leveren. Laat nu de normaal van het beschouwde vlak alle mogelijke standen in de ruimte aannemen. Bepaal het gemiddelde van al de middelwaarden, die elke stand op zichzelf geeft. Integreer dit gemiddelde tenslotte over alle waarden van R.

Uit deze formuleering van het integratieproces kan men gemakkelijk inzien, dat men de volgorde der operaties verwisselen mag, d.w.z. *eerst* de gemiddelde waarde der functie over den bol nemen, waardoor men een functie krijgt die weer slechts van R afhangt, en *dan* pas het tweede differentiequotient vormen. Hiermee is het *algemeene* geval B tot het bijzondere A teruggebracht.

§ 2. Het bewijs der stelling voor het geval dat $\Phi(x\,y\,z)$ slechts van den afstand tot den oorsprong afhangt — en zooals we zagen is het algemeene geval steeds hiertoe te herleiden — kan men ook als volgt geven:

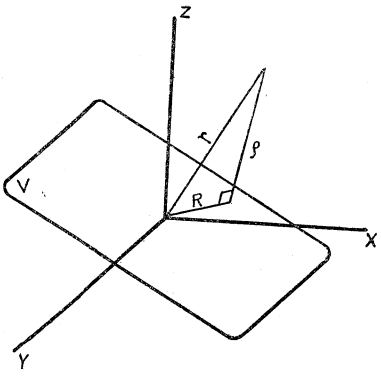


Fig. 3.

Weer voeren we in elk vlak V poolcoördinaten R en Ψ in, en integreeren het laatst naar R. Daar nu: $\Phi(x\,y\,z) = \Phi(r) = \Phi(\sqrt{R^2+\varrho^2})$ is dus: $\frac{\partial^2\Phi}{\partial n^2} = \left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial \varrho^2}\right)_{\varrho=0} =$

$$= \left[\Phi'' \frac{\varrho^2}{R^2+\varrho^2} + \Phi' \frac{R^2}{(R^2+\varrho^2)^{\frac{3}{2}}}\right]_{\varrho=0} = \frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dR}.$$

We krijgen dus weer:

$$\iint_{\text{bol}} d\omega \frac{\partial^2}{\partial n^2} \iint \Phi\, d\sigma =$$

$$= \int_0^\infty \frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dR} \cdot R\,dR \cdot \iint_{\text{bol}} d\omega \cdot \int_0^{2\pi} d\Psi = 8\pi^2 \int_0^\infty \frac{d\Phi}{dR}\, dR = -8\pi^2 \Phi(0)$$

Op deze wijze kan men nu ook nagaan, hoe de stelling verandert voor meerdimensionale ruimten. Opvallend is hierbij het verschil tusschen de ruimten van *even* en van *oneven* aantal dimensies, dat zooals bekend bij meer van zulke generalisaties optreedt [1]). Men vindt:

a. Voor ruimten van een *oneven* aantal dimensies is de stelling direct uit te breiden. Men heeft:

$$\Phi(x_1, x_2 \ldots x_{2p+1}) = \frac{(-1)^p \pi}{(2\pi)^{2p+1}} \int\ldots\int d\omega_{2p} \frac{\partial^{2p}}{\partial n^{2p}} \int\ldots\int \Phi\, d\sigma \quad (3)$$

b. Voor ruimten van een *even* aantal dimensies is de stelling *niet* direct uit te breiden. Men heeft daarentegen:

$$\int\ldots\int d\omega_{2q-1} \frac{\partial^{2q-1}}{\partial n^{2q-1}} \int\ldots\int \Phi\, d\sigma = 0. \quad (4)$$

§ 3. Zeer eenvoudig, hoewel niet zoo doorzichtig, kan men het bewijs van de stelling ook geven met behulp van de Fourier-identiteit, en ook hiermee kan men direct de generalisatie maken.

[1]) Verg. P. Ehrenfest, Versl. Kon. Akad. v. Wet. XXVI 1, p. 105, 1917.

Merkwaardig is hoe bij dezen gedachtegang het verschil optreedt tusschen ruimten van *even* en *oneven* aantal dimensies.

We hebben algemeen de identiteit [1]):

$$\Phi(x_1 \ldots x_n) =$$

$$= \left(\frac{1}{2\pi}\right)^n \int_{-\infty}^{+\infty} \ldots \int d\nu_1 \ldots d\nu_n \int_{-\infty}^{+\infty} \ldots \int d\xi_1 \ldots d\xi_n \, e^{i \sum \nu_k (x_k - \xi_k)} \, \Phi(\xi_1 \ldots \xi_n) =$$

$$= \left(\frac{1}{2\pi}\right)^n \int_{-\infty}^{+\infty} \ldots \int d\nu_1 \ldots d\nu_n \int_{-\infty}^{+\infty} \ldots \int d\xi_1 \ldots d\xi_n \cdot$$

$$\cdot \cos \sum_{k=1}^{n} \nu_k (x_k - \xi_k) \cdot \Phi(\xi_1 \ldots \xi_n) \qquad (5)$$

daar het imaginaire stuk wegvalt, vanwege het oneven zijn van den sinusterm.

Voer nu in de ν-ruimte poolcoördinaten in met als oorsprong $P(x_1 \ldots x_n)$:

$$\nu = \sqrt{\nu_1^2 + \nu_2^2 \ldots + \nu_n^2}; \quad \nu_k = \nu \mu_k; \quad d\nu_1 \ldots d\nu_n = \nu^{n-1} \, d\omega_{n-1} \, d\nu$$

als $d\omega_{n-1}$ een $(n-1)$ dimensionale ruimtehoek is. In deze ν-ruimte brengt men nu door het punt $\Phi(\xi_1, \xi \ldots \xi_n)$ een $(n-1)$ dimensionaal vlak $W \perp$ op de richting van ν, en men neemt nu in de ξ-ruimte als coördinaten den afstand N_Q van W tot den oorsprong, en $n-1$ rechthoekige coördinaten $u_1 \ldots u_{n-1}$ in W. Dan is:

$$d\xi_1 \ldots d\xi_n = d N_Q \, du_1 \ldots du_{n-1}; \quad \Sigma \mu_k \xi_k = N_Q.$$

De afstand van het vlak V door $P(x_1 \ldots x_n) \perp$ op de ν-richting tot den oorsprong noemen we N_P, zoodat: $\Sigma \mu_k x_k = N_P$.

Door dit alles wordt (5):

$$\Phi(x_1 \ldots x_n) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^n \int_{\text{bol}} \ldots \int d\omega_{n-1} \int_{W} \ldots \int du_1 \ldots du_{n-1} \cdot$$

$$\int_0^{\infty} \nu^{n-1} \, d\nu \int_{-\infty}^{+\infty} dN_Q \cos \nu (N_P - N_Q) \, \Phi(N_Q \, u_1 \ldots u_{n-1}) \cdot$$

Nu moeten we de scheiding maken tusschen n *even* en *oneven*.

a. Is n *oneven*, stel $n = 2p + 1$, dan is:

1) Verg. b.v. Riemann-Weber.

$$\int_0^\infty \nu^{2p}\, d\nu \int_{-\infty}^{+\infty} dN_Q \cos\nu(N_P - N_Q)\, \Phi(N_Q u_1 \ldots u_{n-1}) =$$

$$= (-1)^p \frac{\partial^{2p}}{\partial N_P^{2p}} \int_0^\infty d\nu \int_{-\infty}^{+\infty} dN_Q \cos\nu(N_P - N_Q)\, \Phi(N_Q u_1 \ldots u_{n-1}) =$$

$$= (-1)^p \pi \frac{\partial^{2p}\, \Phi(N_P, u_1 \ldots u_{n-1})}{\partial N_P^{2p}}$$

volgens de Fourier-identiteit voor één variable. Invullen geeft direct de uitkomst (3).

b. Is n *even*, stel $n = 2q$, dan kan men nog wel schrijven:

$$\int_0^\infty \nu^{2q-1}\, d\nu \int_{-\infty}^{+\infty} dN_Q \cos\nu(N_P - N_Q)\, \Phi(N_\Phi u_1 \ldots u_{n-1}) =$$

$$= (-1)^{q-1} \frac{\partial^{2q-1}}{\partial N_Q^{2q-1}} \int_0^\infty d\nu \int_{-\infty}^{+\infty} dN_Q \sin\nu(N_P - N_Q)\, \Phi(N_Q u_1 \ldots u_{n-1}).$$

De laatste integraal is nu echter, zooals Dr. Droste op ons verzoek zoo vriendelijk was te onderzoeken, *niet* zooals in het vorig geval, in differentiaalquotienten van Φ naar N_P uit te drukken. Men heeft slechts:

$$\int_0^\infty d\nu \int_{-\infty}^{+\infty} dN_Q \sin\nu(N_P - N_Q)\, \Phi(N_Q u_1 \ldots u_{n-1}) =$$

$$= \mathsf{P} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Phi(N_\Phi u_1 \ldots u_{n-1})}{N_P - N_Q}\, dN_Q$$

als P aangeeft de hoofdwaarde volgens Cauchy. Voor *even* dimensies is de stelling dus slechts uit te breiden in den vorm:

$$\Phi(x_1 \ldots x_n) =$$

$$= \frac{(-1)^{q-1}}{(2\pi)^{2q}} \int\ldots\int d\omega_{2q-1} \int\ldots\int d\sigma \frac{\partial^{2q-1}}{\partial N_P^{2q-1}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Phi}{N_P - N_Q} dN_Q. \quad (5)$$

De directe generalisatie bestaat volgens (4) niet. Dit alles hangt nauw samen met het feit, dat het principe van Huygens *niet* meer geldt in ruimten van *even* aantal dimensies [1]).

Leiden INSTITUUT VOOR THEORETISCHE NATUURKUNDE.

[1]) Verg. P. Ehrenfest l.c., ook voor de verdere literatuur.

DE LEVENSDUUR DER METASTABIELE TOESTANDEN VAN NEON EN KWIK [1])

door H. B. DORGELO.

A. *De levensduur der metastabiele $2s_5$- en $2s_3$-toestanden van Neon.*

In aansluiting van een onderzoek van K. W. Meissner [2]) betreffende absorptie door aangeslagen Neonatomen werd tegelijkertijd door S. Goudsmit [3]) en door P. Jordan [4]) voorspeld, dat het grondniveau van Neon volgens de combinatieregels een enkelvoudig p-niveau moest zijn met inwendig quantengetal $J = \frac{1}{2}$ ($j = 0$). Door de onderzoekingen van G Hertz [5]) en Th. Lyman en F. A. Saunders [6]) in het uiterste ultraviolet werd deze voorspelling volkomen bevestigd. Slechts die lijnen werden gevonden, welke correspondeeren met overgangen van het emitteerende electron van de s_2- en s_4-toestanden naar den grondtoestand. De s_3- en s_5-toestanden moeten dan metastabiel* zijn, immers de overgangen vanuit deze toestanden naar het grondniveau zijn volgens de selectieregels verboden (resp. sprongen der inwendige quantagetallen $\frac{5}{2} \rightarrow \frac{1}{2}$ en $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2}$).

Om de absorptie door aangeslagen Neon nader te onderzoeken werden de genoemde absorptieproeven van Meissner herhaald met eene opstelling, welke het mogelijk maakte deze absorptie quantitatief te meten.

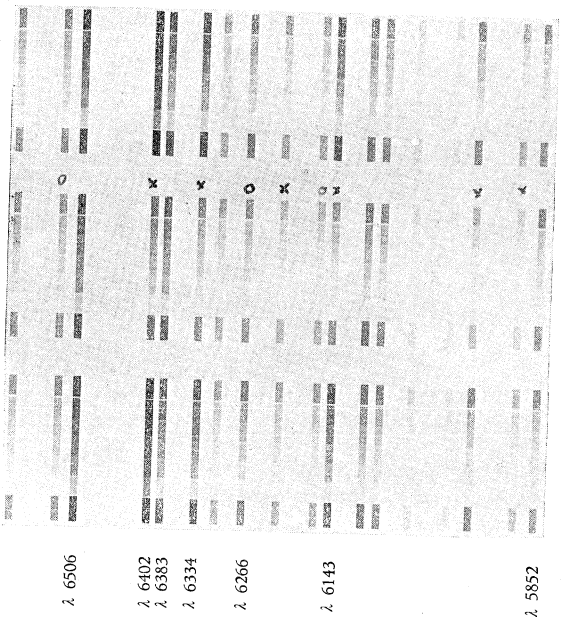
Met behulp van de reeds meermalen beschreven opstelling [7]), waarbij op geschikte wijze een in den lichtweg geplaatst verzwakkertrapje op de spleet van den spectrograaf wordt afgebeeld, werden achtereenvolgens op één plaat met denzelfden belichtingstijd drie opnamen gemaakt van het licht eener positieve Neonzuil, welke opnamen in fig. 1 zijn weergegeven.

De spectra I en III geven een reproductie van de opnamen van een deel van het Neonspectrum eener Neonzuil weer, waarvan het licht door de absorptiebuis gegaan is, *terwijl de atomen in deze absorptiebuis nog niet in den aangeslagen toestand waren gebracht.*

1) Voordracht voor de Nederlandsch Natuurk. Vereeniging 31 Oct. 1925.
2) K. W. Meissner, Ann. d. Phys. **76**, 124, 1925. Paschen Festschrift.
3) S. Goudsmit, Physica **5**, 70, 1925. Z. f. Phys. **32**, 111, 1925.
4) P. Jordan, Z. f. Phys. **31**, 877, 1925.
4) G. Hertz, Die Naturwissenschaften **13**, 489, 1925. Z. f. **32**, 933, 1925. Phys. **5**, 189, 1925.
6) Th. Lyman en F. A. Saunders, Phys. Rev. **25**, 886, 1925.
7) H. B. Dorgelo, Z. f. Phys. **13**, 206, 1223, Phys **3**, 138, 1923.
* Het bestaan der metastabiele toestanden in Neon verklaart ook het optreden van zelfomkeering der $2s_5 - 2p$ en $2s_3 - 2p$-lijnen in een Neonlaagspanningsboog, hetgeen met behulp van eene Lummer-Gehrcke plaat duidelijk te zien is.

Spectrum II geeft de reproductie van de opnamen van het spectrum der emissiebuis, opgenomen, *terwijl de atomen in de absorptiebuis zich wel in den aangeslagen toestand bevonden.*

Fig. 1



De spectra I en III werden opgenomen onder indentieke condities, respectievelijk vóór en ná spectrum II, om te controleeren, of de emissiebuis gedurende de drie opnamen wel eene constante intensiteit had.

Reeds zonder de spectra te photometreeren, was duidelijk de absorptie der $2s_5 - 2p$ en $2s_3 - 2p$ lijnen te zien. Op de bovenstaande reproductie zijn de $s_5\,p$-combinaties met kruisjes en de $s_3\,p$-combinaties met cirkeltjes aangeduid. Deze lijnen (vooral de sterkere) zijn in spectrum II veel zwakker dan in de spectra I en III (vgl. b.v. de intensiteit der lijn λ 6402 met die van λ 6383, welke er onmiddellijk naast staat). Het uitphotometreeren dezer platen maakte quantitatieve metingen mogelijk, om de grootte der absorptie voor de verschillende lijnen te meten.

Op het resultaat dezer metingen willen wij hier thans niet ingaan. Op een merkwaardig feit willen wij hier echter nog de aandacht vestigen, namelijk daarop, dat onze opnamen ook vaak zeer duidelijk (bij grootere stroomsterkten in de absorptiebuis, absorptie van de

lijn λ 6506, welke een $2s_4 - 2p$ combinatie is, vertoonde (deze lijn $2s_4 - 2p_8$ (λ 6506) werd in absorptie tot 60 % van haar oorspronkelijke sterkte verzwakt). Met de Lummer-Gehrcke plaat bekeken, vertoont deze lijn in den laagspanningsboog bij grootere stroomsterkten ook zeer duidelijk zelfomkeering. Op dit resultaat komen wij bij de discussie der resultaten nog nader terug. De $2s_2 - 2p$ lijnen vertoonen nimmer eene noemenswaardige absorptie.

Deze absorptie door de atomen in de metastabiele s_5- en s_3-toestanden doet ons eene methode aan de hand om den leeftijd van deze metastabiele toestanden te meten. In principe werd deze methode reeds door Meissner aangegeven [1]). Immers zoolang men absorptie der $s_5 p$- en $s_3 p$-lijnen kan waarnemen, zoolang is men zeker, dat er in de absorptiebuis nog atomen in den s_3- en s_5-toestand zijn, *Bepaalt men hoelang eene absorptiebuis met aangeslagen Neonatomen na het verbreken van de ontlading, welke de Neonatomen in de aangeslagen toestanden gebracht heeft, nog in staat is de $s_5 p$- en $s_3 p$-lijnen van eene andere ontladingsbuis (welke wij steeds aanduidden als de emissiebuis) te absorbeeren dan heeft men den levensduur dezer toestanden bepaald.*

Deze levensduur wordt door ons voor Neon op twee wijzen bepaald. De opstelling der eerste methode is in de fig. 2 weergegeven.

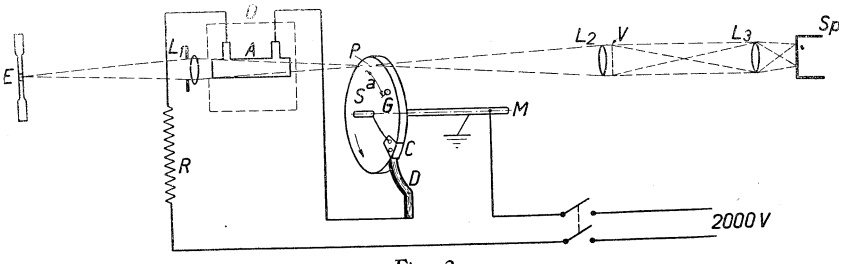


Fig. 2.

Eene ijzeren schijf S van 50 cm. diameter, voorzien van een isoleerenden ring van pertinax is bevestigd op de as M van een motor. De schijf is geplaatst tusschen emissie- en absorptiebuis [2])

1) K. W. Meissner Ann. d. Phys. **76**, 124, 1925. De door Meissner bereikte resultataten voor Neon zijn thans in het Physikalisch Zeitschrift **19**, 686, 1925 gepubliceerd en komen met de onze overeen.

2) Als emmissiebuis werd gebruikt een rechte buis met ijzerelectroden, binnendiameter 9,3 mm., Neondruk 7 mm. De absorptiebuis was een cylindervormige buis met zijbuizen, waarin ijzerelectroden waren aangebracht. Aan de uiteinden der cylindervormige buis waren planparalelle vensters ingesmolten. De Neondruk in deze buis was 8 mm. De buis werd luchtledig gepompt bij een temp. van 300 °, terwijl de ijzerelectroden in vacuum ontgast werden. Bijzondere voorzorgen werden genomen het toegevoerde Neon zoo zuiver mogelijk te hebben (het Neon bevatte nog enkele procenten *He*).

en den spectroscoop en is voorzien van eene opening G; in den pertinaxring is een koperblokje C aangebracht, dat met de as van den motor geleidend is verbonden, welke geaard is. Het aanslaan der atomen in de absorptiebuis geschiedt dus alleen gedurende den tijd, dat de veer D over het koperen blokje C glijdt. De figuur geeft juist dien stand weer. waarin het contact van het koperblokje C en de veer D verbroken wordt. Voordat het licht der emissiebuis echter door de opening G kan gaan, moet de schijf eerst echter nog over een afstand a draaien, totdat de opening G in P komt. [1]) Het was mogelijk den afstand a zoo te kiezen, dat bij bepaalde omloopsnelheid der schijf het licht der emissiebuis nog door de zich nog in aangeslagen toestand bevindende atomen werd geabsorbeerd, terwijl bij kleinere omloopsnelheid geen spoor van absorptie meer te zien was. Voor de lijn λ 6402 (een s_5 p-combinatie) kon visueel beoordeeld worden bij welke omloopsnelheid de absorptie verdween. Voor de lijnen, welke minder absorptie vertoonden, werd de photograpisch-photometrische methode toegepast, door opnamen te maken, zooals in fig. 1 zijn weergegeven bij verschillende omloopsnelheden van den motor. Natuurlijk vraagt dit veel tijd, maar geeft nauwkeuriger resultaten (ook voor de lijn λ 6402).

Is dus die omloopsnelheid bepaald, waarbij juist geen absorptie meer optreedt, dan kan men uit het toerental van den motor en de verhouding van den afstand a tot den omtrek van den cirkel door G beschreven (160 cm.) den levensduur berekenen.

De volgende tabel geeft enkele van onze waarnemingen betreffende den s_5-toestand weer.

TABEI I.

Afstand a	Omloopsnelheid van de schijf, waarbij juist geen abs. meer te zien was	Leeftijd van den s_5-toestand
9,2 cm.	820 per min.	$^1/_{237}$ sec.
20 „	1950 „ „	$^1/_{260}$ „
5 „	450 „ „	$^1/_{240}$ „
8 „	750 „ „	$^1/_{240}$ „

Wij zien dus, dat volgens deze meting de levensduur van den s_5-toestand van Neon ongeveer $^1/_{240}$ sec. is.

Verder bleek, dat de levensduur van den s_3-toestand korter was, dan die van den s_5-toestand, namelijk $^1/_{2000}$ sec.

[1]) Het rechterdeel der figuur geeft de gebruikelijke opstelling voor quantatieve intensiteitsmetingen weer.

In aansluiting aan wat wij reeds aangaande de lijn $2\,s_4 - 2\,p_8$ (λ 6506) mededeelden, kunnen wij opmerken, dat bij zeer groote omwentelingssnelheden deze lijn λ 6506 absorptie ging vertoonen, waaruit bleek, dat de levensduur van den s_4-toestand zeer zeker veel grooter is dan de voor niet metastabiele toestanden aangenomen leeftijden van ongeveer 10^{-7} sec. Wij komen hierop bij de discussie der resultaten terug.

Het voor den levensduur van den s_5-toestand van Neon verkregen resultaat werd nog gecontroleerd met behulp eener andere methode, welke in principe reeds door Meissner werd aangegeven. Hoewel deze methode minder nauwkeurige resultaten moet geven als de reeds beschrevene, is zij als controleproef het vermelden waard. Zij leverde dezelfde resultaten. [1])

Het schema der gebruikte opstelling vindt men in fig. 3.

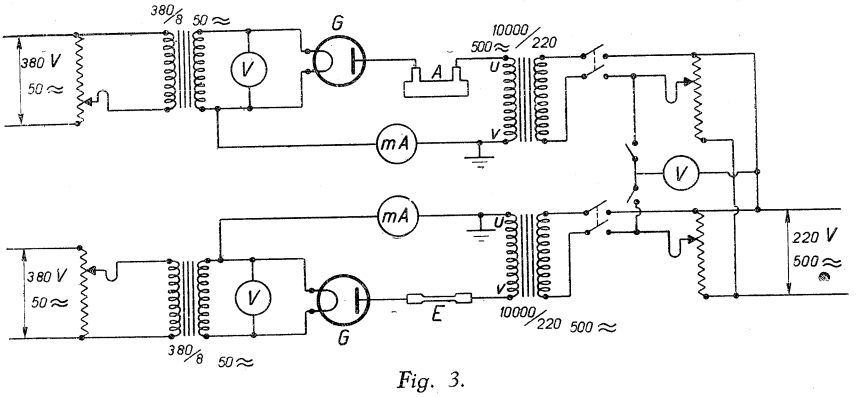


Fig. 3.

Met behulp van twee gelijkrichters G werd de eene halve periode van eenen getransformeerden wisselstroom door de emissiebuis E, de andere halve periode door de absorptiebuis A gezonden.

Met nadruk willen wij er hierop wijzen, dat de gevonden levensduur voor de metastabiele toestanden van Neon *alleen geldig zijn bij de door ons opgegeven Neondruk in de absorptiebuis en bij een temperatuur van 18° C.*

Temperatuurafhankelijkheid van de levensduur van den metastabielen s_5-toestand van Neon.

Wij hebben onderzocht, hoe de levensduur van den metastabielen s_5-toestand van Neon afhing van de temperatuur

[1]) Deze methode is uitvoeriger beschreven in de verslagen der Kon. Ak. van Wetenschappen, Amsterdam, Sept. 1925.

van de absorptiebuis. De absorptiebuis met Neon werd daartoe in een electrisch verhitte oven gebracht en met behulp van de methode met de draaiende schijf werd bij verschillende temperaturen de levensduur van den metastabielen s_5-toestand gemeten.

Zooals wij uit de volgende tabel kunnen zien neemt de levensduur van dezen metastabielen toestand bij stijgende temperatuur *zeer sterk* af.

TABEL 2.

Temp. van de abs. buis (Celsius)	Levensduur van den s_5-toestand
18°	$3{,}16 \times 10^{-3}$ sec.
80°	$1{,}43 \times 10^{-3}$ „
130°	$0{,}76 \times 10^{-3}$ „
174°	$0{,}64 \times 10^{-3}$ „
135°	$0{,}85 \times 10^{-3}$ „
100°	$1{,}03 \times 10^{-3}$ „
89°	$1{,}32 \times 10^{-3}$ „
39°	2.00×10^{-3} „
30°	$2{,}3 \times 10^{-3}$ „
22°	$2{,}96 \times 10^{-3}$ „
19°	3.16×10^{-3} „
41°	$2{,}07 \times 10^{-3}$ „
58°	$1{,}61 \times 10^{-3}$ „
85°	$1{,}24 \times 10^{-3}$ „
117°	$0{,}88 \times 10^{-3}$ „

De eerste tien opgegeven waarnemingsresultaten werden eerst bepaald, de laatste vijf den daaropvolgenden dag. Duidelijk zien wij uit deze tabel. hoe nadat de temperatuur van de buis tot 174° C was opgevoerd geweest, bij lagere temperaturen weer dezelfde leeftijden gemeten werden als eerst. Dit laatste beteekent dus, dat de afname van den leeftijd bij stijgende temperatuur niet toegeschreven kan worden aan het vrijkomen van gassen bij hooge temperatuur. Daar de absorptiebuis te voren in een oven op 400° C vacuum was gepompt en de electroden door gloeiïng ontgast waren, was dit ook niet te verwachten.

Levensduur van den s_5-toestand van Neon bij lage temperatuur.

Zooals we uit het voorgaande zien, neemt de levensduur zeer sterk toe, wanneer de temperatuur lager wordt. Interessant was het daarom ook nog eene meting bij lage temperatuur te doen. Met behulp van een geschikte absorptiebuis, [1]) welke in vloeibare stikstof gedompeld kon worden. kon de levensduur van den s_5-toestand bepaald worden bij een temperatuur van — 196° C. Bij gebruik van deze buis, welke bij kamertemperatuur hetzelfde resultaat leverde als vroeger, *vonden we bij een temperatuur van — 196° C een leeftijd van ongeveer $^1/_{10}$ seconde.*

Op de conclusie, welke we uit dit snelle toenemen van den

[1]) Een zoodanige buis was voor een ander doel door Prof. G. Hertz aangegeven, teneinde zeer smalle absorptielijnen te verkrijgen.

levensduur bij lage temperaturen meenen te mogen trekken, hopen we in de discussie der resultaten kort in te gaan.

B. De levensduur der metastabiele 2 p_1- en 2 p_3-toestanden van Hg.

De voor Neon gebruikte methoden zijn nu ook zonder meer geschikt voor het meten der leeftijden van de metastabiele toetanden van kwik. Uit het bekende schema der energieniveau's van *Hg*, waarvan het voor ons belangrijke deel in fig. 4 is weergegeven, zien wij onmiddellijk, dat de 2 p_1- en 2 p_3-toestanden van *Hg* (notatie van Paschen) metastabiele toestanden moeten zijn (immers alleen de overgang vanuit den toestand 2 p_2 naar het grondniveau 1 *S* treedt op). Te verwachten is dus, dat wanneer licht van eene *Hg*-emissiebuis door eene absorptiebuis met aangeslagen *Hg*-atomen gezonden wordt, de lijnen $2p_1 - 2s$ en $2p_3 - 2s$ geabsorbeerd zullen worden. Deze verwachting werd bevestigd gevonden. Visueel was zoowel de absorptie der lijn $2p_1 - 2s$ (λ 5461) als die der lijn $2p_3 - 2s$ (λ 4046) zeer duidelijk te zien, wanneer bij kamertemperatuur van het *Hg* een stroom van ongeveer 1 m.A. door de *Hg* absorptiebuis gezonden werd. De lijn $2p_2 - 2s$ (λ 4358) vertoonde dan niet de minste absorptie. Bij hoogere temperaturen van het kwik in de absorptiebuis treden geheel andere verschijnselen op, waarop wij straks nader zullen ingaan.

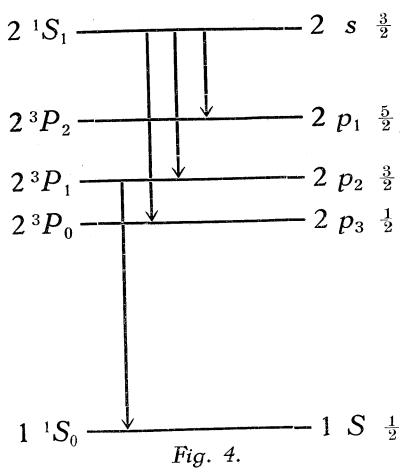


Fig. 4.

Geheel op analoge wijze als bij Neon, werd nu visueel met behulp van de methode met de draaiende schijf de leeftijd dezer metastabiele 2 p_1- en 2 p_3-toestanden van *Hg* bepaald.

Reeds dadelijk bleek, *dat de leeftijd dezer metastabiele toestanden van Hg in sterke mate afhankelijk was van de aanwezigheid van onzuiverheden in de buis.* Ten duidelijkste bleek dit uit het volgende.

Ten einde reeds bij kamertemperatuur bij 2000 *V* doorslag in de van een druppel kwik voorziene absorptiebuis te krijgen, werd tevens Neon in de buis gedaan van ongeveer 4 mM. druk.

Daar de aanslagspanningen van kwik veel lager zijn dan in Neon worden in de absorptiebuis vrijwel uitsluitend de kwikatomen aangeslagen. Na vervaardiging van één der door ons gebruikte buizen bleek deze geen waarneembare absorptie door de metastabiele $2\,p_1$- en $2\,p_3$-toestanden te veroorzaken. Daar wij vermoedden, dat dit te wijten was aan geringe verontreinigingen (o a. van waterstof) van het toegevoegde Neon, hebben wij eene circulatie-inrichting aan onze absorptiebuis gemaakt, waardoor het Neon in de absorptiebuis door middel van een kwikdampstraalpomp over uitgegloeide kokosnootkool en sterk verhitte CuO gevoerd werd. Reeds na korten tijd begonnen de lijnen $2\,p_1 - 2\,s\,(\lambda\,5461)$ en $2\,p_3 - 2\,s\,(\lambda\,4046)$ absorptie te vertoonen. Na een uur circuleeren was de buis reeds zoo zuiver geworden, dat de metastabiele $2\,p_1$-toestanden reeds een met den draaienden schijf te meten leeftijd van ongeveer $^1/_{1500}$ sec. hadden. Na een uur langer circuleeren was de leeftijd reeds $^1/_{1000}$ sec.

De langste levensduur van den $2\,p_1$-toestand, welke wij bij kamertemperatuur hebben gemeten was $^1/_{200}$ seconde.

Analoog aan het resultaat bij Neon kon ook hier geconstateerd worden, *dat de levensduur van den toestand met kleinere energie (den $2\,p_3$-toestand) langer was dan die van den toestand met grootere energie (den $2\,p_1$-toestand).* Bij de omwentelingssnelheid der schijf, waarbij de absorptie der $2\,p_1 - 2\,s\,(\lambda\,5461)$ lijn juist verdween, was nog zeer duidelijk absorptie der lijn $2\,p_3 - 2\,s\,(\lambda\,4046)$ te zien.

Reeds uit het voorgaande was duidelijk de sterke invloed van verontreinigingen te zien. Wij zijn van plan den invloed van toevoeging van verschillende gassen nader na te gaan. Aangaande den invloed van waterstof kunnen wij reeds definitieve resultaten mededeelen.

Aan het Neon van één der gebruikte buizen, welke zoover gezuiverd was, dat wij met de draaiende schijf een leeftijd van $^1/_{200}$ sec. voor den $2\,p_1$-toestand van Hg konden meten, werd met behulp van een reeds te voren aan de buis aangebracht Paladiumbuisje een zeer kleine hoeveelheid waterstof toegevoegd. Niet alleen was de leeftijd der metastabiele $2\,p_1$- en $2\,p_3$-toestanden door de aanwezigheid van deze geringe sporen waterstof niet meer met de draaiende schijf meetbaar, maar ook bij stilstaande schijf *was niet de minste absorptie meer te zien.*

Blijkbaar wordt de energie der metastabiele $2\,p_1$- en $2\,p_3$-toe-

standen van *Hg* door stooten van de tweede soort [1] [2]) aan het waterstof overgegeven, waarbij gelet op de onderzoekingen van Franck en Cario [3]) waterstofmoleculen gedissocieerd zullen worden.

De door ons waargenomen levensduur der metastabiele $2\,p_1$-toestanden van *Hg*, wijken aanmerkelijk af van de resultaten van M. Marshall [4]). Het onderzoek van C. Eckardt [5]) toont aan, dat de door Kannenstine [6]) en Marshall gebruikte methoden ter bepaling van den leeftijd van metastabiele atoomtoestanden geen betrouwbare resultaten leverden, aangaande leeftijden der metastabiele atoomtoestanden en dat de resteerende geleiding na het verbreken van den stoom van den boog veroorzaakt wordt door overgebleven ionen. Ook het door Marshall vermeldde feit, dat toevoeging van waterstof niet het minste effect had op het resultaat zijner metingen is in volkomen tegenspraak met onze resultaten en wijst ook daarop, dat Marshall ionenleeftijden in plaats van leeftijden van metastabiele atoomtoestanden gemeten heeft.

C. *Absorptie door den $2\,p_2$-toestand van Hg.*

In het voorgaande vermeldden wij, hoe onder de daar opgegeven condities duidelijk absorptie der lijnen λ 5461 ($2\,p_1 - 2$ s) en λ 4046 ($2\,p_3 - 2$ s) waarneembaar was, terwijl de lijn λ 4358 ($2\,p_2 - 2$ s) niet de minste absorptie vertoonde. Geheel andere verschijnselen treden op, wanneer de temperatuur der absorptiebuis, waarin de kwikdruppel zich bevindt, wordt opgevoerd tot 200° C, door middel van een er om heen geplaatste electrisch te verwarmen oven. Bij stijgende temperatuur wordt langzamerhand de absorptie der lijnen λ 5461 en λ 4046 minder, terwijl dan juist de lijn λ 4358 sterke absorptie gaat vertoonen. Bij ongeveer 200° is de absorptie der lijn $2\,p_2 - 2\,s$ (λ 4358) veel sterker dan van de lijnen $2\,p_2 - 2\,s$ (λ 5461) en $2\,p_3 - 2\,s$ (λ 4046).

Een analoog verschijnsel treedt op in den laagspanningsboog van kwik, waarop Prof. G. Hertz mij opmerkzaam maakte. Bij grootere stroomsterkten is de zelfomkeering der lijn $2\,p_2 - 2\,s$ (λ 4358) vaak sterker dan die der beide lijnen $2\,p_1 - 2$ s (λ 5461 en $2\,p_3 - 2\,s$ (λ 4046).

1) Klein en Rosseland Z. f. Phys. **4**, 46, 1921.
2) J. Franck Z. f. Phys. **9**, 259, 1922.
3) J. Franck en G. Cario Z. f. Phys. **11**, 161, 1922.
4) M. Marshall Astr. Journ. **60**, 243, 1924.
5) C. Eckardt Science **61**, 517, 1925. Phys. Rev. **26**, 454, 1925.
6) F. M. Kannenstine Astr. Jour. **55**, 345, 1922; **59**, 133, 1924.

Ook in dit geval hebben wij getracht om te bepalen, hoe lang na het verbreken van den stroom in de absorptiebuis deze absorptie van de lijn $2\,p_2 - 2\,s$ (λ 4358) nog waarneembaar was.

Met opzet spreken wij hier niet van den leeftijd van den $2\,p_2$-toestand, daar het optreden van deze absorptie door de $2\,p_2$-toestanden van kwik niet alleen door den leeftijd van deze toestanden bepaald wordt, doch ook gedeeltelijk door het naleveren van deze $2\,p_2$-toestanden vanuit den $2\,p_1$-toestand en ook misschien gedeeltelijk door diffusie der straling van een golflengte λ 2537 Å.

De tijden waarvan hier sprake is, bleken te kort te zijn, om met behulp van de draaiende schijf gemeten te kunnen worden. Analoge proeven als bij Neon met den 500 perioden generator gaven ook geen resultaat.

Om toch een idee van de orde van grootte van deze tijden te krijgen hebben wij gebruik gemaakt van een trillingsketen, waarin een hoogfrequente wisselstroom werd opgewekt.

Het schema der gebruikte opstelling [1]) wordt in fig. 5 weergegeven.

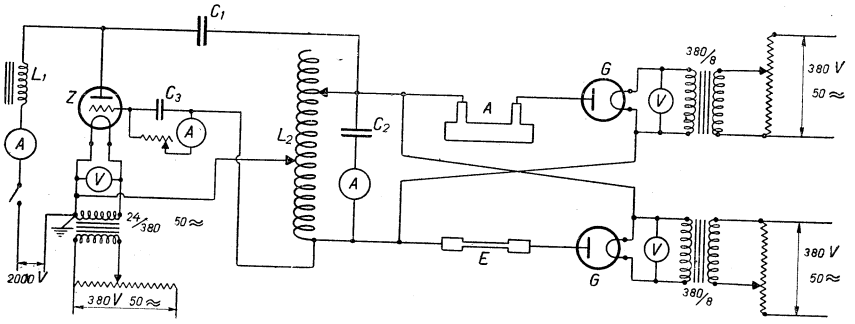


Fig. 5.

C_1 condensatorbatterij van ongeveer 5000 c.M.
C_2 4 condensatoren van 5000 c.M.
C_3 roostercondensator.
L_1 smoorspoel.
L_2 zelfinductie van ongeveer 7.10^7 c.M.

Met behulp van een Philips zendtriode Z 4 (2000 à 3000 Volt, 240 Watt) werden in deze trillingskring, bestaande uit eene zelfinductie L_2 en eene capaciteit C_2 hoogfrequentie trillingen opgewekt Op analoge wijze als in de opstelling weergegeven in fig. 3. worden

[1]) Het is mij een genoegen hier den Heer P. R. Dijksterhuis, van wiens rijke ervaring op het gebied der hoogfrequente wisselstroomen ik dankbaar gebruik heb mogen maken, mijne erkentelijkheid voor zijn hulp te betuigen.

met behulp van twee gelijkrichters de ééne halve periode door de absorptiebuis gezonden en de andere halve periode door de emissiebuis.

Bij een temperatuur van 90° der absorptiebuis en een stroom van 20 m.A. in deze buis was het door verandering der zelfinductie L_2 of van de capaciteit C_2 mogelijk een zoodanige frequentie te krijgen, dat de absorptie van de lijn λ 4358, welke bij hoogere frequentie te zien was, juist verdween. Langs accoustischen weg werd de grootte van de frequentie bepaald. Deze bleek ongeveer 6250 te zijn.

Onder de opgegeven omstandigheden blijken dus na een tijd van $^1/_{12500} = 8 \times 10^{-5}$ sec. nog voldoende atomen in den $2\,p_2$-toestand te zijn, om waarneembare absorptie te veroorzaken.

Nader hopen wij nog de druk- en temperatuurafhankelijkheid van deze tijden na te gaan.

Discussie der resultaten.

Daar spontane overgangen van uit de metastabiele toestanden naar den grondtoestand niet kunnen plaats vinden, doet zich de vraag voor, waardoor de leeftijd van de metastabiele toestanden bepaald wordt. Deze metastabiele toestanden kunnen verdwijnen òf door diffusie naar den wand òf door botsingen met andere atomen in de buis. Waar wij met drukken van ongeveer 4 mm. Neon werkten, kan de diffusie naar den wand geen overwegende rol spelen.

Naar aanleiding van de groote temperatuurafhankelijkheid van den levensduur van den s_5-toestand van Neon merkten Prof. Joffé uit Leningrad en Prof. Franck uit Göttingen in een mondelinge discussie op, dat het verschil in energie van den s_5- en s_4-toestand van dezelfde grootteorde is als de bewegingsenergie der moleculen bij kamertemperatuur, dat dus de atomen van uit den s_5-toestand door botsingen met andere *Ne*-atomen in den s_4-toestand overgebracht kunnen worden en vandaar door spontane overgangen weer naar den grondtoestand.

Nu bedraagt het energieverschil van den s_5- en den s_4-toestand ongeveer 0,05 Volt, terwijl de gemiddelde energie der atomen bij kamertemperatuur van de orde van 0,03 Volt is. Daar de atomen Maxwellsche snelheidsverdeeling hebben zullen echter meerdere atomen eene energie grooter dan 0,05 Volt hebben, zoodat ze door botsingen atomen vanuit den s_5- in den s_4-toestand kunnen brengen. Daar het aantal atomen met een bewegingsenergie grooter

dan 0,05 Volt vrij sterk met de temperatuur toeneemt, zullen dus de s_5-toestanden bij hoogere temperaturen ook veel sneller verdwijnen.

Voor deze opvatting pleit ook zeer sterk het gevonden resultaat bij lage temperatuur (— 196° C). Voor den s_5-toestand van Neon werd een leeftijd van $^1/_{10}$ sec. gevonden. Bij deze lage temperatuur zullen slechts zeer weinig atomen voldoende bewegingsenergie hebben om een metastabiel atoom vanuit den s_5- in den s_4-toestand te brengen. In dit geval zal de diffussie naar den wand de hoofdzaak van het verdwijnen der metastabiele s_5-toestanden zijn.

Het verdwijnen van de metastabiele s_3-toestanden zal hoofdzakelijk veroorzaakt worden door stooten van de tweede soort. De atomen zullen met gering energieverlies (overgedragen als translatieenergie) vanuit den s_3-toestand overgegaan in den s_4-toestand en vandaar naar den grondtoestand. (Analoge beschouwingen kan men natuurlijk voor kwik houden).

Thans willen wij hier nog wijzen op het reeds vermelde gedrag van de $2\,s_4 - 2\,p$ lijnen bij absorptie door aangeslagen Neonatomen. Wij hebben vermeld, hoe deze $2\,s_4 - 2\,p$-lijnen bij grootere stroomsterkten in de absorptiebuis aanzienlijk geabsorbeerd werden.

Analoge verschijnselen traden op bij de $2\,p_2 - 2\,s$-lijn van Hg. Het optreden der absorptie dezer $2\,s_4 - 2\,p$-lijnen van Neon zal gedeeltelijk veroorzaakt worden, doordat de s_4-toestanden van Neon nageleverd worden zoowel van uit den s_5- als uit den s_3-toestand door de genoemde botsingen. Evenzoo zullen bij kwik de $2\,p_2$-toestanden nageleverd worden door de metastabiele $2\,p_1$- en $2\,p_3$-toestanden van kwik.

Ook zal de diffussie der resonantiestraling een rol spelen. Evenwel geldt dit laatste ook voor den s_2-toestand van Neon. De $2\,s_2 - 2\,p$-lijnen van Neon vertoonen echter, zooals wij zagen, niet de minste absorptie, zoodat de rol der diffussie der resonantiestraling ook voor den s_4-toestand wel zeer gering zal zijn.

Er is echter nog eene omstandigheid, welke het analoge gedrag der $2\,s_4 - 2\,p$-combinaties van Neon en van de $2\,p_2 - 2\,s$-combinatie van kwik gedeeltelijk kan verklaren en waarop ook bij de verklaring der resultaten der metingen over de lichtduur der $1\,S - 2\,p_2$-straling van Hg, van Mej. L. Hayner [1]) en H. H. Webb [2]) gelet moet worden.

---

1) L. J. Hayner, Phys. Rev. **26**, 364, 1925.
2) H. H. Webb, Phys. Rev. **24**, 113, 1924.

Steunende op onderzoekingen van W. Pauli [1]) en W. Heisenberg [2]) komen S. Goudsmit [3]) en F. Hund [4]) tot de opvatting, dat de grondterm van Neon analoog is aan een $^1S_0$-term, de s_2, s_3, s_4, s_5-termen respectievelijk analoog aan $^1P_1$, $^3P_0$, $^3P_1$ en $^3P_2$-termen.

Volgens deze opvatting is dan echter de overgang van het $s_2 - (^1P_1)$-niveau naar het grondniveau van een geheel anderen aard dan die van het $s_4 - (^3P_1)$-niveau. Immers de overgang $^1P_1 \rightarrow {}^1S_0$ is dan een singuletlijn, terwijl de overgang $^3P_1 \rightarrow {}_1S_0$ dan opgevat moet worden als een intercombinatielijn, analoog aan de lijn $1S - 2p_2$ bij kwik.

Zoowel het verschillende gedrag der $2s_4 - 2p$ en der $2s_2 - 2p$-lijnen van Neon in absorptie door aangeslagen neonatomen, alsook het analoge gedrag der $2s_4 - 2p$-combinaties bij Neon en de $2p_2 - 2s$-lijn bij Hg kan men hierdoor beter begrijpen. Duidelijk blijkt hieruit ook, dat de overgangen bij intercombinatielijnen, welke volgens R. de L. Kronig [5]) als storingseffecten moeten opgevat worden, veel moeilijker optreden dan de overgangen bij combinatie van termen van eenzelfde systeem.

In dit tijdschrift [6]) mochten wij naar aanleiding van metingen der energieverdeeling over de $2s - 2p$-lijnen van een Neonzuil enkele beschouwingen geven aangaande het nuttig lichteffect van de Neonzuil.

Wij vonden dat het nuttig effect grooter was, dan wij maximaal volgens onze gemaakte veronderstellingen konden verwachten.

Reeds toen werd opgemerkt, dat dit waarschijnlijk daarin zijn grond kon vinden, dat een gedeelte der atomen in de $2s$-toestanden weer door langzame electronen teruggebracht werden in de $2p$-toestanden. Waar wij voor de $2s_5$- en $2s_3$-toestanden van Neon zulke lange leeftijden vonden, en dus de concentraties der atomen in deze toestanden vrij groot kunnen worden, zullen deze overgangen van uit deze metastabiele toestanden naar de $2p$-toestanden vrij vaak voor kunnen komen.

Om het waargenomen nuttig lichteffect 1,67 S.K. per watt binnen de door ons indertijd ingevoerde veronderstellingen te kunnen verantwoorden moeten ongeveer 30 % der atomen, welke vanuit de $2p$-toestanden naar de $2s$-toestanden vallen, weer teruggebracht worden naar de $2p$-toestanden.

1) W. Pauli, Z. f. Phys. **31**, 765, 1925.
2) W. Heisenberg, Z. f. Phys. **32**, 841, 1925.
3) S. Goudsmit Z. f. Phys. **32**, 794, 1925.
4) F. Hund, Z. f. Phys. **33**, 345, 1925.
5) R. de L. Kronig, Z. f. Phys. **33**, 261, 1925.
6) Physica **5**, 90, 1925.

Zusammenfassung.

Die Lebensdauer der metastabilen s_5- und s_3-Zustände des Neons und der $2\,p_1$- und $2\,p_3$-Zustande des Quecksilbers wurden gemessen mit Hilfe zweier Methoden.

Prinzipell beruhten die Methoden darauf, dass bestimmt wurde, wie lange die angeregten Atome in einer Absorptionsröhre. nach bereits erfolgter Unterbrechung des Anregungsvorgangs, noch imstande sind, die von einer anderen Entladungsröhre ausgesandten Linien zu absorbieren.

Das Resultat war, dass bei Zimmertemperatur die Lebensdauer der metastabilen s_5-Zustände des Neons etwa $^1/_{240}$ Sekunde, die der s_3-Zustände etwa $^1/_{2000}$ Sekunde war.

Es zeigt sich, dass die Lebensdauer der s_5-Zustände sehr stark abnimmt, wenn die Temperatur höher wird. Tabelle 2 zeigt z.B., dass die Lebensdauer bei 174° C. etwa $^1/_{1550}$ Sek. war.

Auch ist noch eine Messung bei tiefer Temperatur ausgeführt worden. Bei — 196° C. war die Lebensdaur des s_5-Zustänsds voor Neon etwa $^1/_{10}$ Sek. Es zeigte sich, dass die Lebensdauer der metastabilen Zustände des Quecksilbers stark abhängig war von Verunreinigungen in der Absorptionsröhre. Speziell verschwinden die metastabilen Zustände des Quecksilbers durch Hinzufügung von Wasserstoff.

Unsere Resultate für Quecksilber sind nicht im Einklang mit denen von Marshall, der jedoch, wie Eckardt gezeigt hat, nicht die Lebensdauer der metastabilen Zustände gemessen hat, sondern die der Ionen.

Bei höheren Temperaturen des Quecksilbers in der Absorptionsröhre treten ganz andere Erscheinungen auf. Auch die Linie $2\,p_2 - 2\,s$ fängt an Absorption zu zeigen. Diese Absorption wird allmählich stärker und ist bei 90° C. schon stärker als die der Linien $2\,p_1 - 2\,s$ und $2\,p_3 - 2\,s$.

Mit Hilfe eines Hochfrequenzschwingungskreises wurde bestimmt, wie lange bei dieser Temperatur nach erfolgter Unterbrechung des Stroms der Absorptionsröhre die Atome noch im $2\,p_2$-Zustände sind. Resultat: 8×10^{-5} Sek.

Eine Diskussion der Resultate wird gegeben.

Eindhoven, 16 Nov. 1925. NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN.

IS ONZE AANSCHOUWING DER RUIMTE VAN EMPIRISCHEN OORSPRONG?

door T. EHRENFEST-AFANASSJEWA.

§ 1. Indien de gravitatietheorie van Einstein iets wezenlijks getroffen heeft, moet men de Meetkunde van Euclides slechts als een approximatieve beschrijving van de empirische ruimte beschouwen; als een meer exacte beschrijving moet dan de Meetkunde van Riemann aangenomen worden [1]).

[1]) We denken ons alle metingen van lengten en hoeken met behulp van vaste staven uitgevoerd. We houden rekening met alle mogelijke oorzaken voor waarnemingsfouten en berekenen dan b.v. de som van de hoeken van een driehoek. Dit *noemen* wij een „empirisch resultaat", dat beslissen moet of de „empirische ruimte" euclidisch of niet-euclidisch is De waarnemingen, die in verband met de theorie van Einstein gedaan zijn, maken het waarschijnlijk, dat de zoo verkregen som der hoeken op verschillende plaatsen van de ruimte, afwijkingen van verschillende grootte van 180° leveren zouden. *In deze en slechts deze zin* zeggen wij, dat de „empirische ruimte" waarschijnlijk niet-euclidisch is.

Dit nu maakt de volgende vraag urgent:

Zullen wij bij de behandeling van deze meer nauwkeurige beschrijving der empirische ruimte altijd slechts op abstracte deductie aangewezen blijven, òf zullen wij eens in staat zijn ook daarbij van een aanschouwingsvermogen gebruik te maken, zooals wij het nu bij de behandeling der Euclidische Meetkunde doen?

Velen zijn ertoe genegen om de tweede mogelijkheid te aanvaarden en ze gaan daarbij van de volgende overtuiging uit:

I. Onze ruimtelijke aanschouwing ontstaat en krijgt haar bepaalde — euclidische vorm onder de inwerking der buitenwereld op onze zintuigen.

II. Ons intellect — of ons organisme — is soepel genoeg om bij zichzelf onder den invloed van een ander type van empirie (b.v. de herhaling van proeven, die ons telkens de feiten van de Meetkunde van Riemann voor de oogen brengen) een ander soort van aanschouwing aan te kweeken.

§ 2. De tweede dezer beweringen wordt door iedereen, die de eerste aanvaard heeft, al te gauw toegegeven, alsof ze een *gevolg* van de eerste was. Ze is echter slechts een *omkeering* daarvan [1]), en om haar waarschijnlijkheid te toetsen, dient er eerst gevraagd te worden:

Hebben wij meer voorbeelden, waar de voortdurende inwerking der buitenwereld bij ons een zeker soort aanschouwing deed ontstaan, waardoor we ook andere eigenschappen van de natuur met hetzelfde gevoel van evidentie aanvaardden, als waarmee wij de ruimtelijke verhoudingen aanvaarden?

Het antwoord hierop is duidelijk. Bij de studie van de licht-, electriciteits-, gravitatie en andere verschijnselen hebben we ons tot nog toe moeten bepalen tot een kortzichtig verzamelen van feiten en we hebben niet dat gezichtspunt gevonden, van waaruit wij de kern van die verschijnselen zouden kunnen zien. De hypothesen, welke tot het ordenen van die feiten gebruikt worden, hebben niet dat karakter van evidentie, dat de axioma's van de Euclidische Meetkunde voor ons bezitten, en ze worden dan ook meerendeels vaak zonder veel moeite door ons verlaten.

§ 3. Nu schijnen weliswaar al deze groepen van verschijnselen veel ingewikkelder te zijn, dan de ruimtelijke verhoudingen. Wij

[1]) „Waar zich aanschouwing gevormd heeft, daar is een empirische inwerking geweest" → „Waar empirische inwerking geweest is, daar heeft zich aanschouwing gevormd".

moeten ons echter afvragen: Ligt de eenvoudigheid der Meetkunde in de natuur zelf, òf hebben wij haar erin gebracht, doordat wij de kern van de ruimtelijke verhoudingen, dank zij aan onze bijzondere aanleg daartoe, direct gevonden hebben? De rechte lijnen en platte vlakken vindt de mensch toch haast nooit in de onaangetaste natuur; hij legt ze zelf met zijn phantasie erin en schept dan kunstmatig de eraan beantwoordende meetkundig-eenvoudige voorwerpen. Wat de natuur van haar kant biedt, is slechts: zich niet tegen die phantasiescheppingen te verzetten. (B.v. zij laat toe, dat een eindig stuk ruimte zonder merkbare gapingen door gelijke rechthoekige paralellepipeda gevuld kan worden).

§ 4. Er dringt zich daarom een andere hypothese voor onze ruimtelijke aanschouwing op, die misschien een overweging verdient.

I[1]. *Onze ruimtelijke aanschouwing is weliswaar aangespoord en heeft zich ontwikkeld dank zij empirische inwerkingen;* was de empirische ruimte sterk afwijkend van de euclidische, zoo zou zich bij ons geen euclidische aanschouwing hebben kunnen ontwikkelen.

II[1]. *Wij hebben echter een aangeboren aanleg tot vorming van de euclidische aanschouwing* en deze aanleg is *niet plastisch:* zouden wij in ons dagelijks leven voortdurend met feiten in aanraking komen, die aanmerkelijk van de euclidische opvatting afweken, zoo zou zich bij ons überhaupt geen afgewerkte ruimtelijke aanschouwing kunnen ontwikkelen [1]).

Op de in § 1 gestelde vraag zou dus het antwoord als volgt luiden: Het is niet te verwachten dat wij ooit zullen leeren de ruimte van Riemann met dezelfde volmaaktheid als de ruimte van Euclides te overzien [2]).

§ 5. Een dergelijke — eenigszins ontmoedigende — veronderstelling was niet noodig geweest indien het geloof aan de macht der empirische inwerking op onze ruimtelijke aanschouwing tegen elke kritiek bestand ware geweest. Er rijzen echter verschillende bezwaren tegen op.

Immers, hoe komt het toch, dat de empirie, die volledig beslissend

1) Daarmee is niet gezegd, dat wij niet door oefening een groote *handigheid* in het omgaan met de niet-euclidische ruimte zouden kunnen verwerven (wij leeren zelfs met de vier- en meerdimensionale ruimten omgaan; een geheel onmuzikaal mensch kan ook leeren volgens de harmonieregels muzikale opgaven oplossen), maar dat is heel wat anders dan de *aansckouwing* daarvan verwerven.

2) Er zij opgemerkt, dat men zonder nadere aanleiding niet hoeft aan te nemen, dat de aanpassing der ruimtelijke aanschouwing aan de empirie zich per se door erfelijke ophooping van oefening kan instellen. De ultra-violette en infra-roode stralen van de zon hebben op de oogen van het menschelijk geslacht even lang gewerkt als de zichtbare stralen, en toch hebben wij niet geleerd daarop met gezichtindrukken te reageeren! *Analoog* zou het ook met de ruimtelijke aanschouwing kunnen zijn.

moet zijn voor de structuur van onze ruimtelijke aanschouwing, deze afwijkend heeft gevormd van hetgeen ze zelf is (Euclidisch, waar ze zelf Riemanniaansch is)?

Om het zuiver empiristisch standpunt te verdigen voert men gewoonlijk de volgende argumenten aan:

A. De kromming der empirische ruimte is voor de geringe ons toegankelijke afstanden, bij de onnauwkeurigheid van ons waarnemingsvermogen, niet te bespeuren.

B. De euclidische axioma's zijn lang niet zoo evident, als het wordt beweerd: wanneer de afmetingen der voor te stellen figuren zekere grenzen overschrijden, kan onze aanschouwing niet meer beslissen, of ze een niet-euclidisch karakter hebben.

C. De Euclidische Meetkunde is eenvoudiger dan de Riemanniaansche, en daarom is het heel natuurlijk, dat ze — als een goede approximatie aan de werkelijkheid — bij de vorming van de menschelijke aanschouwing den doorslag geeft.

§ 6. Nu is *A* juist geschikt om het hier vertegenwoordigd standpunt (I^1 en II^1) te steunen: daar de afwijking der empirische ruimte van de euclidische gering is, verhindert ze niet, dat onze aangeboren aanleg voor de euclidische opvatting der ruimte zich uitviert. Bezaten we daarentegen geen zoodanige aanleg, dan moesten we immers de werkelijke — Riemanniaansche — ruimte met hetzelfde gemak èn met de Euclidische, èn met andere Riemanniaansche ruimten *van iets grootere* kromming, dan de werkelijke, verwisselen; en er moest zich bij ons het vermogen ontwikkelen, om ons *even* gemakkelijk de verschillende Riemanniaansche ruimten, waarvan de kromming tusschen nul en een zekere kleine waarde schommelt, voor te stellen. [1])

Met *B* is alleen gezegd, dat ons voorstellingsvermogen alleen figuren van zekere eindige afmetingen overzien kan [2]), maar er wordt niet ontkend, dat binnen die — vrij groote — grenzen de euclidische voorstellingen de eenigst mogelijke voor ons zijn.

De beschouwing *C* kan alleen beteekenen, dat de Euclidische Meetkunde *voor ons* de eenvoudigste is, m.a.w. dat behalve de empirie er nog iets subjectiefs bestaat, wat in ons aan de Euclidische

1) Ja meer: dit vermogen had zich zelfs in een zuiver euclidische wereld moeten ontwikkelen, aangezien de waarnemingen ook daarin dank zij haar onnnauwkeurigheid ons wisselende voorstellingen moesten suggereeren!

2) Dit is juist, maar is op zichzelf een rede, waarom voor ons het aanschouwen van Riemanniaansche confiquraties onoverwinbare moeilijkheden zou opleveren; wij moesten dan n.l. ons elke fiiguur in haar natuurlijke afmetingen voorstellen, want gelijkvormige figuren bestaan in de Riemanniaansche ruimte niet.

Meetkunde de voorkeur geeft. Want objectief genomen, is de Riemanniaansche Meetkunde in sommige opzichten even eenvoudig als de Euclidische [1]), in sommigen zelfs nòg eenvoudiger dan deze [2]).

Deze kritiek tegen de zuiver empiristische opvatting schijnt mij voorloopig nog niet weerlegd te zijn [3]).

§ 7. Volgens de hier voorgestelde opvatting zou de beteekenis der *evidentie* van een zekere eigenschap der natuur op de volgende wijze uitgelegd worden. *De evidentie* [4]) *van een eigenschap zou geen waarborg zijn voor de waarheid* [5]) *van deze eigenschap in de empirische wereld.* Ze zou alleen maar een symptoom zijn:

1. van een aangeboren aanleg om op de bewuste groep van empirische inwerkingen met een aanschouwing van een bepaalde struktuur te reageeren en

2. daarvan, dat de empirie met dit soort van bewerking niet in een *opvallend* conflikt is.

§ 8. Probeeren wij de hier voorgelegde opvatting aangaande onze aanschouwing ook op andere gebieden uit te breiden, dan zien wij de volgende mogelijkheden voor ons:

A. In ons sluimert de aanleg tot het aanschouwelijk begrijpen van alle kanten der natuur. De structuur van de aanschouwing, die wij in staat zouden zijn te vormen, is hierdoor geheel bepaald. Ze kan echter eerst tot volle ontwikkeling komen onder de inwerking der empirie, in het geval deze niet merkbaar in tegenspraak is met haar structuur. Dat wij in werkelijkheid slechts eenige zijden der natuur aanschouwelijk begrijpen [6]) is daardoor bepaald dat

a. òf de empirie zich niet in alle opzichten dicht genoeg bij de ons gegeven struktuur der aanschouwing aansluit.

b. òf doordat de empirie, hoewel in alle opzichten goed genoeg aan de structuur van onze aanschouwing beantwoordende, niet in

---

1) De betrekkingen tusschen de platte vlakken der Euclidische ruimte, die door één punt gaan, zijn aan dezelfde axioma's onderworpen, als de rechte lijnen in een Riemanniaansch plat vlak, en toch, ondanks deze gelijke graad ø van eenvoudigheid, kunnen wij die Euclidische platte vlakken ons best voorstellen, de Riemanniaansche rechte lijnen, daarentegen stellen we ons heelemaal niet voor.

2) De Riemanniaansche ruimte bevat b.v. geen oneindig verre punten.

3) Men let wel, bestreden wordt hier de zuiver empiristiche opvatting voor het ontstaan van onze ruimtelijke aanschouwing, niet het empirisme in het algemeen.

4) B.v. de evidentie daarvan, dat we niet in ons uitgangspunt kunnen terugkomen, zonder dat onze weg zich ergens ombuigt.

5) Verg. de voetnoot in § 1.

6) Wij zien direct de juistheid in van de betrekking:

$$\alpha = K\frac{s}{r} \qquad (1)$$

waarin α de middelpuntshoek, s de booglengte, r de straal, K een constante voorstelt. De vergelijking van Newton:

alle opzichten even eenvoudig is [1]), daardoor zou het dan te verklaren zijn, dat tot nu toe alleen de grondeigenschappen der ruimte in haar volle aantal door de menschen overzien zijn [2]).

B. We hebben slechts aangaande de ruimte [3]) de aanleg tot het aanschouwelijk begrijpen ervan.

OVER DEN INVLOED VAN HET MAGNEETVELD OP DEN WEERSTAND VAN SUPRAGELEIDERS

door W. J. DE HAAS, G. J. SIZOO en H. KAMERLINGH ONNES.

Inleiding.

Bij het onderzoek van den weerstand van eenen draad van overgeleidend metaal bij zeer lage temperaturen met behulp van een potentiometermethode kan men bij daling der temperatuur, (ten slotte tot een genoegzaam lage temperatuur) de volgende optredende phasen waarnemen. In de eerste phase gedraagt het metaal zich ongeveer als ieder ander metaal, men krijgt een gewone weerstandskromme; in de tweede phase daalt de spanning, aan de uiteinden van den draad gemeten, plotseling zeer sterk, al blijft zij nog meetbaar; in de derde, de eigenlijke supra-conductieve phase, verdwijnt elk meetbaar potentiaalverschil tusschen de uiteinden van den draad. In de eerste phase houdt het woord electrische weerstand zijn gewone beteekenis, in de tweede phase — die wij de overgangsphase noemen zullen — definieeren wij den weerstand van den draad. als geheel genomen door het quotient van electromotorische kracht en stroomsterkte.

De aanleiding tot het hier onder te behandelen onderzoek is

$$g = K\frac{m}{r^2} \qquad (2)$$

waarin g de versnelling der zwaartekracht, m de massa der aarde, r de afstand tot het middelpunt der aarde, K de gravitatieconstante voorstelt, schijnt ons daarentegen *niet* evident, hoewel wij de werking van de zwaartekracht voortdurend ondervinden, en een groot aantal gedachte-experimenten aangaande de veranderingen van de afstand r gedaan hebben. Voor de bepaling van de coëfficiënt K in (1) hebben we geen experiment noodig; we kunnen haar onmiddellijk afleiden uit axioma's die we slechts halen uit de analyse van onze aanschouwing. Daarentegen hebben we geen aanknoopingspunt in onze aanschouwing ter bepaling van de waarde der constante K in formule (2); wij kunnen haar slechts experimenteel vaststellen. *Onze aanschouwing aangaande de gravitatieverschijnselen is niet „afgewerkt".*

1) Dit is in § drie in twijfel getrokken, maar natuurlijk niet definitief verworpen.

2) Men kan zich afvragen, of men misschien de traagheidswet van Newton niet als een voorbeeld voor een al laat ontdekte „evidentie" opvatten mag.

3) Of liever: slechts aangaande eenige zijden der natuur. Men vergete niet dat ook de opvatting van de harmonie der toonen, kleuren enz., hetgeen geen onderwerp voor de wetenschap geworden is, reeds het karakter van evidentie voor ons bezit.

geweest eene meting van G. J. Sizoo over de magnetische overgangsphase bij tin. De metingen, die beneden het temperatuursprongpunt den weerstand van het tin als functie van het magneetveld aangaven bij al zwakker gemaakte en vervolgens weer bij al sterker gemaakte velden gaven de kromme in fig. 1 weergegeven. Duidelijke verschijnselen van hysteresis zijn — zoo men ziet — waar te nemen.

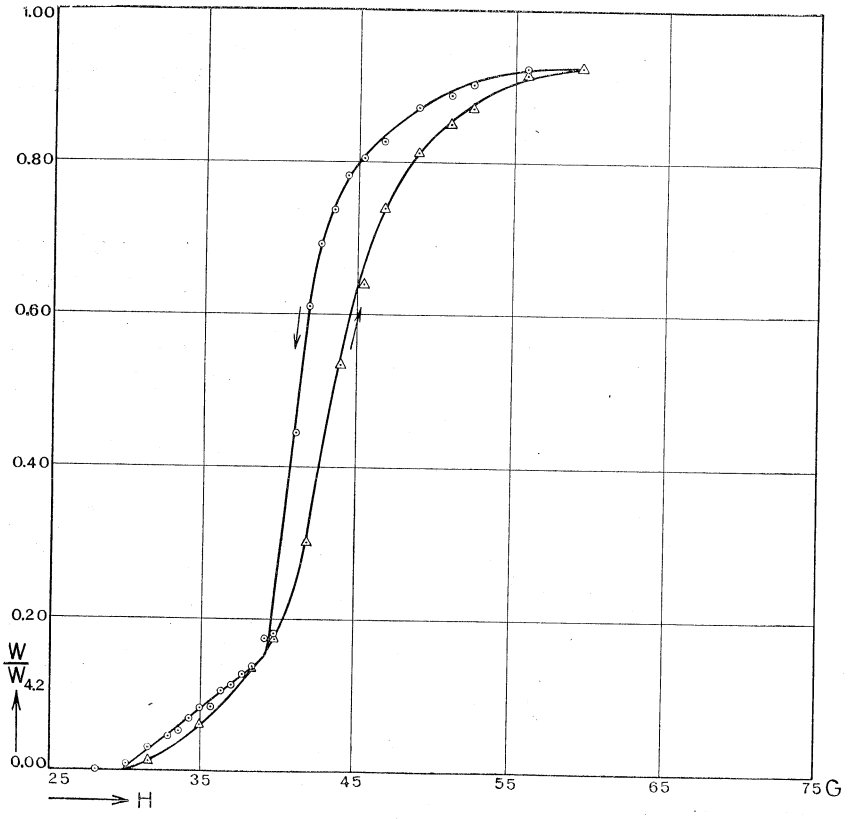


Fig. 1.

Wij stelden ons de vraag of wellicht aanwezigheid van ijzer in het tin aanleiding kon gegeven hebben tot hysteresis-verschijnselen.

Om deze vraag te beantwoorden, kozen wij nu een ander, gemakkelijk van ijzer te zuiveren metaal, het kwikzilver.

De onderzoeking van den weerstand van het kwikzilver bleek nieuwe en verrassende resultaten op te leveren.

We zullen hieronder eenige dezer resultaten mededeelen, zonder evenwel daar nu reeds te veel gevolgtrekkingen aan te verbinden,

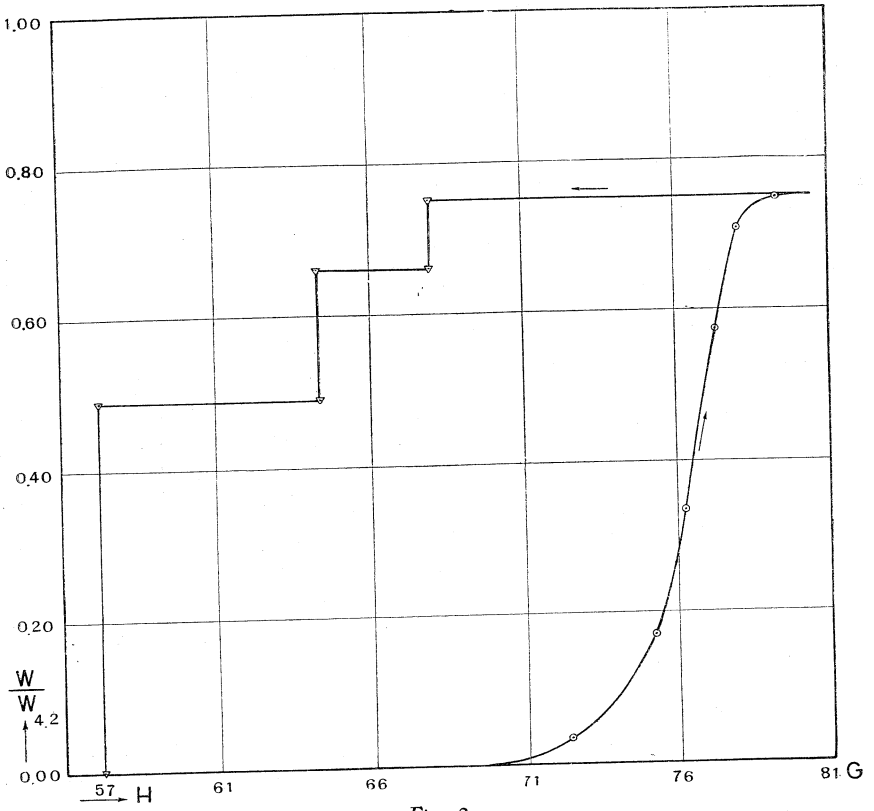


Fig. 2.

daar wij nog niet over genoeg gegevens beschikken om het verschijnsel geheel te ontwarren. Deze mededeeling wenschen wij dan ook als een voorloopige beschouwd te zien.

De waargenomen verschijnselen komen in hoofdzaak op het volgende neer:

1. Bij kwilzilver hebben wij zeer duidelijke hysteresis in de weerstandskrommen van de magnetische overgangsphase gevonden. Zie fig. 2, 3, 4.

2. Het verdwijnen van het potentiaalverschil bij afnemend magneetveld geschiedt steeds discontinu en wel in meerdere trappen. Fig. 2, 3, 4.

3. Het terugkomen van het potentiaalverschil bij toenemend magneetveld geschiedt gewoonlijk continu, slechts een enkele maal vonden wij discontinuiteiten. Fig. 4.

Wij kregen den indruk, dat de discontinuiteiten in de opgaande

lijn veelal kleiner waren dan in de neergaande lijn. De mogelijkheid bestaat, dat de vloeiende opgaande lijn uit een zeer groot aantal zeer geringe sprongen bestaat. Wij kunnen hieromtrent geen zeker oordeel uitspreken.

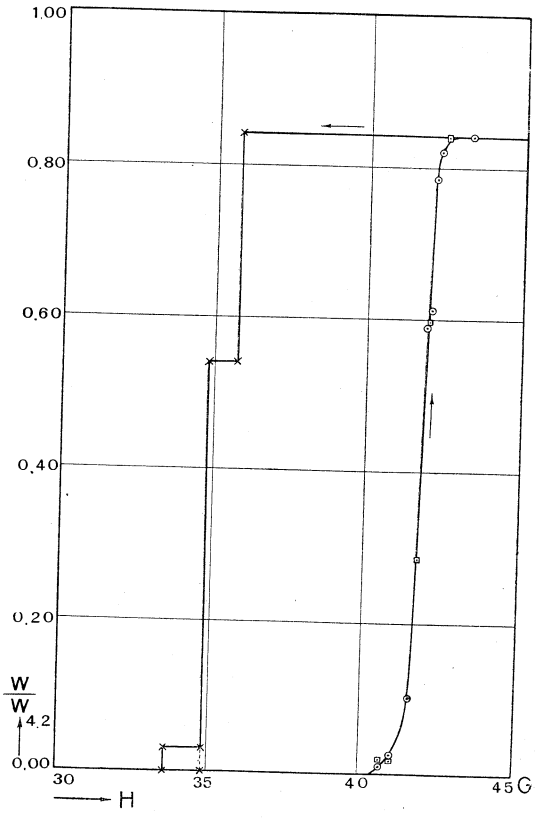


Fig. 3.

4. Een heel eigenaardig verschijnsel is het niet terug keeren van een deel van den weerstand. Het gewone temperatuursprongpunt d.w.z. het sprongpunt zonder uitwendig magneetveld ligt bij kwik iets beneden 4.2° K. Van den weerstand bij genoemde temperatuur $W_{4.2°}$ kon bij lagere temperatuur slechts een bepaalde fractie met behulp van een magneetveld teruggebracht worden. Om een voorbeeld te geven kwam in het door Fig. 4 voorgestelde geval, betrekking hebbende op eene meting bij 3.96° K slechts 0.84 van $W_{4.2}$ terug bij een veld van $\pm$ 42 Gauss. Verhooging van het veld tot bv. 300 Gauss maakt geen verschil. Daarbij is de grootte van het niet terugkeerend gedeelte van den weerstand afhankelijk van de temperatuur; hoe lager de temperatuur is hoe geringer bedrag van den weerstand terugkeert. Men vergelijke fig. 4 met de figuren 3 en 2. De laatsten hebben betrekking op metingen bij 3.79°. Nader onderzoek van dit verschijnsel heeft een nieuw gezichtspunt gegegeven over den maximalen weerstand van een supraconductor in een magnetisch veld in afhankelijkheid van de temperatuur. Het blijkt dat de krommen die deze maximale waarden als functie van de temperatuur

voorstellen eene voortzetting vormen van de weerstandstemperatuurkrommen boven het temperatuursprongpunt. De verkregen kromme geeft geheel het beloop te zien van een normaal metaal. Samenvattend kunnen we vaststellen, dat *het verschil in karakter tusschen een supragleiding en een niet supragleidend metaal door het aanbrengen van een voldoend sterk magneetveld verdwijnt.*

Uitvoeriger zal dit beschreven worden in Verslagen van de Kon. Akad. van Wetenschappen.

5. Variatie der meetstroomsterkte binnen wijde grenzen van 1 tot 28 m.A. geeft geen verandering in de ligging en grootte der sprongen, noch in de breedte der hysteresiskrommen, binnen de grenzen der nauwkeurigheid der tot dusver verrichte experimenten.

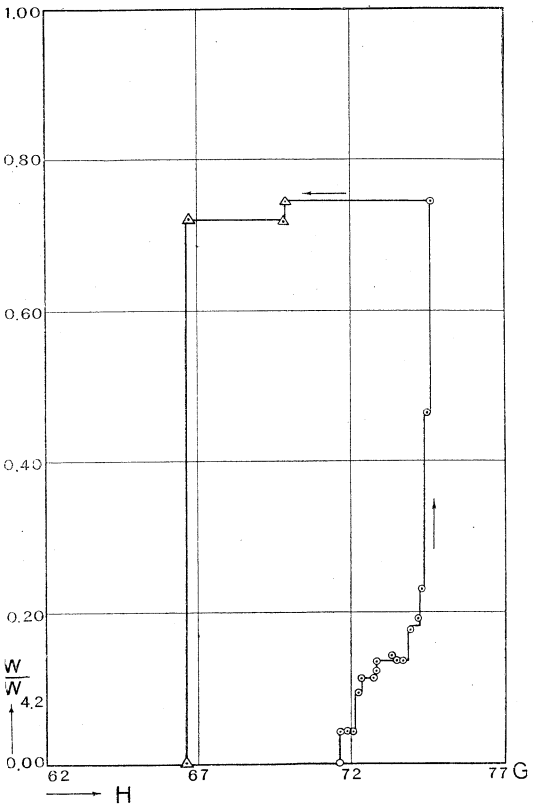


Fig. 4.

6. Experimenteele voorwaarden. Deze zijn zoo eenvoudig mogelijk gekozen. Wij hebben er naar gestreefd de kwikweerstanden in een zoo homogeen mogelijk uitwendig veld te plaatsen. De lengte der kwikdraadjes varieerde van 10 tot 15 m.m., de diameter van 0.02 tot 0.05 m.m.

Zij waren geplaatst in een nauwe 16.5 c.m. lange solenoïde.

We stelden ons de vraag wat de oorzaak der discontinuiteit zijn kon. De mogelijkheid bestond, dat het eigen magnetisch veld van den stroom in den conductor discontinuiteiten veroorzaakt. Immers het magnetisch veld van den stroom van een doorstroomden geleider

is 0 in de as van den draad en neemt liniair toe naar den omtrek. Superponeert men gelijk bij de experimenten steeds gedaan is een veld evenwijdig aan den stroomgeleider op het inwendige stroomveld dan wordt de axiale symetrie niet verstoord en men verkrijgt een zuiver te interpreteeren verschijnsel wat bij een aangebracht transversaal veld niet het geval zou zijn. Laat men het uitwendig magneetveld langzaam afnemen dan is het zonder meer duidelijk dat de supraconductieve toestand het eerst in de as van den draad ontstaan moet. Wanneer men zich voorstelt, dat de electrische stroom gevormd wordt door electronen welke in de buitenste banen van Bohr van atoom op atoom overgaan, dan kan men eene schatting geven van de grootte van dezen „elementairen" stroom. Zij is van de orde van grootte van een paar tiende m.A. Zoodra nu het eerste stroompje tot stand komt in de as van den draad kan in de onmiddellijke nabijheid geen elementaire stroom ontstaan, daar een nieuw ringvormig magnetisch minimum pas op eenigen afstand gevormd wordt.

Vermindert men het uitwendig veld verder, zoo zou het mogelijk zijn, dat in dit ringvormig minimum een serie elementaire stroompjes plotseling optreden en een verschijnsel van trapsgewijs verdwijnen van den weerstand zou ontstaan.

Tegen deze opvatting pleit evenwel het aspect der waargenomen verschijnselen. De trapjes zijn onafhankelijk in plaats en grootte van de meetstroomsterkte en eene berekening leert dat ook de grootte der trapjes moeilijk in overeenstemming te brengen is met de boven ontwikkelde opvatting.

Daarbij komt dat de ligging en grootte der sprongen zeer veranderen van draad tot draad.

Onze eindindruk is dan ook, dat het individueel gedrag der draadjes te danken is aan vrij groote kwikkristalletjes op verschillende wijze in de glascapillair georiënteerd.

In het optreden van een sprong zien wij het plotseling suprageleidend worden van een kristal of kristallaggregaat. Uit het verschil van de neergaande en opgaande lijn schijnt het, dat wij te doen hebben met een labiele en stabiele modificatie van het mechanisme van de suprageleidendheid.

BOEKBESPREKING.

„The ideal aim of physical science" by *É. W. Hobson* — Cambridge University Press, 1925, 34 pag. Prijs: 2 shillings net.

Op de vraag naar het eigenlijk doel der Physica (hieronder ook wiskunde en chemie te verstaan), antwoordt de schrijver, dat het ideale doel van den man van wetenschap zeker niet de praktische toepassing is, die op enkele uitzonderingen na overgelaten wordt aan den „uitvinder". Toch is het niet eenvoudig met enkele woorden te zeggen wat het dan wel is. Hiertoe draagt bij, dat de doelstelling in den loop der tijden en afhankelijk van de heerschende filosofische stroomingen aan verandering onderhevig is. Tot voor kort meende men het doel der wetenschap te zien in een poging de verschijnselen te verklaren. Maar wat is verklaren? Voor overwegend velen slechts een terugbrengen van het minder gewone tot het gewone — al blijft het gewone ons in wezen even vreemd. Vandaar de vele „ethers" der natuurkunde, die werkingen op afstand moesten terugbrengen tot stoot- en drukkrachten in een middenstof. Goed beschouwd is dit slechts een reduceeren van de schaal van het onbekende, meer niet, al moet gereleveerd worden, dat deze opvattingen veel bijgedragen hebben tot de ontwikkeling der physica. Een ander standpunt wordt ingenomen door diegenen, die aan „verklaring" een beteekenis hechten, welke ontleend is aan de klassieke logica, waarin major en minor van een syllogisme de verklaring van de conclussie geven. Deze groep tracht aan te toonen, dat gegeven fysische verschijnselen in overeenstemming zijn met bepaalde aprioristische wetten van het menschelijk denken. Ten slotte kan nog een tamelijk moderne opvatting van wetenschappelijke verklaring genoemd worden: van de data onzer zinnen moet al het toevallige, de subjectieve schijn, geabstraheerd worden, zoodat de objectieve werkelijkheid, die eraan ten grondslag ligt, te voorschijn treedt.

Tegen al deze „verklarings"-theorieen kiest de schrijver partij. Hun gemeenschappelijke fout ziet hij in het dooreenhalen van physica en metaphysica. De wetenschap onthoude zich van filosofische bespiegeling, hoe verleidelijk deze, juist voor de problemen der grensgebieden, ook mag lonken en blijve geheel beperkt tot het juist clasificeeren, onder wetten brengen en tot begripsschema's verwerken der waarneembare volgreeksen van verschijnselen. In een dergelijke „beschrijvende" theorie beteekent het woord „verklaring" nog slechts „systematiseering". Wanneer tusschen eenig bijzonder verschijnsel en een groep andere verschijnselen verband is gelegd, zoodat zij in één begripsschema tot correlatie kunnen worden gebracht, dan is hiermede de eenige „verklaring" gegeven, waartoe de physica bij machte en gerechtigd is. De begripsschema's der wetenschap mogen en moeten werken, niet met de objecten der zintuigelijke waarneming, maar met verstandelijk geconstrueerde objecten, verkregen door een gecompliceerd proces van idealiseering, generalisatie en analyse der waarnemingsobjecten. De eenige eischen, waaraan een dergelijke theorie gebonden is, wil zij waarde hebben, zijn het logisch coherentzijn der theorie en het bestaan van correlatie tusschen haar objecten en bepaalde fysische verschijnselen, welke zij daardoor in staat is te voorspellen.

Na deze uiteenzetting van het pragmatisch standpunt, waarop de wetenschap zich, naar zijn meening, behoort te plaatsen, bespreekt de schrijver eenige der voornaamste fysische theorieën van onzen tijd, met name die van Newton en Einstein en

tracht hierdoor het ware karakter van wetenschappelijke theorieën in het algemeen als zijnde begripsschema's nader toe te lichten.

De lezing van dit boekje kan niet anders dan aanbevolen worden speciaal ook aan alle „schwärmerische" schrijvers van „anthroposophische Wissenschaft": misschien dat het doel der natuurkundige wetenschappen hun hierdoor duidelijker zal worden dan het, te oordeelen naar eenige geestesproducten, die mij kortelings onder de oogen kwamen, op het oogenblik is. H. Gr.

Sir *W. H. Bragg*, **The Crystalline State**; *Romanes*-Lecture, Oxford, 8° 31 p., 6 fig., *Clarendon* Press, (1925).

In deze half-populaire voordracht, door den schrijver op 20 Mei te Oxford in de Examination-Schools gehouden, wordt door Bragg op de hem eigen heldere wijze eene uiteenzetting gegeven van de nieuwste vorderingen op het gebied van onderzoek, waarvan hij zelf een der grondleggers is.

Na eenige algemeene beschouwingen gewijd te hebben aan het verschil in bewegingstoestand van de opbouwende deeltjes in gassen en vloeistoffen eenerzijds en kristallen anderzijds, wordt de typische regelmaat in de rangschikking der structuur-eenheden in kristallen besproken en de aard dier eenheden als atoomgroepen van bepaalde samenstelling vastgesteld. Het probleem der kristalstructuur heeft dus twee vragen te beantwoorden: welke is de samenstelling der elementaire atoomgroepen en welke is de wijze van eindelooze regelmatige herhaling dezer in de ruimte geplaatste atoomgroepen, waardoor de geheele structuur met hare wettelijke anistropie wordt verkregen? Het principe der homogene verspreiding van discrete deeltjes wordt aan eene twee-dimensionale groepeering dezer soort verduidelijkt en het belang van het symmetrie-principe daarbij in het licht gesteld. Besproken wordt het feit, dat kristallen dezelfde uiterlijke symmetrie (32 soorten) kunnen bezitten en toch aan verschillende wijzen van groepeering hunner opbouwende eenheden kunnen beantwoorden (230 soorten). Vóór de analyse met behulp der Roentgenstralen was het slechts mogelijk een besluit te trekken omtrent de plaatsing der kristallen in éene der 32 symmetrie-klassen; thans is het mogelijk eene keuze te treffen tusschen de 230 mogelijke ruimte-groepen, zooals deze reeds sinds lang door Federow, Schoenflies en Barlow gedefinieerd waren.

Dan wordt kortelijks een résume gegeven van wat het diffractie-verschijnsel der Roentgenstralen in kristallen ons omtrent de structuur, de opbouwende atoomgroepen en hunne dimensie's en onderlinge afstanden vermag te leeren, en in het licht gesteld, welk een uitgestrekt veld van onderzoek, vanaf de biologie tot de ingenieurswetenschappen, door deze nieuwe methode geopend is. Op pag. 19 verklaart Bragg thans ronduit, dat de individualiteit der chemische moleculen in het kristal, zij het dan ook in min of meer gewijzigden vorm, behouden blijft: zulks in tegenstelling van de door chemici wel nimmer onderschreven, in den beginne door fysici te algemeen gelanceerde voorstelling van het tegendeel. Het verschil tusschen de gemakkelijk smeltbare en verdampende organische moleculen en tusschen de harde, moeilijk smeltbare en niet-vluchtige anorganische zouten wordt in verband met deze kwestie nader toegelicht. Vervolgens wordt een overzicht gegeven van Bragg's onderzoekingen bij laagjes van de vetzuren, de oriënteering dezer moleculen in laagjes van één molecule dikte, enz., en de metingen van de lengte der betr. koolstofketens, zoowel als de bepaling van de plaats, waar eene substitutie in den koolstofketen plaats grijpt. Het verschijnsel der afschuiving bij vetzuren en grafiet wordt

besproken en op het belang van dit feit gewezen in samenhang met de werking der smeermiddelen en met de technische eigenschappen der metalen in hunne afhankelijkheid van de voorgeschiedenis van het metaal. Ook aan de beteekenis der nieuwe methode voor de studie der alliages wordt terloops herinnerd. Tenslotte wordt eene korte beschouwing gehouden over het verschil in schaal bij de dimensie's, welke bij de verschijnselen in de natuur ter sprake komen; verschillen, die door parsecs, lichtjaren, kilometers, meters, mikrons, Angström-eenheden uitgedrukt worden. Groote verschillen in schaal in vergelijking met die, welke met onze zintuigen samenhangen, zijn vaak oorzaak van het feit, dat wij niet in staat zijn, ons van bepaalde verschijnselen rekenschap te geven.

De brochure is fraai gedrukt en keurig uitgegeven. F. M. J.

Lessen over Theoretische Natuurkunde, door *Dr. H. A. Lorentz.* Deel VIII. De Theorie van Maxwell (1900—1902). Bewerkt door Dr. H. Bremekamp.

Er zijn verschillende leerboeken, die de studeerenden kunnen inleiden in de theorie van Maxwell. Wij kunnen ons erover verheugen, dat wij thans ook een — voor zoover mij bekend is het eenige — in het Nederlandsch geschreven boek van dien aard bezitten. Het is beknopt, en bepaalt zich in hoofdzaak tot de algemeene theorie. Slechts enkele afzonderlijke problemen worden besproken, zooals in de electro-statica het veld van den geladen ellipsoidischen conductor en de theorie der electrische beelden. Verder wordt het een en ander over oscillaties in ketens nagegaan en zijn de laatste tiental pagina's aan de electro-magnetische lichttheorie gewijd. De vector van Poynting wordt als energiestroom, niet als hoeveelheid van beweging ingevoerd (de colleges werden in 1900—1902 gegeven). Terwijl ook de vibrator van Hertz geen plaats heeft gevonden.

Wie met een zoo beknopte theorie volstaan kan, zal met genoegen van het boekje gebruik maken. Terwijl de — het behoeft nauwelijks gezegd — heldere, eenvoudige en toch voldoend strenge betoogtrant het boekje geschikt maakt om naast een uitgebreider boek ter oriëntatie gebruikt te worden. v. d. W.

MEDEDEELINGEN.

EISE EISINGA'S PLANETARIUM.

Toen Eisinga in 1781 zijn wereldberoemd planetarium na een arbeid van zeven jaren had voltooid, is hij op 22 November 1784 begonnen van dit kunstwerktuig een beschrijving te maken. Deze beschrijving, 92 bladz. folio, voorzien van 27 teekeningen, is getiteld: „Naaukeurege Afteekeningen en Beschrijving van de Uitwendege Vertoning en Inwendege Samenstelling van het alom geroemde Beweeglijk Franeker Planeetarium Hemelsplein Zon- en Maanwijsers vervaardigd in de Jaaren 1774 tot 1781 ten dienste van des Uitvinders en Makers Kinderen of verdere Nakomelingen". Het werk is opgedragen aan zijn zonen Eise en Jacobus.

Het was de wensch van Eisinga dat dit handschrift nog eens in druk zou verschijnen wat echter tot heden nog niet is geschied. (Zie o.a. Van Swinden, 3de druk van 1851, bladz. 27 en 28).

Naar wij uit goede bron vernemen hebben de heeren E. Havinga, oud-gezagvoerder van den Rott. Lloyd en Dr. W. E. van Wijk, privaat-docent in de mathematische en technische tijdrekenkunde aan de Rijks-Universiteit te Leiden, het voornemen opgevat dit handschrift te laten drukken onder de auspiciën van het „Friesch Genootschap van Geschied-, Oudheid- en Taalkunde" te Leeuwarden. Beide heeren zijn groote bewonderaars van Eisinga en zijn werken, hebben een studie gemaakt van het planetarium en, geheel onafhankelijk van elkaar, in verschillende tijdschriften over Eisinga en zijn werken geschreven. Het is de bedoeling om dit handschrift op den 27sten Augustus 1928 uit te geven in den vorm van een gedenkboek, wanneer het juist honderd jaar geleden zal zijn, dat Eisinga is overleden. Op deze wijze willen zij dien grooten man op dien dag eeren.

Dames of heeren die met dit voornemen sympathiseeren worden uitgenoodigd op de een of andere wijze daarvan blijk te geven. Beide heeren wonen te Rotterdam: de heer Havinga: Hugo Molenaarstraat 49a en Dr. van Wijk: Leede 22.

STRIKVRAGEN.

Op strikvraag XXX, luidende: *„Het is bekend genoeg dat, wanneer men in den spiegel kijkt, een ring aan de rechterhand in het beeld aan de linkerhand gedragen schijnt. Waarom wordt echter niet, evengoed als rechts en links door de spiegeling verwisseld wordt, ook boven en onder verwisseld?"* ontvingen wij het volgende uitstekende antwoord:

Mijnheer de Redacteur, ik zeg U, hoor!
De spiegel wisselt slechts het *Achter* met het *Voor*.
Zoodra echter Vóór door Achter is vervangen,
Worden door *ons* de bordjes Links en Rechts verhangen.
Met Boven en Onder doen we dat gelukkig niet;
Vandáar men 't beeld wat dát betreft behoorlik ziet.

Wij kunnen hier aan toevoegen, dat indien een holle spiegel bij de vorming van een reëel beeld zoowel Vóór en Achter als Boven en Onder verwisselt, de ring door het beeld aan wat wij noemen de rechterhand gedragen *blijft*.

Nadruk der artikelen en reproductie der illustraties voorkomende in dit tijdschrift wordt bij deze overeenkomstig Art. 15 der Auteurswet 1912, uitdrukkelijk verboden.

INHOUD.

Blz.

Doctor H. A. Lorentz, door Balth. van der Pol 321
Herinnering uit den schooltijd van Lorentz, door H. Haga. 324
P. Zeeman, Lorentz en de hypothese der lichtquanta bij de voortplanting van licht 325
A. Einstein, Elektron und allgemeine Relativitätstheorie. 330
A. D. Fokker, Elektronengeleiding in verdunde edele gassen 334
L. S. Ornstein, Lichtquanta en straalkromming. 341
J. de Smedt en W. H. Keesom, De kristalstructuur van argon. . . . 344
H. J. van Leeuwen, Het aandeel van de verschillende energie-niveau's eener stof in de door verwarming vrijgemaakte electronen 347
G. J. Elias, Iets over de energie van een stelsel zich bewegende electronen 351
W. Einthoven, W. F. Einthoven, W. van der Horst en H. Hirschfeld, Brownsche bewegingen van een gespannen snaar. . . 358
J. Tinbergen, Faze- en energieverandering van een slinger en een snaar gedurende hun Brown'se beweging 361
P. P. Ewald, Über die Symmetrie der Röntgeninterferenzen. 363
H. A. Kramers, Eenige opmerkingen over de quantummechanica van Heisenberg 369
P. Debije en A. Huber, Een proef over de instelling van paramagnetische molekulen 377
S. Rosseland, On the kinetic theory of diffusion 381
G. L. de Haas-Lorentz, Iets over het mechanisme van inductieverschijnselen 384
P. Ehrenfest, Opmerkingen over het diamagnetisme van vast bismuth. . 388
J. Droste, Stokes' aberratietheorie. 391
L. Brillouin. Les tensions de radiation et leur interprétation 396
J. Woltjer Jr., Ionisatie-evenwicht in een stralingsveld 406
G. H. Dieke, Over de soortelijke warmte van waterstof 412
S. Goudsmit, Het Zeemaneffect in de spectra van hoogeren trap . . . 419
G. E. Uhlenbeck, Over een stelling van Lorentz en haar uitbreiding voor meerdimensionale ruimten. 423
H. B. Dorgelo, De levensduur der metastabiele toestanden van neon en kwik 429
T. Ehrenfest-Afanassjewa, Is onze aanschouwing der ruimte van empirischen oorsprong? 442
W. J. de Haas, G. J. Sizoo en H. Kamerlingh Onnes, Over den invloed van het magneetveld op den weerstand van supraleiders . . . 447
Boekbespreking 453
Mededeelingen 455

STEMPELBANDEN

VOOR ALLE

JAARGANGEN VAN PHYSICA

KUNNEN BIJ DE ADMINISTRATIE

WORDEN BESTELD à f 1.10 PER BAND

TOEZENDING DEZER BANDEN

ZAL PLAATS VINDEN IN DEN

LOOP DER MAAND FEBRUARI

VAN DE REEDS VERSCHENEN

JAARGANGEN

ZIJN NOG COMPLETE EX. TE BEKOMEN

à f 5.— PER JAARGANG

LOSSE NUMMERS VAN

OUDE JAARGANGEN à f 0.75

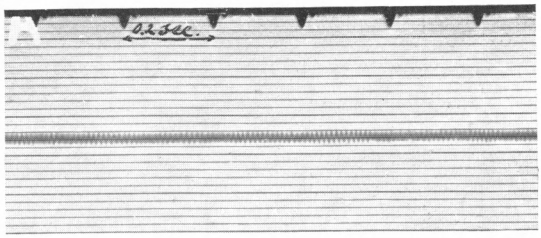


Fig. 1.

Hoog vacuum. Geen veldmagneetstroom. Snaarkring open.

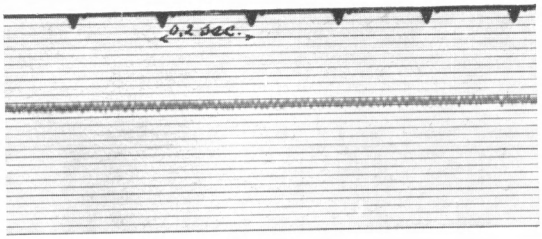


Fig. 2.

Luchtdruk 100 μ *Hg*. Overigens als fig. 1.

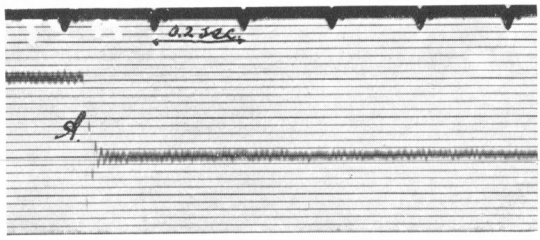


Fig. 3.

Vacuum als bij fig. 1. Veldmagneet bekrachtigd en snaarkring gesloten. Bij *A* wordt een constant blijvend potentiaalverschil in den snaarkring geschakeld.